

Sygnały i Systemy

Analiza systemów liniowych – sygnały stałe
w czasie – napięcia i prąd w obwodzie

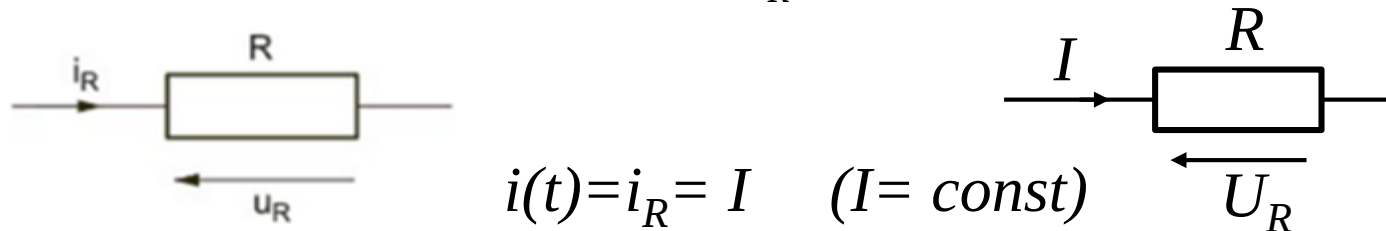
- **Nośniki elektryczności:** elektrony i protony występujące w atomie.
- **Prąd elektryczny:** uporządkowany ruch ładunków elektrycznych i jest utożsamiany w teorii obwodów z pojęciem natężenia prądu elektrycznego. Oznaczany jest literą i . Jednostka prądu jest amper (A)
- **Napięcie elektryczne:** różnica potencjałów między dwoma punktami środowiska przewodzącego (obwodu). Oznacza się je literą u . Jednostką napięcia elektrycznego jest volt (V).
- **Obwód elektryczny:** takie połączenie elementów ze sobą, że istnieje możliwość przepływu prądu w tym połączeniu.

- **Gałąź** obwodu jest tworzona przez jeden lub kilka elementów połączonych ze sobą w określony sposób.
- **Węzeł** obwodu jest zacisk będący końcówką gałęzi, do którego można dołączyć następną gałąź lub kilka gałęzi. Gałąź obwodu tworzą elementy ograniczone dwoma węzłami.
- **Oczko obwodu** to zbiór gałęzi połączonych ze sobą i tworzących drogę zamkniętą dla prądu elektrycznego.
- **Element** jest częścią składową obwodu niepodzielną pod względem funkcjonalnym bez utraty swych cech charakterystycznych.

- **Elementy pasywne:** posiadają zdolność akumulacji oraz rozpraszania energii. Nie wytwarzają one energii a jedynie ją przetwarzają. Należą do nich rezystor, kondensator oraz cewka.
- **Elementy aktywne (źródła):** generują energię elektryczną, powstającą zwykle z zamiany innego rodzaju energii (mechanicznej, słonecznej, jądrowej itp.). Zaliczamy do nich niezależne źródło napięcia i prądu oraz źródła sterowane.
- **Element jest liniowy,** jeśli równanie opisujące go jest liniowe. W przeciwnym wypadku jest nieliniowy.

Elementy obwodu elektrycznego: rezystor R

Jeśli przez rezystor płynie prąd (*chwilowy*) i_R wywołuje on spadek napięcia (*chwilowy*) u_R na tym elemencie.



Zapis matematyczny wynikający z prawa Ohma na wartościach skutecznych:

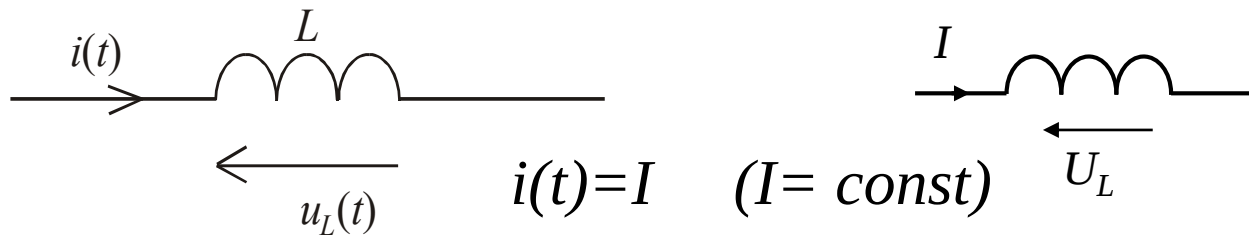
$$U_R = R \cdot I$$

R – rezystancja, $G = 1 / R$ – konduktancja

Jednostką rezystancji jest **om** $[\Omega]$, a konduktancji jest **simens** $[S]$

Element obwodu elektrycznego: cewka L

Jeśli przez cewkę płynie prąd zmienny wywołuje on spadek napięcia (chwilowy) na tym elemencie



Napięcie na cewce u_L – opis matematyczny za pomocą 2 równań:

$$u_L = \frac{d\Psi}{dt} = L \frac{di_L}{dt} \quad \Psi = Li_L \longrightarrow L = \frac{\Psi}{i_L} \quad \Psi = z\phi$$

Ψ – strumień magnetyczny skojarzony ze wszystkimi zwojami [Weber]

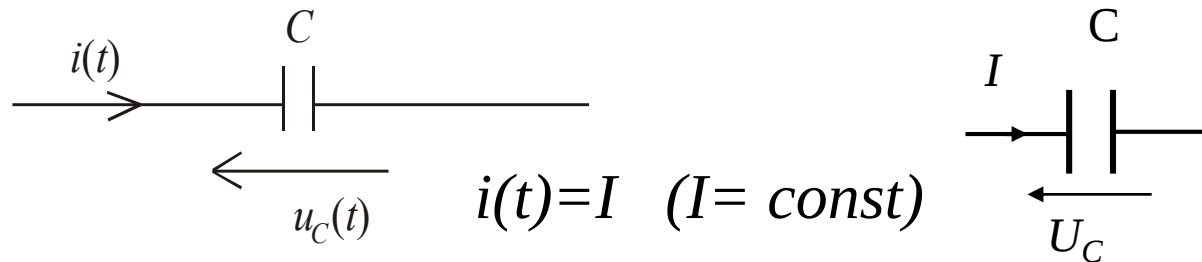
L – indukcyjność własna (indukcyjność : jednostka: **Henr** [H])

Zapis napięcia na cewce dla prądu stałego (tj. brak spadku napięcia):

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = 0$$

Element obwodu elektrycznego: kondensator C

Jeśli przez kondensator płynie prąd zmienny wywołuje on spadek napięcia (chwilowy) na tym elemencie



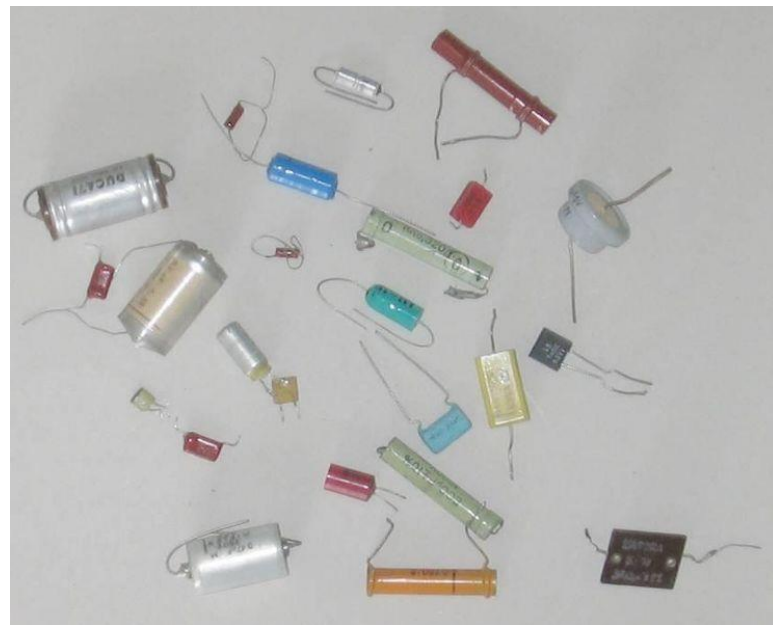
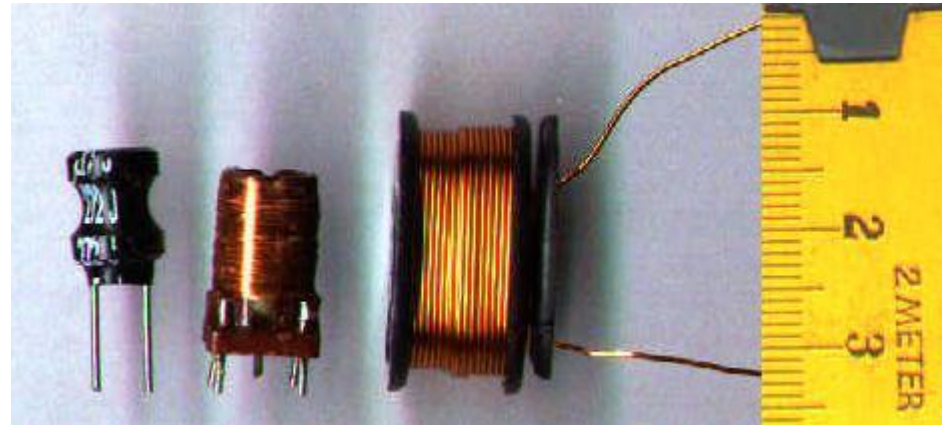
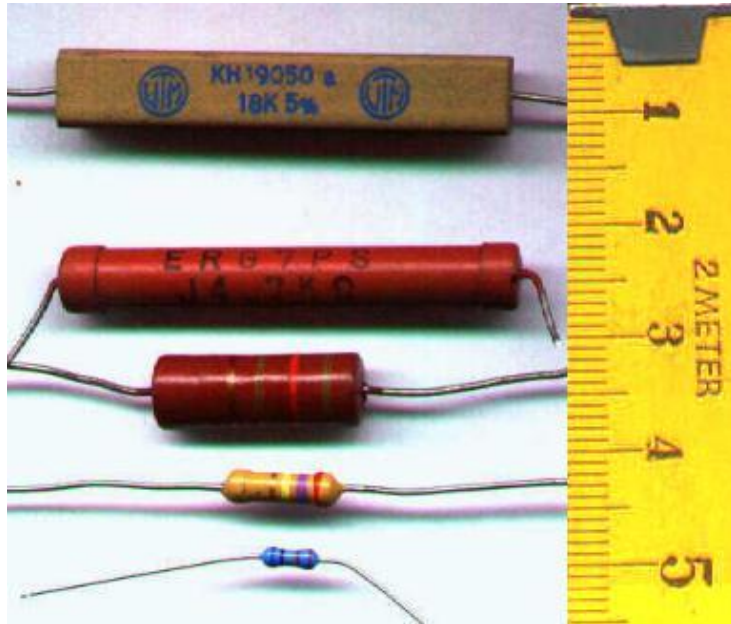
Prąd i napięcie na kondensatorze

$$i_C = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt} \qquad q = Cu_C \longrightarrow C = \frac{q}{u_C}$$

Prąd I w przypadku stałego napięcia na kondensatorze wynosi zero:

$$I = C \frac{dU_C}{dt} = 0$$

Elementy R L C

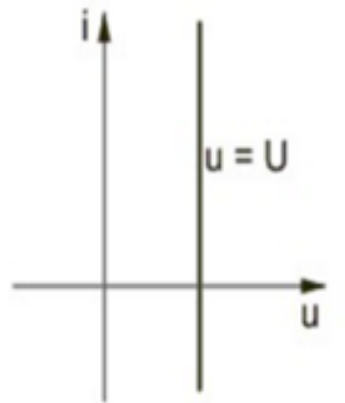


Niezależne źródła napięcia i prądu

Źródło napięcia – E 

Źródło prądu – J 

Charakterystyki prądowo-napięciowe idealnych źródeł niezależnych

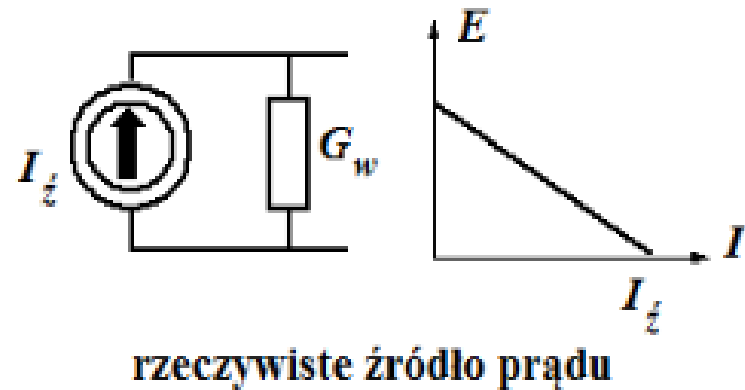
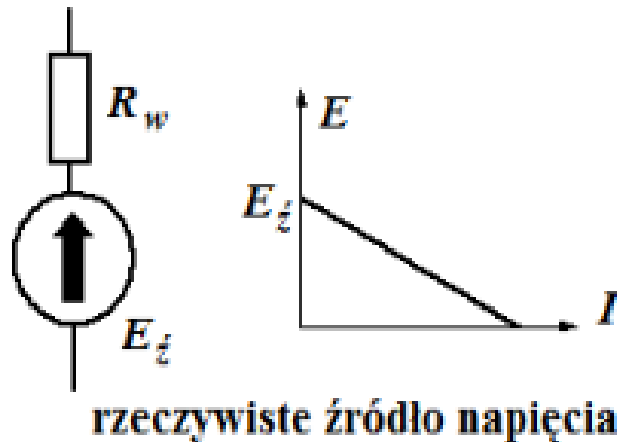


źródło napięcia



źródło prądu

Niezależne źródła napięcia i prądu



Idealne źródło napięcia ma $R_w = 0$

Idealne źródło prądu ma $G_w = 0$

Rzeczywiste źródła energii są równoważne: $E_z = I_z R_w$ $G_w = R_w^{-1}$

Niezależne źródła napięcia i prądu

W przypadku źródeł sinusoidalnych idealność jest rozumiana jako stałość parametrów źródła (amplituda, faza początkowa oraz częstotliwość niezależne od obciążenia).

Przykładem:

źródła napięcia stałego jest akumulator,

źródła napięcia zmiennego - generator synchroniczny,

źródła prądowego - elektroniczny zasilacz prądowy o stabilizowanym, niezależnym od obciążenia prądzie, itp.

Niezależne źródła napięcia i prądu

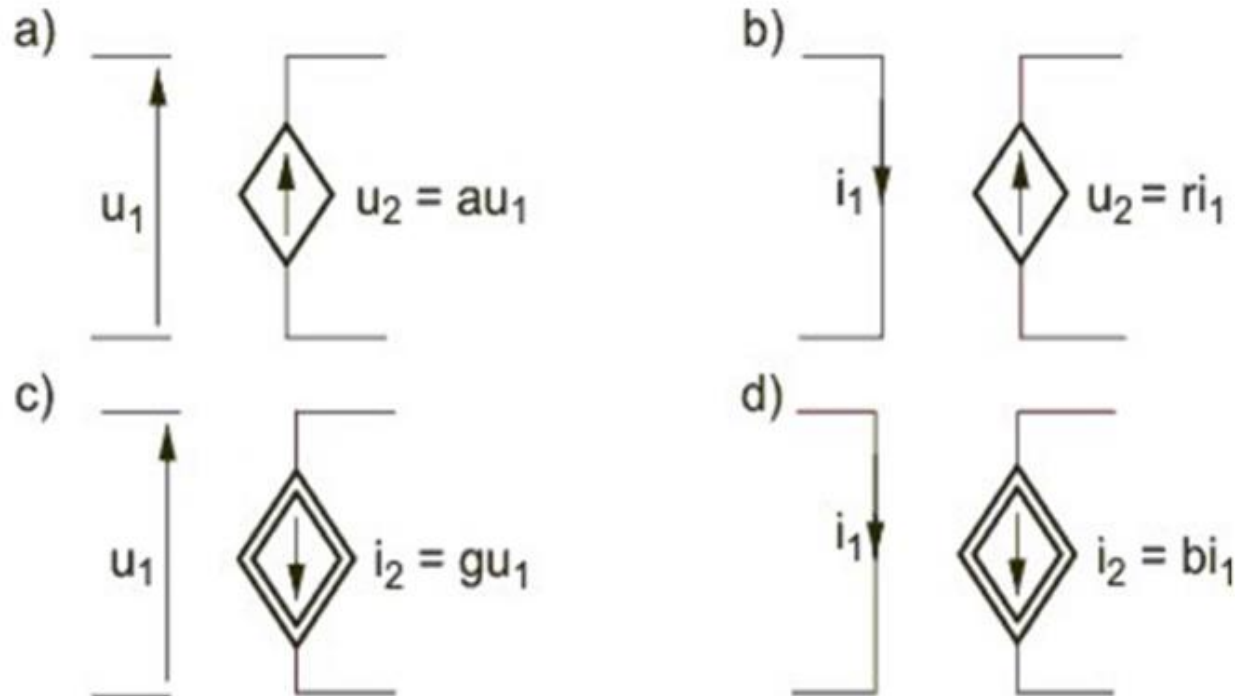
Napięcie na zaciskach idealnego źródła napięcia nie zależy od prądu przepływającego przez to źródło, a zatem nie zależy od jego obciążenia.

Stąd idealne źródło napięcia charakteryzuje się rezystancją wewnętrzną równą zero.

Prąd idealnego źródła prądu nie zależy od obciążenia tego źródła, a więc od napięcia panującego na jego zaciskach.

Przy stałym prądzie płynącym przez idealne źródło prądowe i dowolnym napięciu panującym na jego zaciskach rezystancja wewnętrzna idealnego źródła prądowego jest równa nieskończoności.

Sterowane źródła napięcia i prądu



Schematy graficzne źródeł sterowanych

Wielkości r , g oraz a i b - współczynniki proporcjonalności między wielkością sterującą i sterowaną tych źródeł.

Źródła sterowane stanowią bardzo popularne modele wielu elementów elektrycznych i elektronicznych, takich jak transformatory idealne, maszyny elektryczne, tranzystory bipolarne i polowe, wzmacniacze operacyjne napięciowe i prądowe, itp.

Sterowane źródła napięcia i prądu

- źródło napięcia sterowane napięciem

$$u_2 = au_1$$

- źródło napięcia sterowane prądem

$$u_2 = ri_1$$

- źródło prądu sterowane napięciem

$$i_2 = gu_1$$

- źródło prądu sterowane prądem

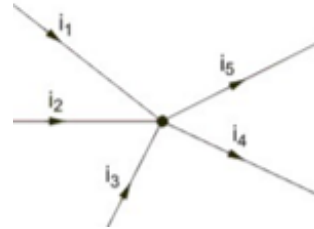
$$i_2 = bi_1$$

Prawa Kirchhoffa

I prawo Kirchhoffa

Suma prądów chwilowych węzle obwodu elektrycznego wynosi zero

$$\sum_{k=1}^n i_k(t) = 0$$

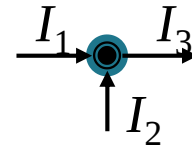


tzn, suma prądów wpływających do węzła równa sumie prądów wypływających z węzła.

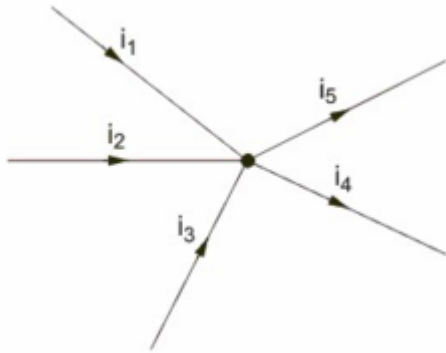
To prawo zachodzi w każdym węzle i ma postać (dla prądu stałego)

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

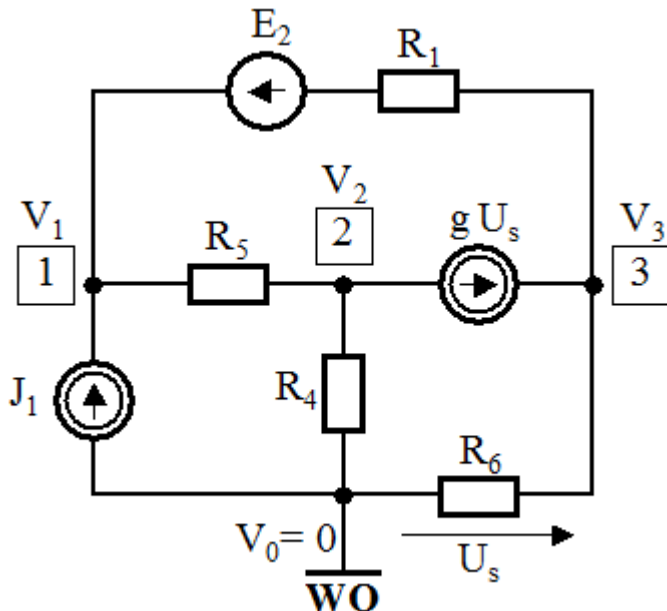


Prądowe Prawo Kirchhoffa



Można je również zapisać jako bilans prądów dopływających do węzła i odpływających z węzła

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$$



Dla każdego obwodu można napisać dokładnie $n-1$ niezależnych równań prądowych, gdzie n oznacza całkowitą liczbę węzłów, a $(n-1)$ liczbę węzłów niezależnych.

Bilans prądów w pozostałym n -tym węźle obwodu wynika z równań prądowych napisanych dla $n-1$ węzłów (jest to węzeł zależny, zwany węzłem odniesienia).

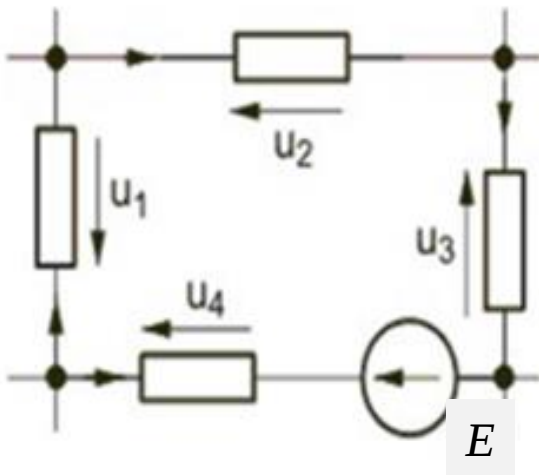
Wybór węzła odniesienia jest dowolny

Napięciowe Prawo Kirchhoffa

- Prawo napięciowe

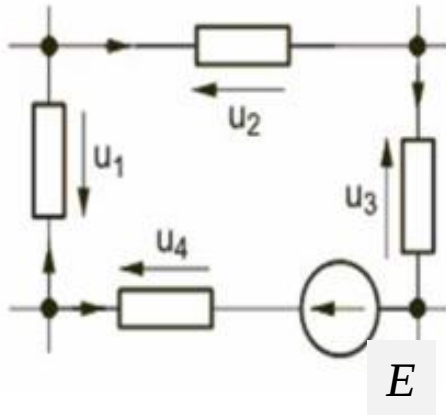
$$\sum_k u_k = 0$$

Prawo napięciowe oznacza, że suma wszystkich napięć źródłowych i odbiornikowych w obwodzie zamkniętym (tzw. oczku) wynosi zero.



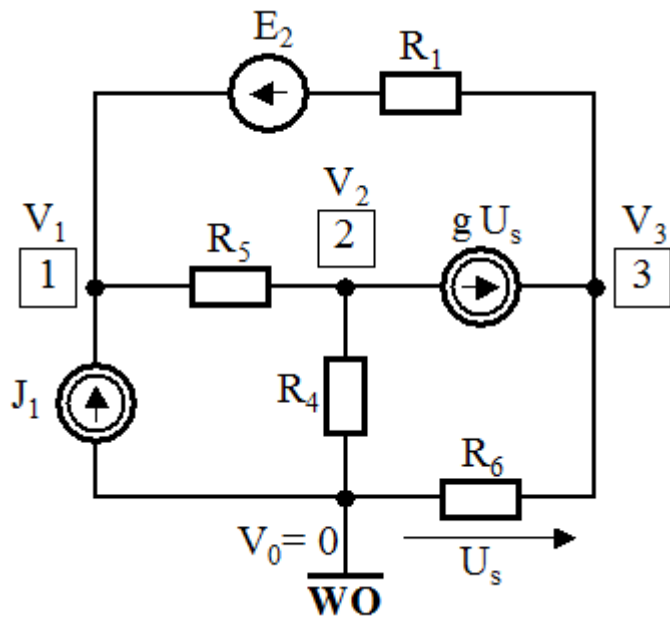
$$E + U_4 - U_1 - U_2 - U_3 = 0$$

Napięciowe prawo Kirchhoffa



To prawo można zapisać jako bilans napięć źródłowych i odbiornikowych w postaci

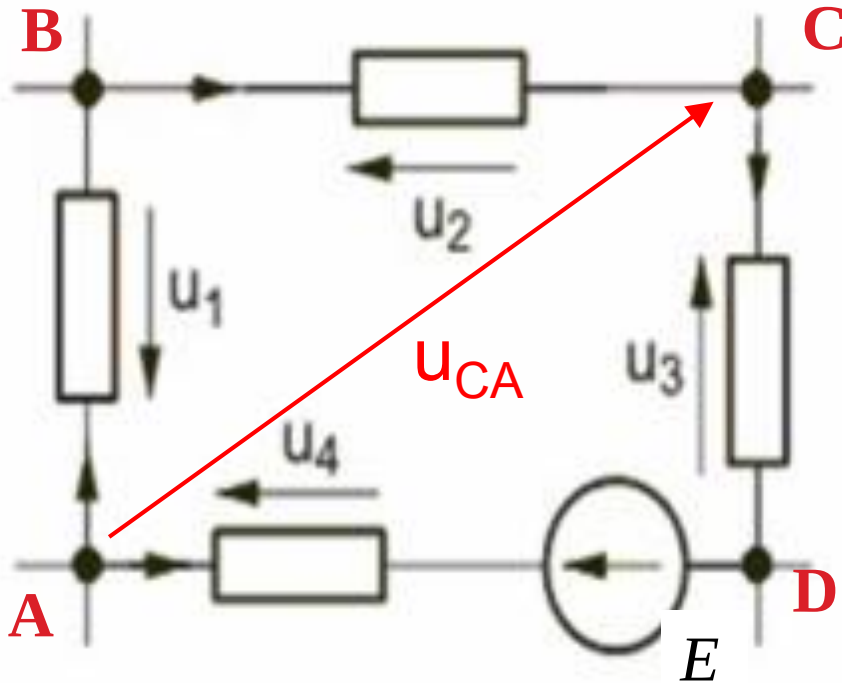
$$E = U_1 + U_2 + U_3 - U_4$$



Dla każdego obwodu można napisać tyle równań oczkowych, ile oczek wyodrębnimy w tym obwodzie, przy czym część równań oczkowych będzie równaniami zależnymi (wynikającymi z liniowej kombinacji innych równań).

Liczba równań oczkowych branych pod uwagę w analizie jest więc równa liczbie oczek niezależnych.

Napięciowe Prawo Kirchhoffa



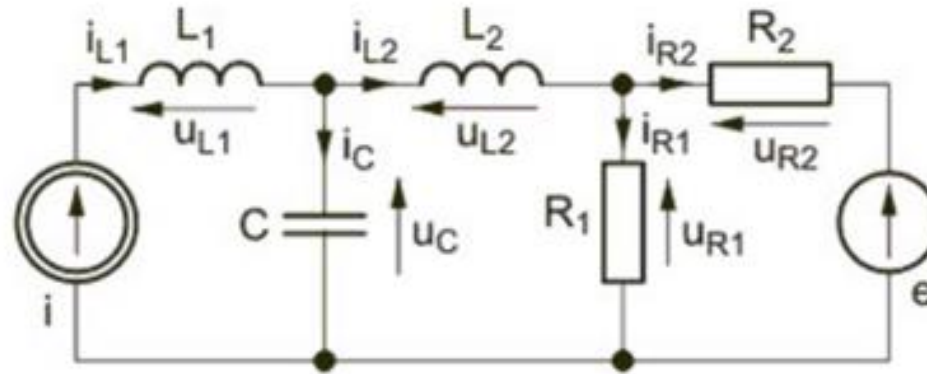
Można je również zapisać bilans napięć źródłowych i odbiornikowych w postaci

$$E + U_4 + U_{CA} - U_3 = 0$$

Lub

$$U_{CA} + U_2 + U_1 = 0$$

Przykład



• Równania prądowe:

$$i_{L1} - i_{L2} - i_C = 0$$

$$i_{L2} - i_{R1} - i_{R2} = 0$$

$$i_{L1} = i$$

• Równania napięciowe:

$$u_C - u_{L2} - u_{R1} = 0$$

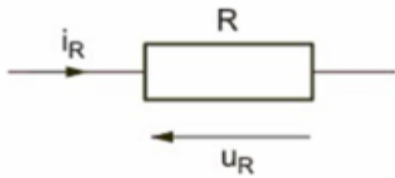
$$u_{R1} - u_{R2} - e = 0$$

Układ równań jest wystarczający do uzyskania wszystkich innych wielkości prądowych bądź napięciowych w obwodzie. Należy go jedynie uzupełnić o równania wiążące prąd i napięcie każdego elementu.

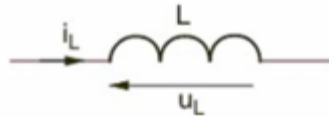
Po takim uzupełnieniu uzyskuje się pełny opis obwodu, a jego rozwiązanie pozwala wyznaczyć rozływ prądów i rozkład napięć w obwodzie.

pasywne

Elementy podsumowanie

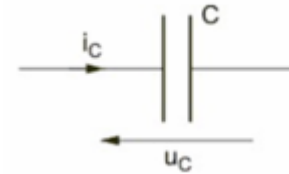


$$u_R = Ri_R$$



$$\Psi = Li_L$$

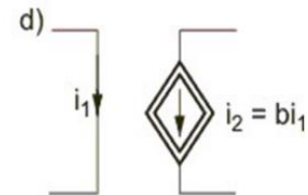
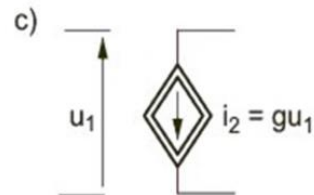
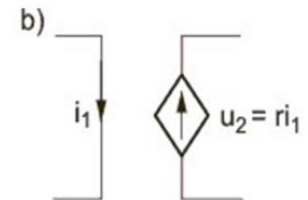
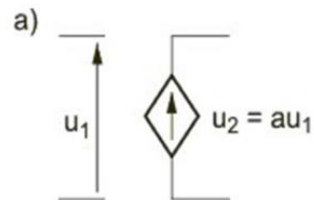
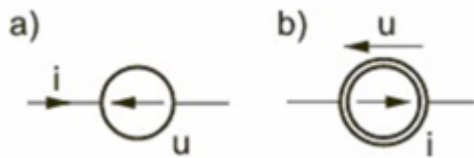
$$u_L = \frac{d\Psi}{dt} = L \frac{di_L}{dt}$$



$$q = Cu_C$$

$$i_C = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

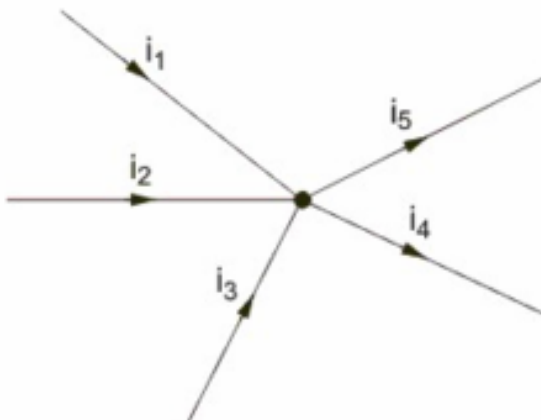
aktywne



Schematy graficzne źródeł sterowanych

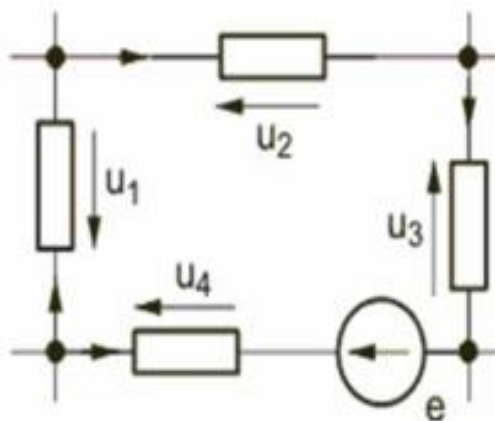
- Prawo prądowe

$$\sum_k i_k = 0$$



- Prawo napięciowe

$$\sum_k u_k = 0$$



Prawa Kirchhoffa

II prawo Kirchhoffa

Suma napięć w oczku wynosi zero

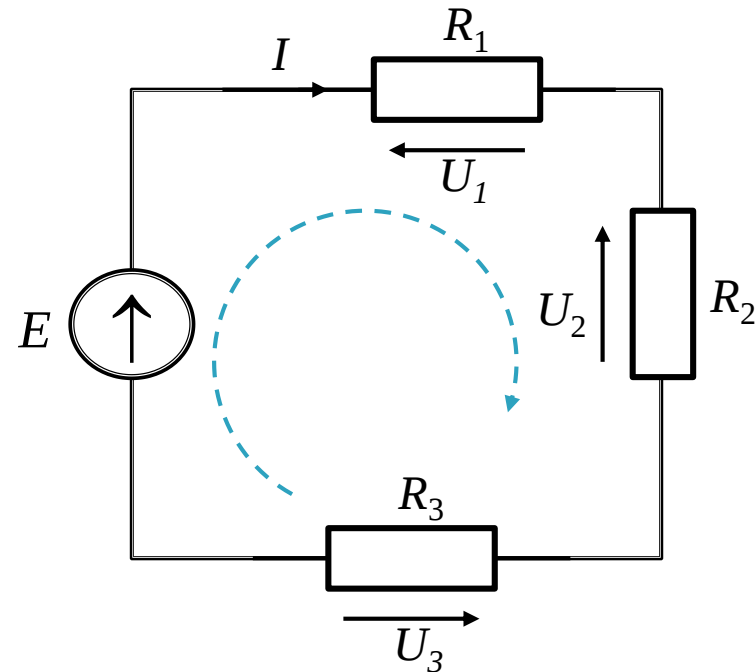
$$\sum_{k=1}^n u_k(t) = 0$$

Suma wszystkich napięć wynosi zero

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0$$

Suma wszystkich źródeł napięcia i spadków napięć wynosi zero

$$\sum_{k=1}^n (E_k, U_k) = 0$$



Równanie obwodu

$$E - U_1 - U_2 - U_3 = 0$$

Prawa Kirchhoffa

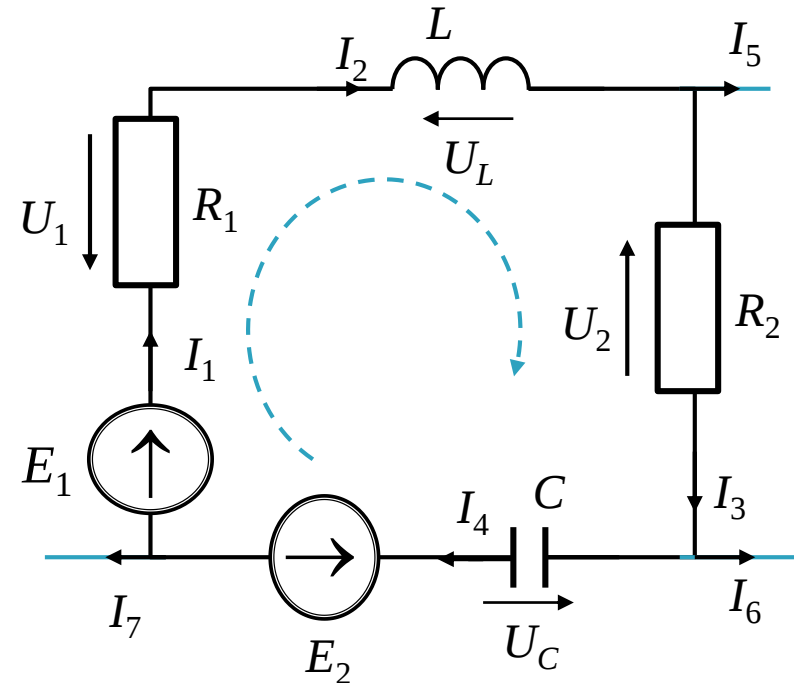
II prawo Kirchhoffa

Zapisując równanie wg drugiego prawa Kirchhoffa, korzystamy ze związków pomiędzy prądem i napięciami na poszczególnych elementach.

$$E_1 - R_1 I_1 - U_L - R_2 I_3 - U_C - E_2 = 0$$

Suma wszystkich źródeł napięcia i spadków napięć wynosi zero:

$$\sum_{k=1}^n (E_k, U_k) = 0$$



Prawa Kirchhoffa – Przykład 1

Oblicz prąd w obwodzie:

$$R_1 = 500 \, \Omega$$

$$R_2 = 1000 \, \Omega$$

$$R_3 = 3.5 \, \text{k}\Omega$$

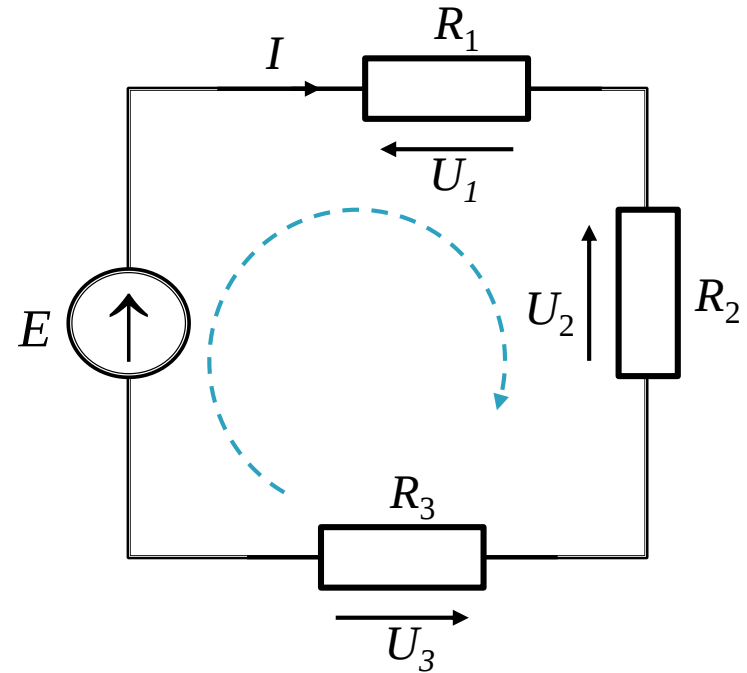
$$E = 230 \, \text{V}$$

Równanie napięciowe obwodu

$$E - U_1 - U_2 - U_3 = 0$$

$$E - R_1 I - R_2 I - R_3 I = 0$$

$$E - I(R_1 + R_2 + R_3) = 0$$



Wyznaczamy prąd:

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$I = \frac{230 \, [\text{V}]}{500 + 1000 + 3500 \, [\Omega]} = \frac{230}{5000} = 0.046 \, [\text{A}]$$

Prąd: $I = 0.046 \, [\text{A}] = 46 \, [\text{mA}]$

Prawa Kirchhoffa –Przykład 2

Oblicz prąd i napięcia w obwodzie:

$$E=24 \text{ [V]}$$

$$R = 3000 \, \Omega$$

$$C = 1 \text{ mF}$$

$$L = 2 \text{ mH}$$

Układamy równanie dla obwodu

Wyznaczamy prąd:

$$E - U_L - U_R - U_C = 0$$

W przypadku występowania kondensatora (przerwy!) w obwodzie prąd nie będzie płynął, $I=0 \text{ [A]}$.

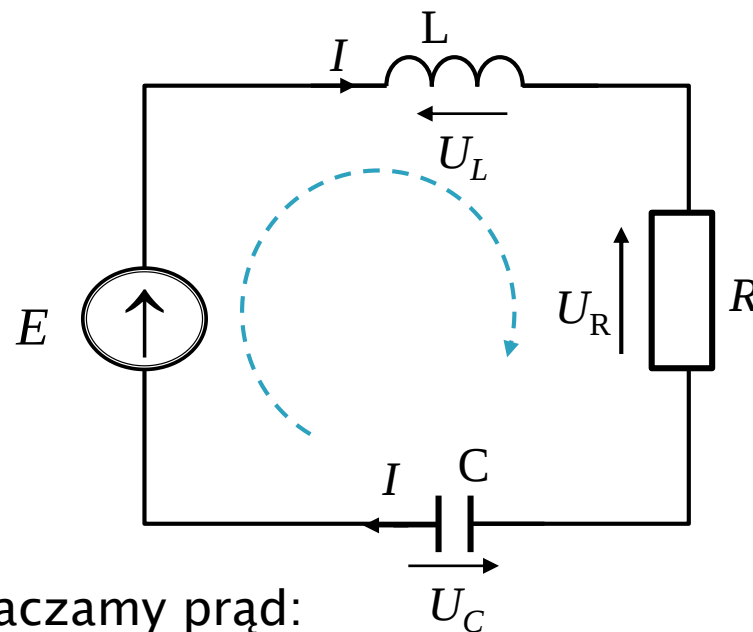
Wtedy

$$U_R = R I = 0 \text{ [V]} \text{ oraz } U_L = 0 \text{ [V]}$$

Wyznaczanie napięcia na kondensatorze:

$$E = R I + U_L + U_C = U_C$$

Napięcie na kondensatorze : $U_C = E = 24 \text{ [V]}$



Przekształcenia obwodów

W analizie obwodów elektrycznych ważną rolę odgrywa upraszczanie struktury obwodu, polegające na zastępowaniu wielu elementów połączonych szeregowo lub równoległe przez jeden element zastępczy.

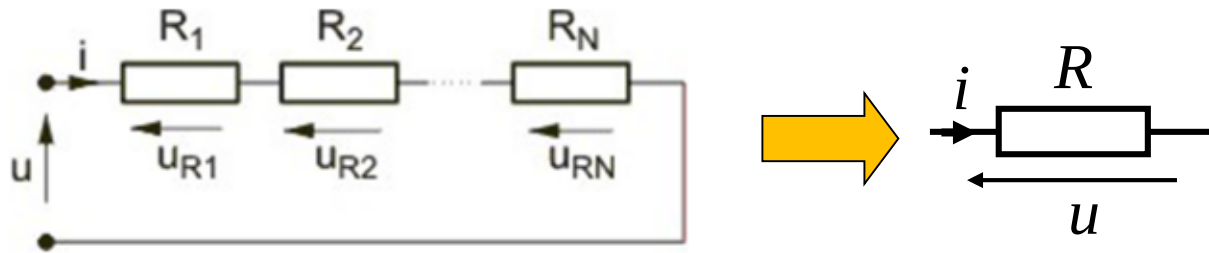
Umożliwia to zmniejszenie liczby równań w opisie obwodu i uproszczenie etapu rozwiązania tych równań.

Wyróżnić można cztery podstawowe rodzaje połączeń elementów, do których stosuje się przekształcenie. Są to:

- połączenie szeregowe
- połączenie równoległe
- połączenie gwiazdowe
- połączenie trójkątne.

Połączenie szeregowe

W **połączeniu szeregowym** elementów koniec jednego elementu jest bezpośrednio połączony z początkiem następnego.



Połączenie szeregowe elementów

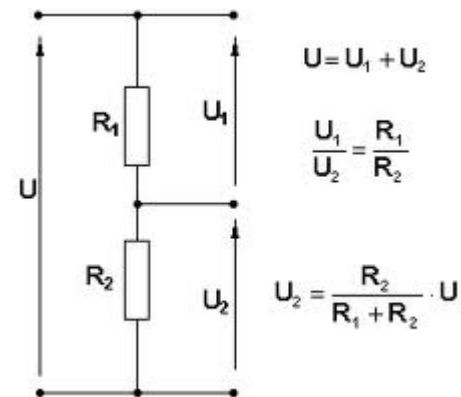
Równanie obwodu

$$u = (R_1 + R_2 + \dots + R_N) i$$

Rezystancja zastępcza

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

Dzielnik napięcia



Połączenie szeregowe

Rezystancja zastępcza

Bilans napięć

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

Z prawa Ohma dla i -tej rezystancji mamy

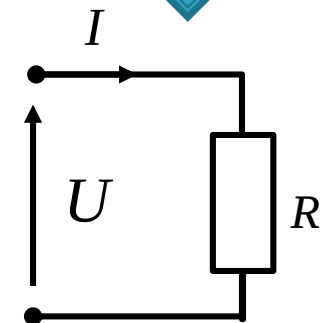
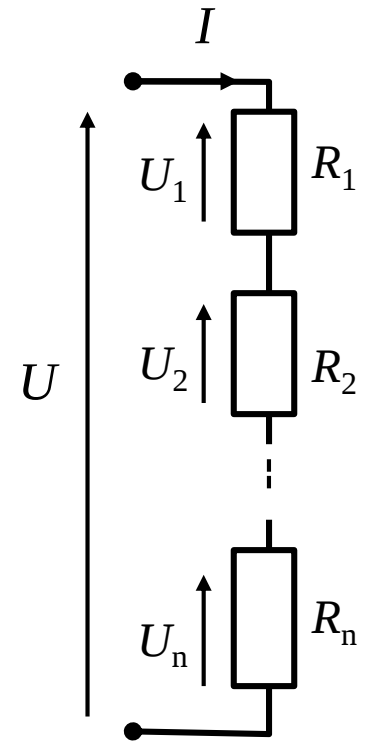
$U_i = R_i I$ można zapisać bilans jako

$$U = R_1 I + R_2 I + \dots + R_n I$$

Rezystancja z (definicji) prawa Ohma wynosi U/I , czyli

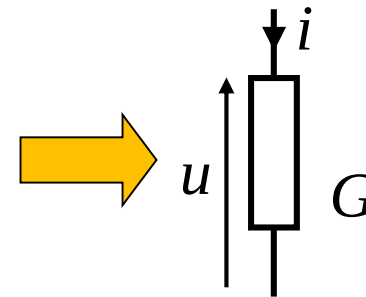
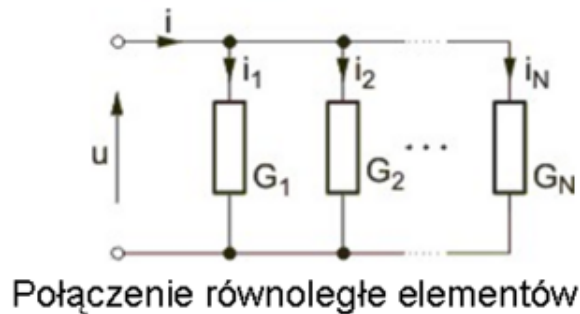
$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i$$

Rezystancja zastępcza połączenia szeregowego jest równa sumie rezystancji



Połączenie równoległe

W połączeniu równoległym początki i końce wszystkich elementów są ze sobą bezpośrednio połączone, jak to pokazano dla elementów rezystancyjnych na rysunku.



Równanie obwodu

$$i = (G_1 + G_2 + \dots + G_N)u$$

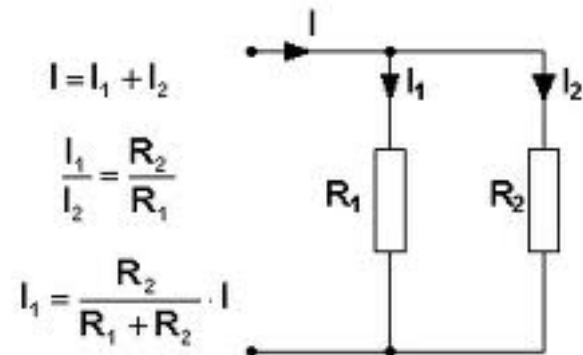
Konduktancja zastępcza

$$G = G_1 + G_2 + \dots + G_N$$

Dla 2 rezystorów

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Dzielnik prądu



Połączenie równoległe

Rezystancja zastępcza

Bilans prądów z pierwszego prawa Kirchhoffa

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

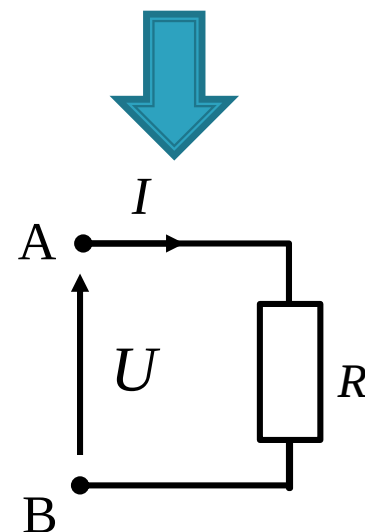
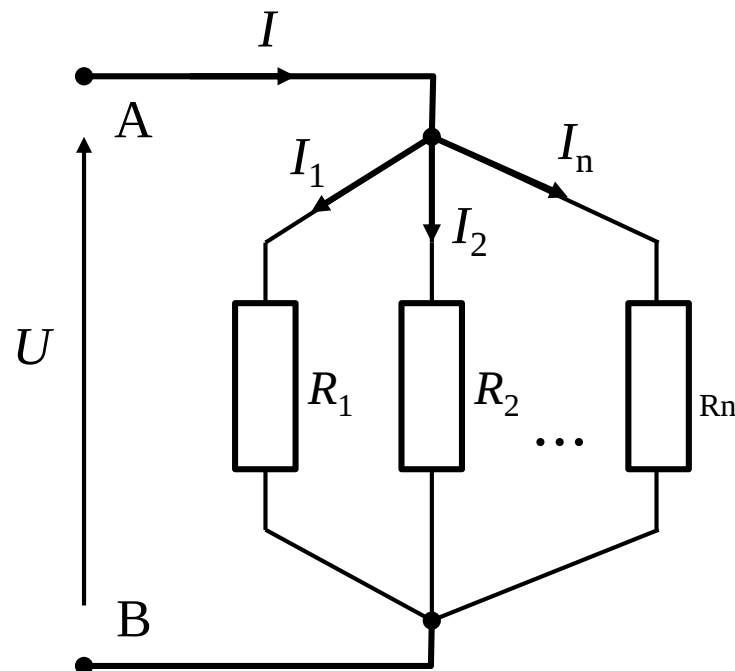
Z prawa Ohma dla i -tej rezystancji mamy $I_i = U_i / Z_i$ można zapisać bilans jako

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n}$$

Konduktancja prawa Ohma wynosi U/I , czyli

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_n}$$

Odwrotność rezystancji zastępczej połączenia równoległego jest równa sumie odwrotności ich rezystancji



Połączenie równoległe dwóch rezystancji

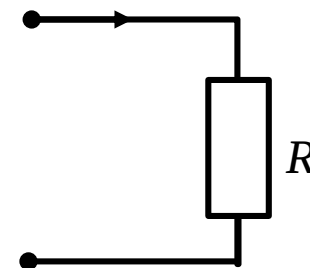
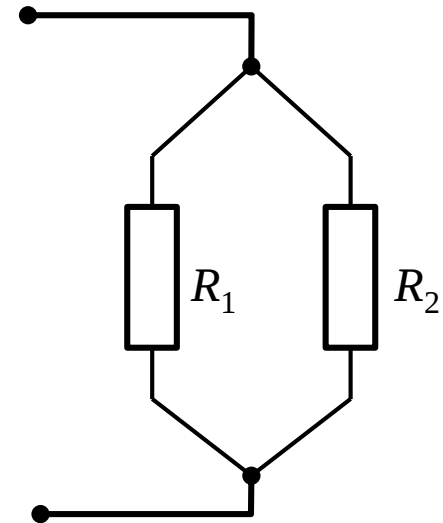
$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Po przekształceniu **rezystancja zastępcza** ma postać

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Po przekształceniu **konduktancja** ma postać

$$G = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

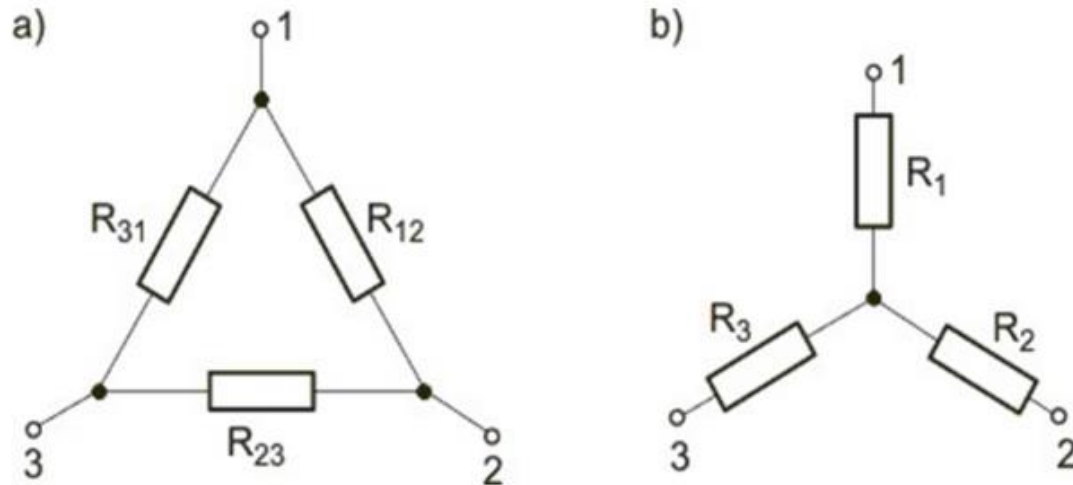


Transfiguracja gwiazda-trójkąt i trójkąt - gwiazda

Redukcja obwodu polega na zastąpieniu połączenia szeregowego i równoległego elementów ich uproszczonym schematem zastępczym.

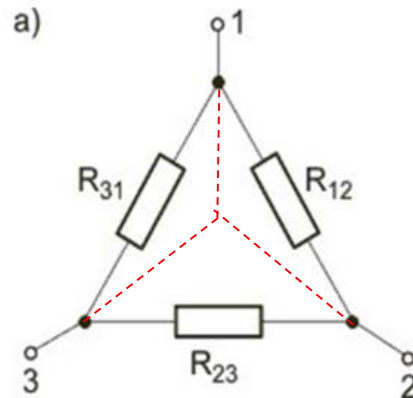
Gdy nie ma elementów połączonych szeregowo czy równolegle możliwe jest dalsze uproszczenie przez zastosowanie

przekształcenia gwiazda→trójkąt lub trójkąt→gwiazda



Połączenie a) trójkątne i b) gwiazdowe elementów

Transfiguracja gwiazda-trójkąt i trójkąt - gwiazda

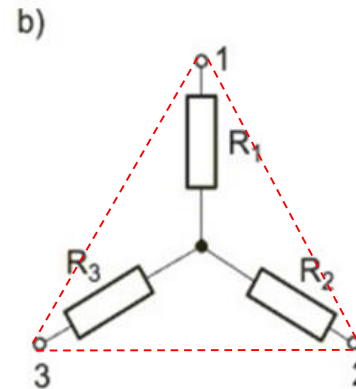


$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}$$

gwiazda $\rightarrow$ trójkąt



$$R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

trójkąt $\rightarrow$ gwiazda

Moc (czynna)

Dla napięcia i prąd stałego moc czynną P wyznacza się wg:

$$P = U I$$

Dla napięcia $U = R I$, inna postać wzoru na moc:

$$P = U I = R I * I = R I^2$$

Jednostką mocy jest **wat** [W]

Bilans mocy

Bilans mocy polega na równości między mocą oddaną przez źródła mocą pobraną przez odbiorniki.

$$\sum_{odb} P = \sum_{\acute{z}r} P$$

Moc odbiornika obliczamy

$$P_{odb} = R I^2$$

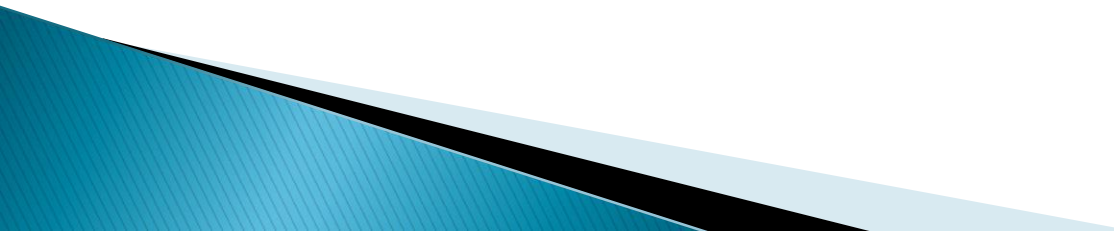
Moc źródła obliczamy

$$P_{\acute{z}r} = U I$$

Obliczając moc źródeł uwzględniamy kierunek źródła i bierzemy plus jeżeli kierunek napięcia i prądu są zgodne i znak minus jeżeli znaki napięcia i prądu przeciwne.

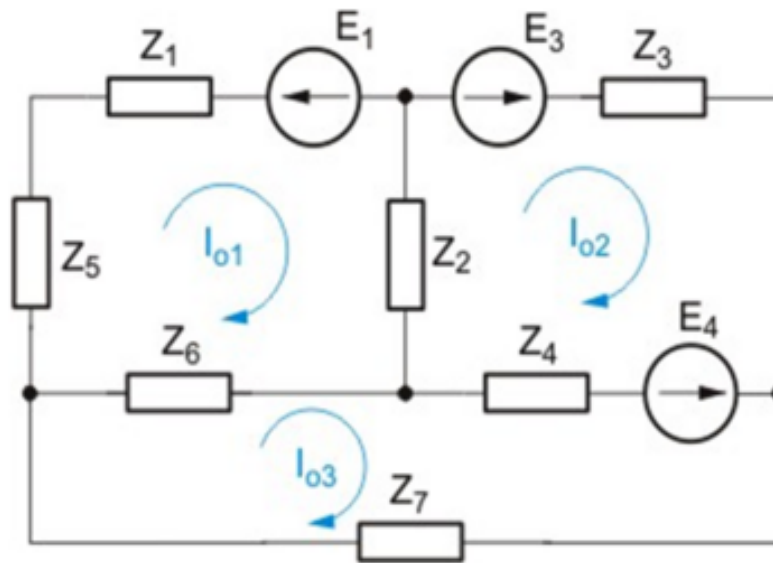
Metody analizy złożonych obwodów RLC
w stanie ustalonym przy wymuszeniu sinusoidalnym (cd)

Metoda potencjałów węzłowych
Metoda prądów oczkowych



Metoda prądów oczkowych (m. oczkowa)

W metodzie prądów oczkowych, zwanej również **metodą oczkową**, wprowadza się prądy oczkowe jako zmienne, czyli prądy przypisane niezależnym oczkom występującym w obwodzie. Przykładowy wybór oczek niezależnych i oznaczenie prądów oczkowych obwodu przedstawiono na rysunku.



Przykład wyboru oczek niezależnych w obwodzie

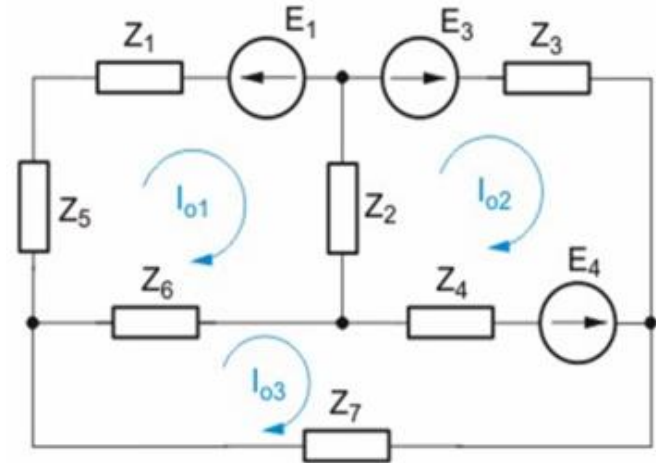
Opis oczkowy

Opis macierzowy ogólny

$$\mathbf{Z}\mathbf{I}_o = \mathbf{E}$$

Równanie rozszerzone

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \dots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{o1} \\ I_{o2} \\ \dots \\ I_{oN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{o1} \\ E_{o2} \\ \dots \\ E_{oN} \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \dots & Z_{NN} \end{bmatrix}$$

macierz oczkowa
(impedancji oczkowych)

$$\mathbf{I}_o = \begin{bmatrix} I_{o1} \\ I_{o2} \\ \dots \\ I_{oN} \end{bmatrix}$$

wektor prądów oczkowych

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_{o1} \\ E_{o2} \\ \dots \\ E_{oN} \end{bmatrix}$$

wektor napięć wymuszających

Opis oczkowy cd.

Opis oczkowy wynika z równań napięciowych Kirchhoffa napisanych dla oczek niezależnych obwodu i wyrażeniu prądów gałęziowych przez prądy oczkowe. Prąd gałęzi jest równy sumie lub różnicy (w zależności od zwrotu) prądów oczkowych skojarzonych z daną gałęzią.

Elementy Z_{ii} położone na diagonalu macierzy $\mathbf{Z}$ nazywamy **impedancjami własnymi oczka i -tego**.

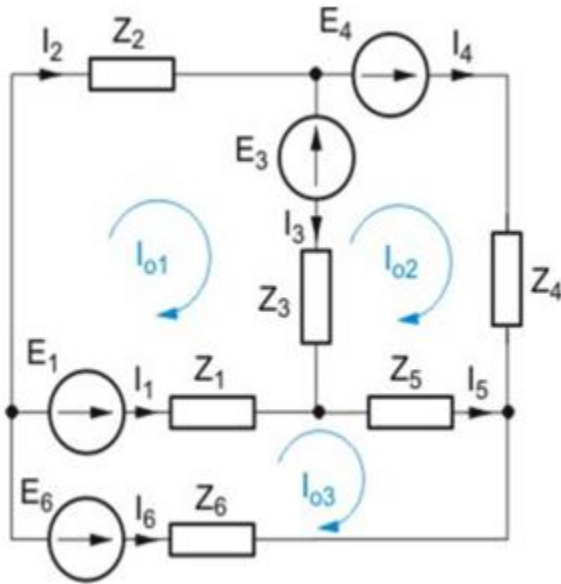
Przy założeniu, że wszystkie prądy oczkowe mają taki sam zwrot, dla obwodów bez źródeł sterowanych impedancja własna oczka i -tego jest równa sumie impedancji wszystkich gałęzi występujących w oczku.

Elementy Z_{ij} położone poza główną diagonalą są **impedancjami wzajemnymi** między oczkiem i -tym oraz j -tym. Impedancja wzajemna dwu oczek przy identycznym zwrocie wszystkich prądów oczkowych jest równa impedancji wspólnej dla obu oczek wziętej ze znakiem minus.

Impedancja wzajemna oczka i -tego oraz j -tego jest taka sama jak oczka j -tego oraz i -tego, tzn. $Z_{ij} = Z_{ji}$. Macierz $\mathbf{Z}$ jest więc macierzą symetryczną.

Element k -ty wektora wymuszeń napięciowych $\mathbf{E}$ jest równy sumie wszystkich napięć źródłowych występujących w k -tym oczku. Przy założonej orientacji oczka, napięcie źródłowe dodaje się ze znakiem plus, jeśli jego zwrot jest identyczny z tą orientacją, a ze znakiem minus, jeśli ten zwrot jest przeciwny.

Metoda prądów oczkowych - przykład

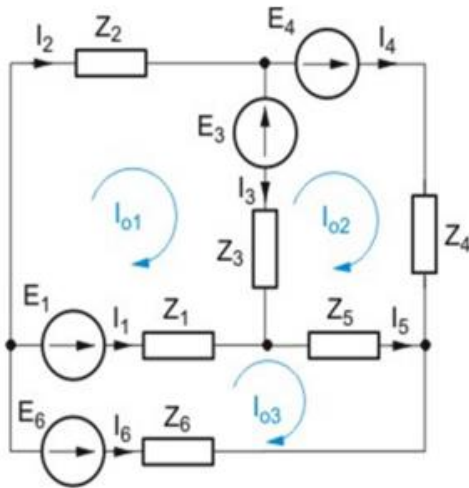


Dla podanego obwodu napisać równanie prądów oczkowych przy założeniu układu oczek niezależnych jak na rysunku.

Obwód zawiera 3 oczka niezależne, stąd wymiar macierzy oczkowej jest równy 3, podobnie jak liczba nieznanych składników wektora prądów oczkowych oraz liczba znanych składników wektora napięć wymuszających.

$$\begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 + Z_3 & -Z_3 & -Z_1 \\ -Z_3 & Z_3 + Z_4 + Z_5 & -Z_5 \\ -Z_1 & -Z_5 & Z_1 + Z_5 + Z_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{o1} \\ I_{o2} \\ I_{o3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E_1 - E_3 \\ E_3 + E_4 \\ E_1 - E_6 \end{bmatrix}$$

Metoda prądów oczkowych – przykład cd.



$$\begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 + Z_3 & -Z_3 & -Z_1 \\ -Z_3 & Z_3 + Z_4 + Z_5 & -Z_5 \\ -Z_1 & -Z_5 & Z_1 + Z_5 + Z_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{o1} \\ I_{o2} \\ I_{o3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E_1 - E_3 \\ E_3 + E_4 \\ E_1 - E_6 \end{bmatrix}$$

Rozwiązanie:

Prądy oczkowe

Prądy gałęziowe

$$\mathbf{I}_o = \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{E}$$

$$I_1 = I_{o3} - I_{o1}$$

$$I_2 = I_{o1}$$

$$I_3 = I_{o1} - I_{o2}$$

$$I_4 = I_{o2}$$

$$I_5 = I_{o3} - I_{o2}$$

$$I_6 = -I_{o3}$$

Metoda prądów oczkowych – uwagi końcowe

Metoda prądów oczkowych wymaga rozwiązania układu N równań, gdzie N oznacza liczbę oczek niezależnych.

Liczba oczek jest zwykle dużo mniejsza niż liczba gałęzi obwodu, stąd metoda prądów oczkowych jest dużo bardziej efektywna niż metoda klasyczna wykorzystująca bezpośrednio prawa Kirchhoffa.

Metoda potencjałów węzłowych

Metoda potencjałów węzłowych, zwana również metodą węzłową, jest jedną z najogólniejszych i najczęściej stosowanych metod, pozwalających wyznaczyć prądy wszystkich gałęzi występujących w obwodzie.

Jako **zmienne** przyjmuje się w niej **potencjały poszczególnych węzłów** obwodu określone względem jednego arbitralnie wybranego węzła, uznanego za węzeł odniesienia („masy”), którego potencjał przyjmuje się za równy zero.

Liczba równań w tej metodzie jest równa liczbie węzłów niezależnych, a więc znacznie mniejsza niż w metodzie wykorzystującej bezpośrednio układ równań otrzymanych w wyniku zastosowania praw Kirchhoffa.

Metoda węzłowa wynika bezpośrednio z równań prądowych Kirchhoffa napisanych dla wszystkich węzłów niezależnych w obwodzie.

Prąd każdej gałęzi obwodu jest wyrażany za pomocą potencjałów węzłowych.

Opis węzłowy

Każdy obwód liniowy *RLC* może być opisany równaniem macierzowym potencjałów węzłowych postaci:

$$\mathbf{Y} \mathbf{V} = \mathbf{I}_{zr}$$

gdzie:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \dots & Y_{NN} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_{zr} = \begin{bmatrix} I_{zr1} \\ I_{zr2} \\ \dots \\ I_{zrN} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{Y}$ - macierz węzłowa (admitancyjna) o wymiarach $N \times N$,
gdzie N jest liczbą węzłów niezależnych w obwodzie,

$\mathbf{V}$ - jest wektorem niezależnych potencjałów węzłowych o wymiarze N ,

$\mathbf{I}_{zr}$ jest wektorem prądów źródłowych stanowiących wymuszenie.

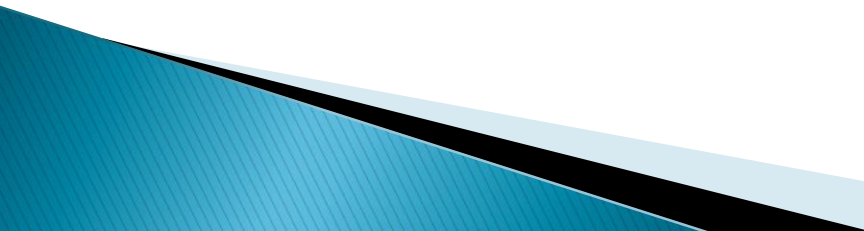
Opis węzłowy cd.

Elementy Y_{ii} położone na diagonalnej macierzy Y nazywane są **admitancjami własnymi** węzła i -tego. W przypadku obwodów RLC bez źródeł sterowanych admitancja własna węzła i -tego jest równa sumie admitancji wszystkich gałęzi włączonych w i -tym węźle.

Elementy Y_{ij} położone poza diagonalną są **admitancjami wzajemnymi** między węzłem i -tym oraz j -tym. **Admitancja wzajemna** dwu węzłów jest równa admitancji łączącej te węzły wziętej ze znakiem minus. Admitancja wzajemna węzła i -tego oraz j -tego jest taka sama jak węzła j -tego oraz i -tego, tzn. $Y_{ij} = Y_{ji}$.

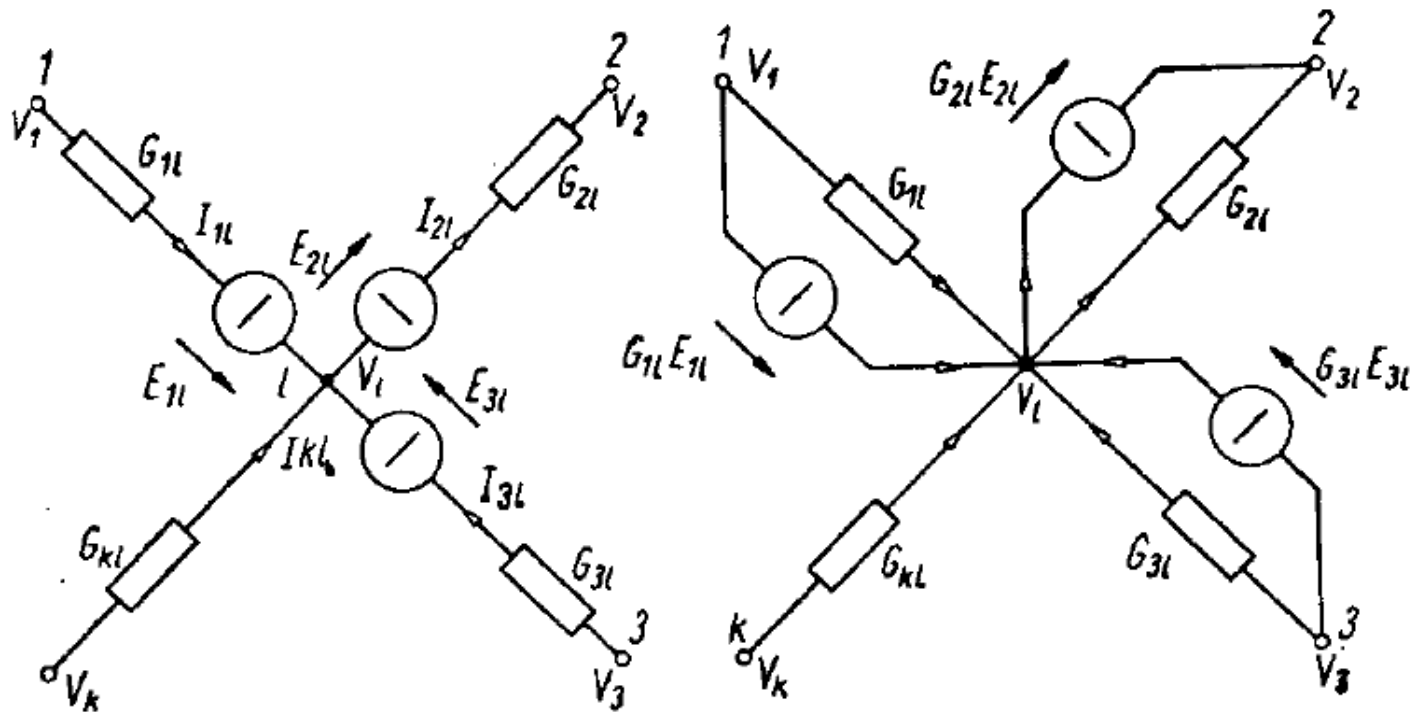
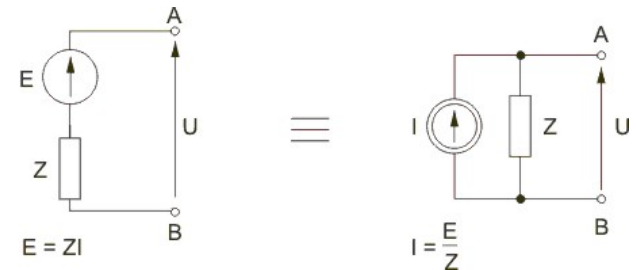
Macierz admitancyjna Y dla obwodów RLC bez źródeł sterowanych jest więc macierzą symetryczną.

Elementy wektora wymuszeń prądowych I_{zr} są równe sumie wszystkich prądów źródłowych wpływających do danego węzła, przy czym prąd źródłowy dopływający do węzła brany jest ze znakiem plus, a prąd wypływający z węzła ze znakiem minus.



Opis węzłowy cd.

Metoda potencjałów węzłowych dopuszcza istnienie w obwodzie jedynie źródeł wymuszających typu prądowego. Jeśli w obwodzie występują również źródła napięciowe, to należy je przekształcić w odpowiednie źródła prądowe, wykorzystując równoważność Thevenina - Nortona.



Rozwiązanie obwodu metodą węzłową

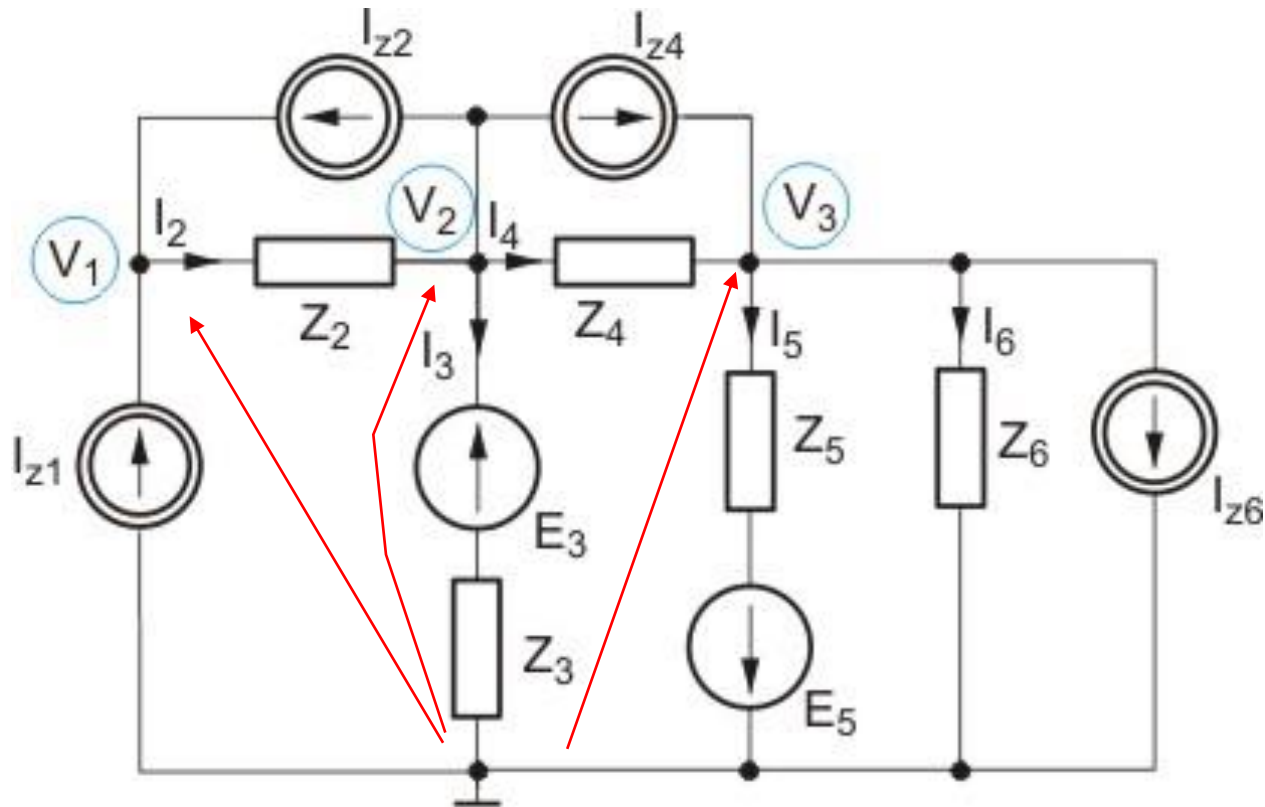
Analiza obwodów metoda węzłową wymaga wykonania następujących etapów:

- Opis obwodu równaniem macierzowym potencjałów węzłowych
(zmienne poszukiwane: wektor potencjałów $\mathbf{V}$)
- Rozwiązanie układu równań

$$\mathbf{Y} \mathbf{V} = \mathbf{I}_{zr} \rightarrow \mathbf{V} = \mathbf{Y}^{-1} \mathbf{I}_{zr}$$

- Określenie prądów gałęziowych z prawa napięciowego Kirchhoffa przy znanych potencjałach węzłowych: prąd gałęziowy jest równy iloczynowi admitancji elementu i napięcia na nim wyrażonego poprzez potencjały węzłowe.

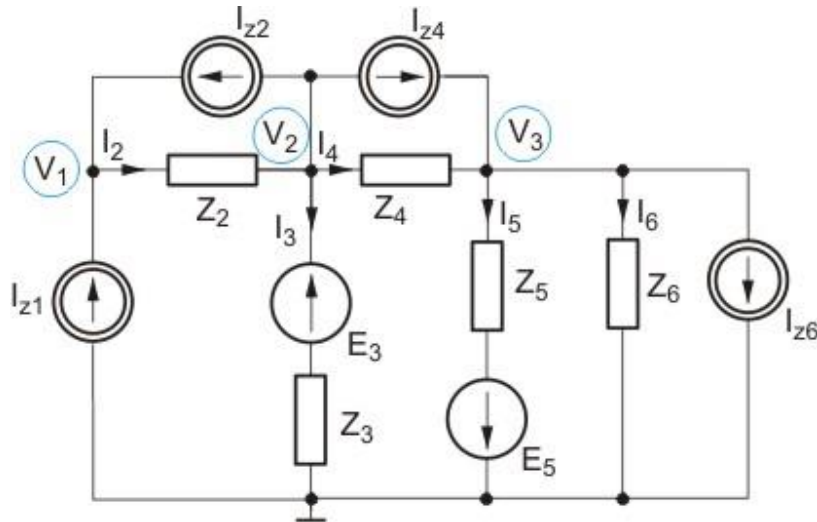
Metoda węzłowa – przykład



Obwód zawiera 3 niezależne węzły o potencjałach: V_1 , V_2 oraz V_3 , mierzonych względem węzła odniesienia, jak to oznaczono na rysunku.

Metoda węzłowa – przykład cd.

Oznaczając admitancje przez Y , gdzie $Y=1/Z$, otrzymuje się macierz potencjałów węzłowych $\mathbf{Y}$ oraz wektor prądów wymuszających $\mathbf{I}_{zr}$.



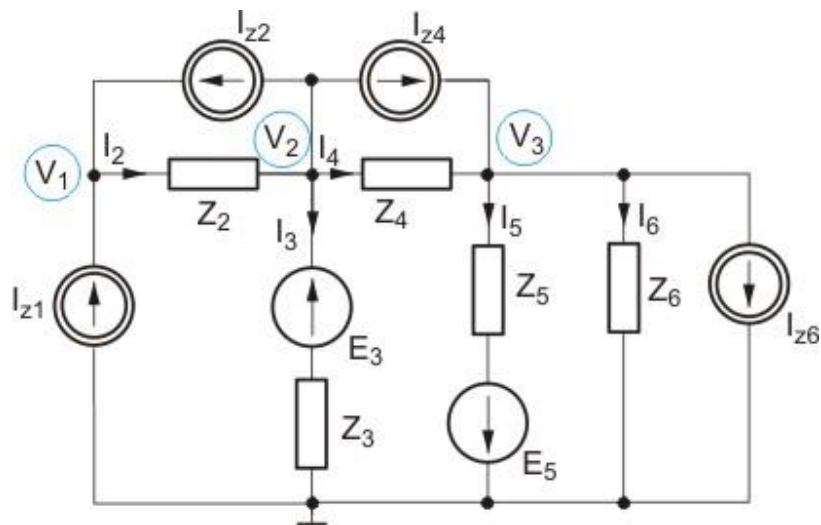
$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_2 & -Y_2 & 0 \\ -Y_2 & Y_2 + Y_3 + Y_4 & -Y_4 \\ 0 & -Y_4 & Y_4 + Y_5 + Y_6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_{zr} = \begin{bmatrix} I_{z1} + I_{z2} \\ E_3 Y_3 - I_{z2} - I_{z4} \\ I_{z4} - I_{z6} - E_5 Y_5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{YV} = \mathbf{I}_{zr}$$

Metoda węzłowa – przykład cd.

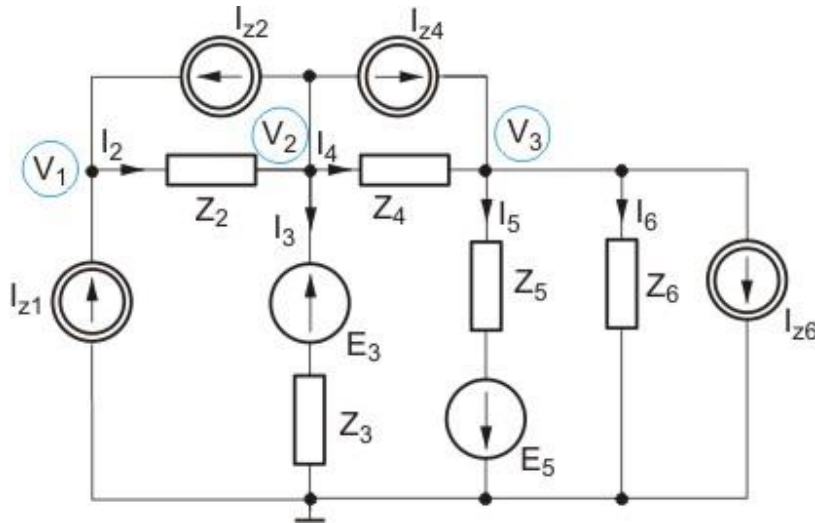


Równanie potencjałów węzłowych

$$\mathbf{YV} = \mathbf{I}_{zr}$$

$$\begin{bmatrix} Y_2 & -Y_2 & 0 \\ -Y_2 & Y_2 + Y_3 + Y_4 & -Y_4 \\ 0 & -Y_4 & Y_4 + Y_5 + Y_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{z1} + I_{z2} \\ E_3 Y_3 - I_{z2} - I_{z4} \\ I_{z4} - I_{z6} - E_5 Y_5 \end{bmatrix}$$

Metoda węzłowa – przykład (rozwiązanie)



Na podstawie obliczonych wartości napięć węzłowych obwodu można, korzystając z prawa napięciowego Kirchhoffa dla poszczególnych gałęzi obwodu, wyznaczyć prądy gałęziowe. Wystarczy w tym celu zastosować prawo Ohma, jeśli gałąź zawiera jedynie element pasywny, lub równanie napięciowe Kirchhoffa dla gałęzi szeregowej zawierającej źródło napięcia i element pasywny.

Wektor potencjałów węzłowych

$$\mathbf{V} = \mathbf{Y}^{-1} \mathbf{I}_{zr}$$

Prądy gałęziowe

$$I_2 = Y_2(V_1 - V_2)$$

$$I_3 = Y_3(V_2 - E_3)$$

$$I_4 = Y_4(V_2 - V_3)$$

$$I_5 = Y_5(V_3 + E_5)$$

$$I_6 = Y_6 V_3$$

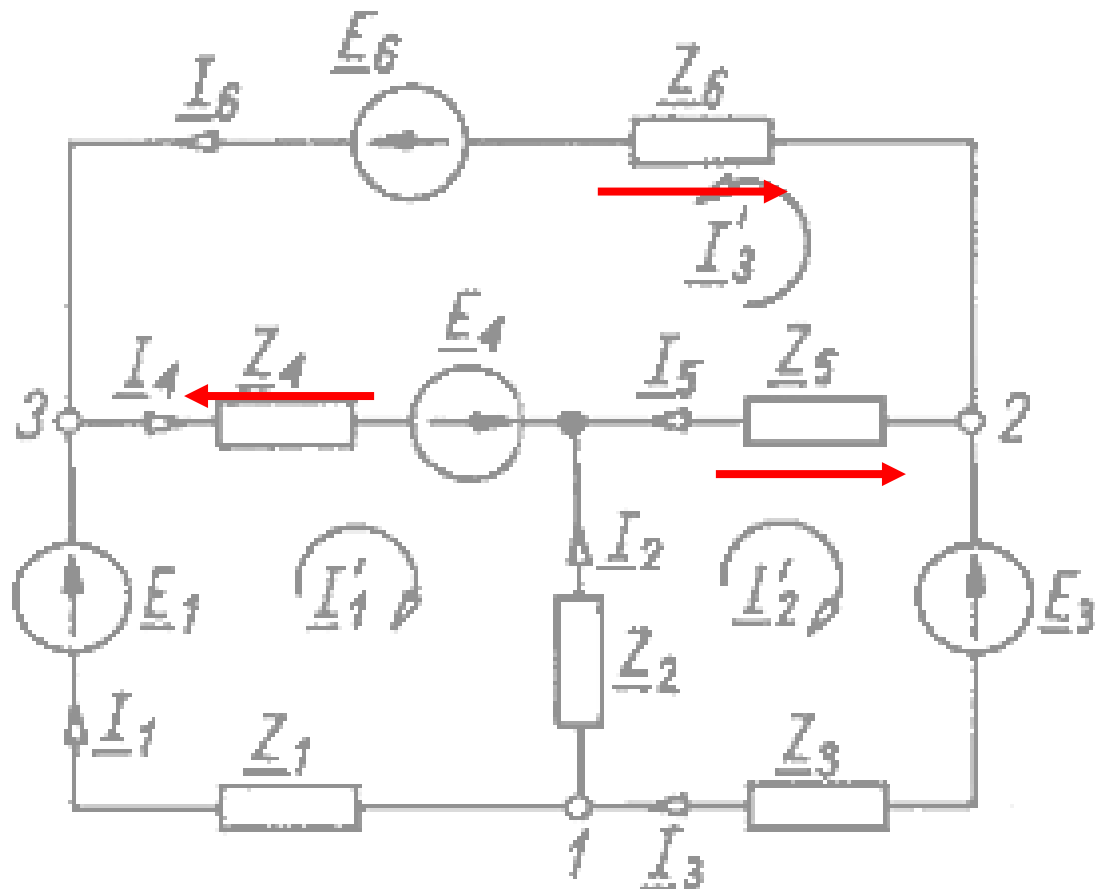
Metoda węzłowa – uwagi końcowe

Metoda potencjałów węzłowych wymaga rozwiązania układu N równań, gdzie N jest liczbą węzłów niezależnych. Zwykle liczba węzłów jest dużo mniejsza niż liczba gałęzi obwodu.

Dla obwodu zawierającego jedynie elementy RLC oraz źródła prądowe opis tworzy się automatycznie bez pisania równań Kirchhoffa. Źródła napięciowe przetwarza się na prądowe korzystając z równoważności Thevenina–Nortona.

Przy wystąpieniu źródeł sterowanych opis admitancyjny powstaje jako uporządkowany zbiór równań wynikających z prawa prądowego Kirchhoffa, w których wszystkie prądy gałęziowe są wyrażane przez potencjały węzłowe i wartości źródeł wymuszających a macierz admitancyjna Y wynika z uporządkowania macierzowego powstałego układu równań.

Metody analizy złożonych obwodów RLC w stanie ustalonym przy wymuszeniu sinusoidalnym



Metoda równań Kirchhoffa

W metodzie tej wykorzystuje się w bezpośredniej formie prawo prądowe i napięciowe Kirchhoffa uzupełnione o równania symboliczne, opisujące poszczególne elementy obwodu. W efekcie zastosowania praw Kirchhoffa otrzymuje się układ równań algebraicznych o zespolonych współczynnikach.

Jeśli założymy, że obwód ma b gałęzi i n węzłów, to w równaniach opisujących obwód wykorzystuje się $(n-1)$ równań pochodzących z prawa prądowego Kirchhoffa (PPK).

Pozostałe $(b-n+1)$ równań wynika z prawa napięciowego Kirchhoffa (NPK) dla $(b-n+1)$ dowolnie wybranych niezależnych oczek (*oczka uważa się za niezależne, jeśli równania napięciowe opisujące je są od siebie niezależne*) w obwodzie.

Z powyższych rozważań wynika, że w metodzie klasycznej wykorzystującej bezpośrednio prawa Kirchhoffa, istnieje potrzeba rozwiązania układu b równań z b niewiadomymi. Jest to więc metoda złożona obliczeniowo, zwłaszcza jeśli weźmie się pod uwagę, że wszystkie równania są zespolone.

W efekcie metode tę stosuje się głównie w przypadku obwodów o małej liczbie elementów.

Metoda równań Kirchhoffa - przykład

Stosując równania Kirchhoffa obliczyć wszystkie prądy i napięcia w obwodzie przedstawionym na rysunku.

Przyjąć następujące wartości parametrów obwodu:

$$R=2 \Omega, C=0,5F, L=1H, \omega=1 \text{ rad/s}$$

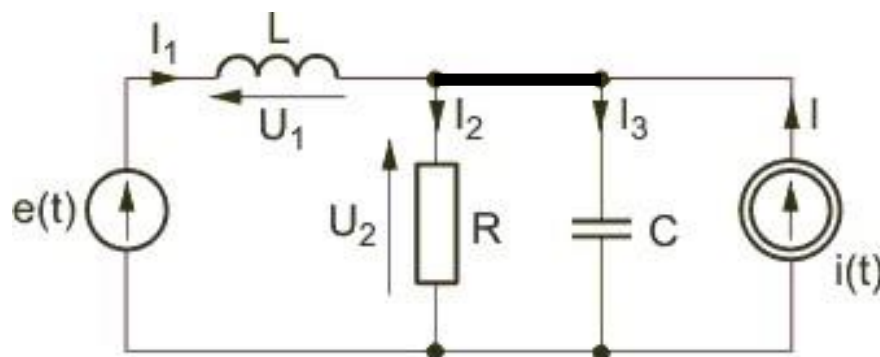
$$e(t) = 10\sqrt{2} \sin(at) \quad i(t) = 5 \sin(at - 45^\circ)$$

Rozwiązanie:

$$E = 10e^{j0} = 10 \quad I = \frac{5}{\sqrt{2}} e^{-j45^\circ}$$

$$Z_L = j\omega L = j1 \quad Z_C = -j\frac{1}{\omega C} = -j2$$

$$\begin{cases} E - Z_L I_1 - R I_2 = 0 \\ I + I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ I_2 R - Z_C I_3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} jI_1 + 2I_2 = 10 \\ I_1 - I_2 - I_3 = -\frac{5}{\sqrt{2}} e^{-j45^\circ} \\ 2I_2 + j2I_3 = 0 \end{cases}$$



$$I_1 = 10 + j5 = 11,18e^{j26,5^\circ} \quad i_1(t) = 11,18\sqrt{2} \sin(at + 26,5^\circ)$$

$$I_2 = 7,5 - j5 = 9,01e^{-j33,7^\circ} \quad i_2(t) = 9,01\sqrt{2} \sin(at - 33,7^\circ)$$

$$I_3 = 5 + j7,5 = 9,01e^{j56,3^\circ} \quad i_3(t) = 9,01\sqrt{2} \sin(at + 56,3^\circ)$$

$$U_1 = Z_L I_1 = 11,18e^{j116,5^\circ} \quad u_1(t) = 11,18\sqrt{2} \sin(at + 116,5^\circ)$$

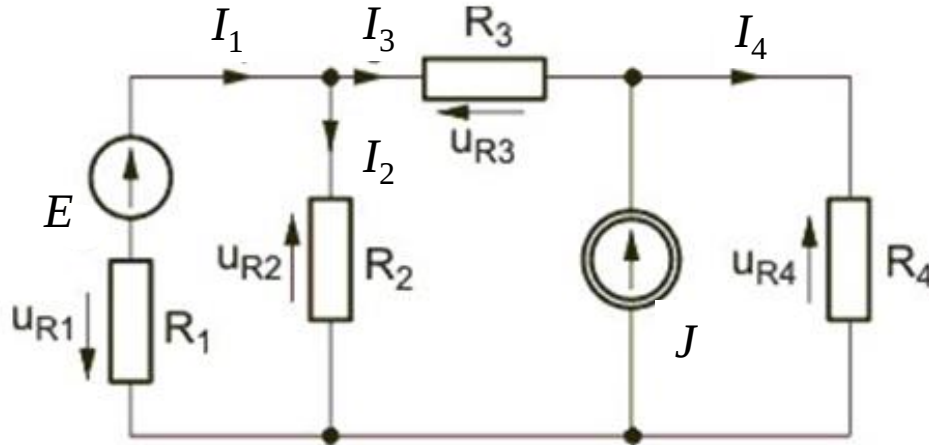
$$U_2 = R I_2 = 18,02e^{-j33,7^\circ} \quad u_2(t) = 18,02\sqrt{2} \sin(at - 33,7^\circ)$$

Zadanie

Stosując prawa Kirchhoffa wyznaczyć prądy w obwodzie na rysunku jeśli:

$R_1=1\ [\Omega]$, $R_2=5\ [\Omega]$, $R_3=10\ [\Omega]$, $R_4=4\ [\Omega]$,

a wartości źródeł są następujące: $E=10\ [V]$, $J=5\ [A]$



Korzystając z praw Kirchhoffa otrzymuje się układ równań opisujących obwód w postaci

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$-I_3 + I_4 = J$$

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 = E$$

$$R_2 I_2 - R_3 I_3 - R_4 I_4 = 0$$

Po wstawieniu wartości liczbowych parametrów i rozwiązaniu układu równań otrzymuje się:

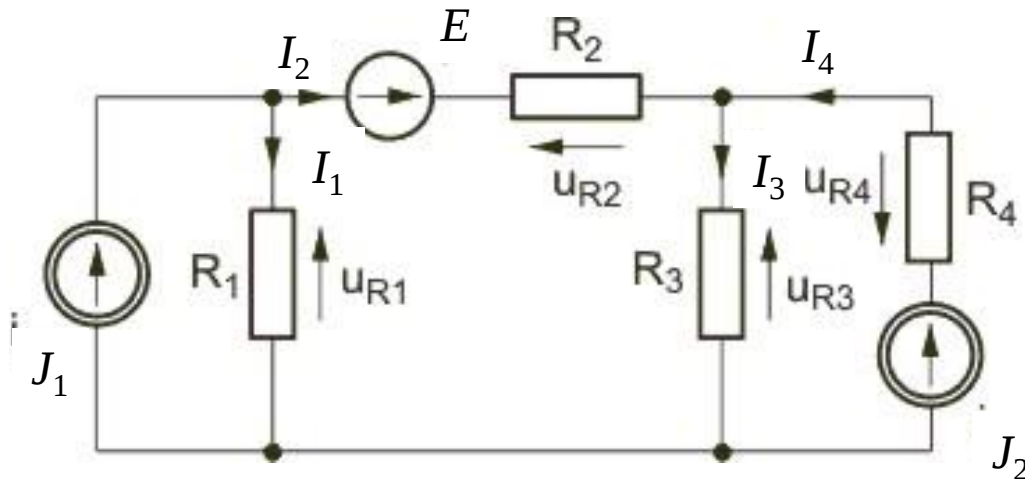
$$I_1 = 1.011\ [A],\ I_2 = 1.798\ [A],\ I_3 = -0.786\ [A],\ I_4 = 4.214\ [A]$$

Zdanie

Stosując prawa Kirchhoffa wyznaczyć prądy w obwodzie na rysunku jeśli:

$R_1=1\ [\Omega]$, $R_2=2\ [\Omega]$, $R_3=5\ [\Omega]$, $R_4=5\ [\Omega]$,

a wartości źródeł są następujące: $E=20\ [V]$, $J_1=1\ [A]$, $J_2=2\ [A]$



Korzystając z praw Kirchhoffa otrzymuje się układ równań opisujących obwód w postaci

$$I_1 + I_2 = J_1$$

$$I_2 - I_3 = -J_2$$

$$R_1 I_1 - R_2 I_2 - R_3 I_3 = -E$$

$$I_4 = J_2$$

Po wstawieniu wartości liczbowych parametrów i rozwiązaniu układu równań otrzymuje się:

$$I_1 = -0.375\ [A],\ I_2 = 1.375\ [A],\ I_3 = 3.375\ [A],\ I_4 = 2\ [A]$$

Przykład 3

Oblicz moc odbiorników w obwodzie

$$E=110 \text{ [V]}$$

$$R_1 = 1200 \, \Omega$$

$$R_2 = 800 \, \Omega$$

Układamy równanie napięć i prądu dla obwodu

$$E = U_1 + U_C$$

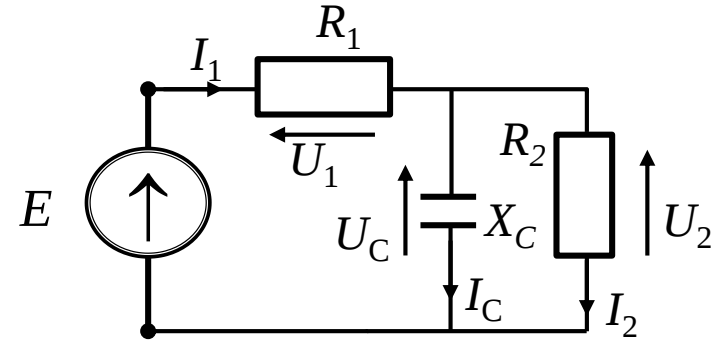
$$0 = U_C - U_2$$

$$I_1 = I_C + I_2$$

Jednak $I_C = 0$ (kondensator jest przerwą), wtedy

$$I_1 = I_2$$

Moc całkowita $P = P_1 + P_2$



Równanie napięć dla obwodu

$$E = U_1 + U_2 = (R_1 + R_2) I_1 = R I_1$$

Rezystancja zastępcza

$$R = R_1 + R_2 = 1200 + 800 = 2000 \text{ [}\Omega\text{]}$$

Wyznaczamy prąd I_1 :

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{E}{R} = \frac{110}{2000} = 0,055 \text{ [A]}$$

Wyznaczamy moc odbiorników

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 1200 \cdot (0.055)^2 = 3.63 \text{ [W]}$$

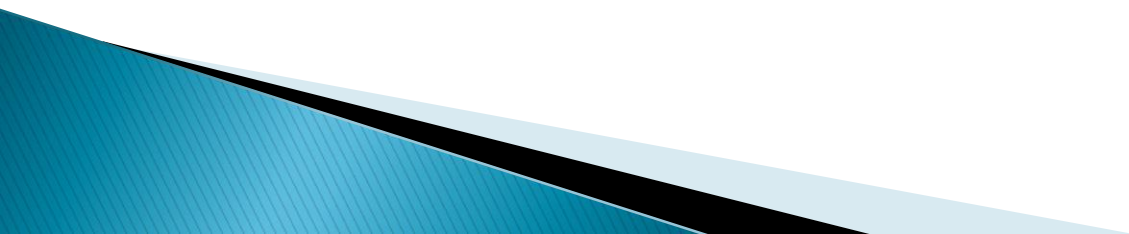
$$P_2 = R_2 I_1^2 = 800 \cdot (0.055)^2 = 2.42 \text{ [W]}$$

Metoda oparta na twierdzeniu Thevenina

Jednym z ważniejszych twierdzeń w teorii obwodów jest **twierdzenie Thevenina**.

Pozwala ono zastąpić złożony obwód elektryczny o dowolnej strukturze i wartościach elementów, przez obwód prosty, będący połączeniem szeregowym jednej impedancji zastępczej oraz źródła napięciowego.

Umożliwia to znaczne uproszczenie struktury obwodu, a w następstwie w bardzo prosty sposób wyznaczenie prądu lub napięcia jednej wybranej gałęzi obwodu.

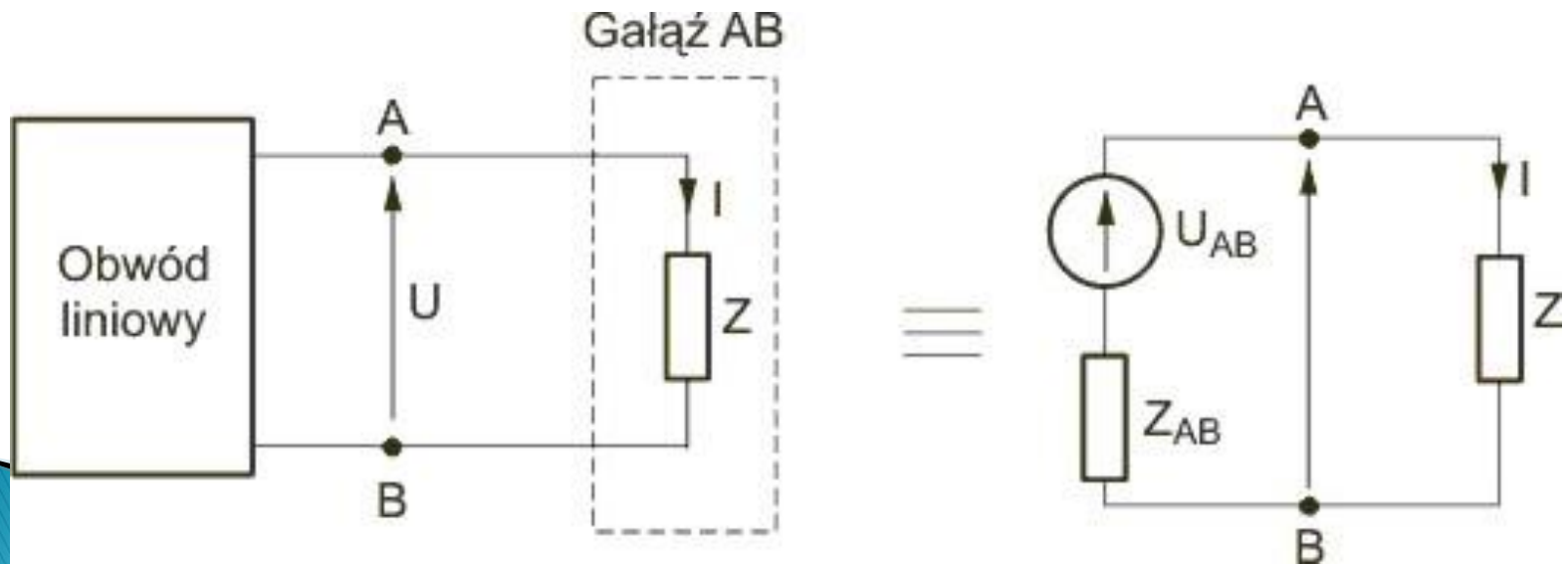


Twierdzenie Thevenina

Dowolny, aktywny obwód liniowy można zastąpić od strony wybranych zacisków gałęzi AB uproszczonym obwodem równoważnym, złożonym z szeregowego połączenia idealnego źródła napięcia i impedancji zastępczej obwodu.

Wartość źródła zastępczego oblicza się na podstawie analizy obwodu oryginalnego, jako napięcie panujące na zaciskach AB **po odłączeniu** gałęzi AB.

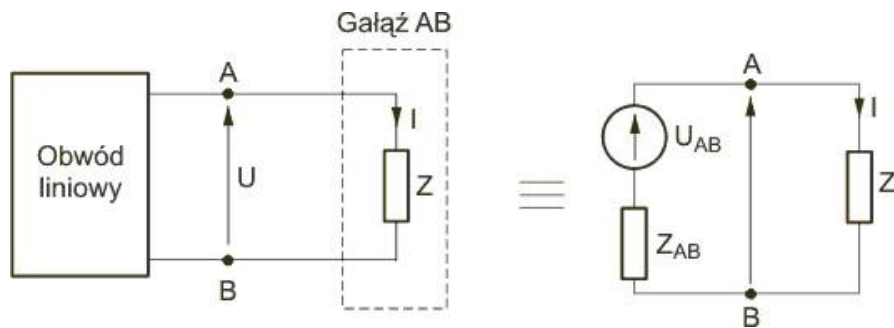
Impedancja zastępcza widziana z zacisków AB dotyczy obwodu **po wyłączeniu** gałęzi AB i po **zwarcu wszystkich źródeł napięcia oraz rozwarciu źródeł prądu**.



Twierdzenie Thevenina cd.

Prąd I występujący w gałęzi AB obwodu oryginalnego jest równy prądowi I w tej samej gałęzi obwodu uproszczonego. Napięcie U_{AB} reprezentuje źródło zastępcze, natomiast impedancja Z_{AB} jest impedancją zastępczą obwodu.

Przy założeniu że gałąź AB, dla której obliczamy prąd, reprezentowana jest przez impedancję Z , prąd tej gałęzi można obliczyć korzystając z prawa napięciowego Kirchhoffa



$$U_{AB} - I(Z + Z_{AB}) = 0$$

$$I = \frac{U_{AB}}{Z + Z_{AB}}$$

Metoda Thevenina w większości przypadków znakomicie upraszcza analizę obwodu.

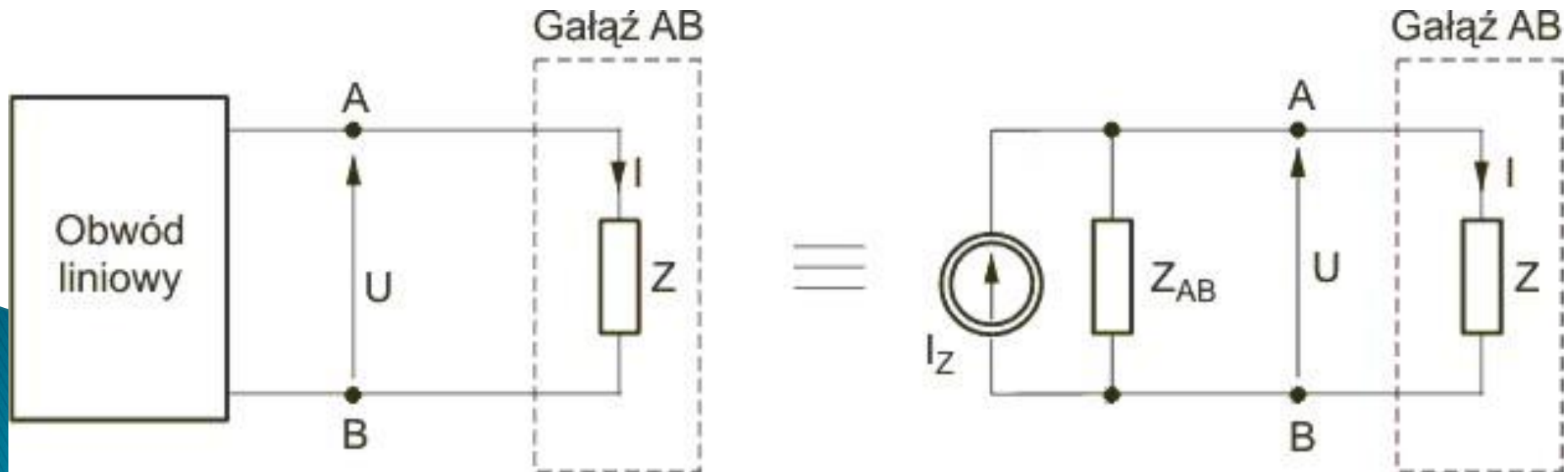
Jest szczególnie użyteczna w przypadkach, w których trzeba wyznaczyć tylko jeden prąd w obwodzie, gdyż można dokonać tego bez konieczności rozwiązywania układu równań algebraicznych lub przy znacznej redukcji liczby tych równań.

Metoda oparta na twierdzeniu Nortona

Twierdzenie Nortona - pozwala zastąpić złożony obwód elektryczny o dowolnej strukturze i wartościach elementów, przez obwód prosty będący połączeniem równoległym jednej impedancji zastępczej oraz idealnego źródła prądowego.

Dowolny aktywny obwód liniowy można od strony wybranych zacisków AB zastąpić obwodem równoważnym, złożonym z równoległego połączenia idealnego źródła prądu i impedancji zastępczej obwodu. Wartość prądowego źródła zastępczego w obwodzie oryginalnym oblicza się jako prąd zwarciaowy gałęzi AB.

Impedancja zastępcza dotyczy obwodu po wyłączeniu gałęzi AB i po zwarcia wszystkich źródeł napięcia oraz rozwarciu źródeł prądu (identycznie jak w twierdzeniu Thevenina).



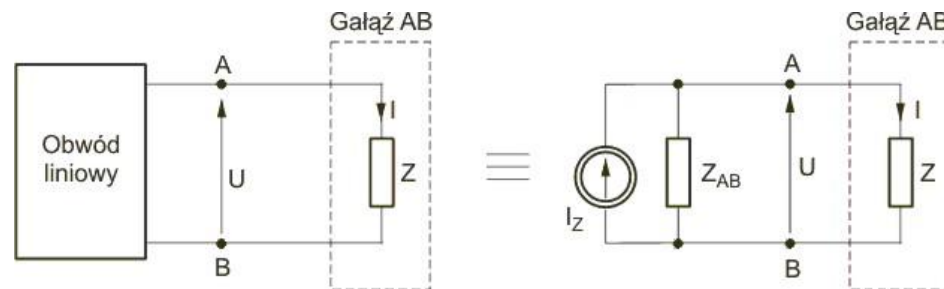
Metoda oparta na twierdzeniu Nortona

Prąd I oraz napięcie U występujące w gałęzi AB obwodu oryginalnego są równe odpowiednio prądowi I oraz napięciu U w tej samej gałęzi obwodu uproszczonego.

Źródło prądowe I_z jest źródłem zastępczym, natomiast impedancja Z_{AB} - impedancją zastępczą obwodu.

Przy założeniu że gałąź AB jest reprezentowana przez impedancję Z , napięcie tej gałęzi oblicza się z prawa prądowego Kirchhoffa

$$I_z - U \left(\frac{1}{Z} + \frac{1}{Z_{AB}} \right) = 0 \quad U = \frac{I_z}{1/Z + 1/Z_{AB}}$$



Znajomość napięcia pozwala wyznaczyć na podstawie prawa Ohma prąd gałęzi, korzystając z zależności

$$I = U/Z$$

Podobnie jak metoda Thevenina, zastosowanie twierdzenia Nortona umożliwia obliczenie prądu i napięcia tylko jednej gałęzi obwodu.

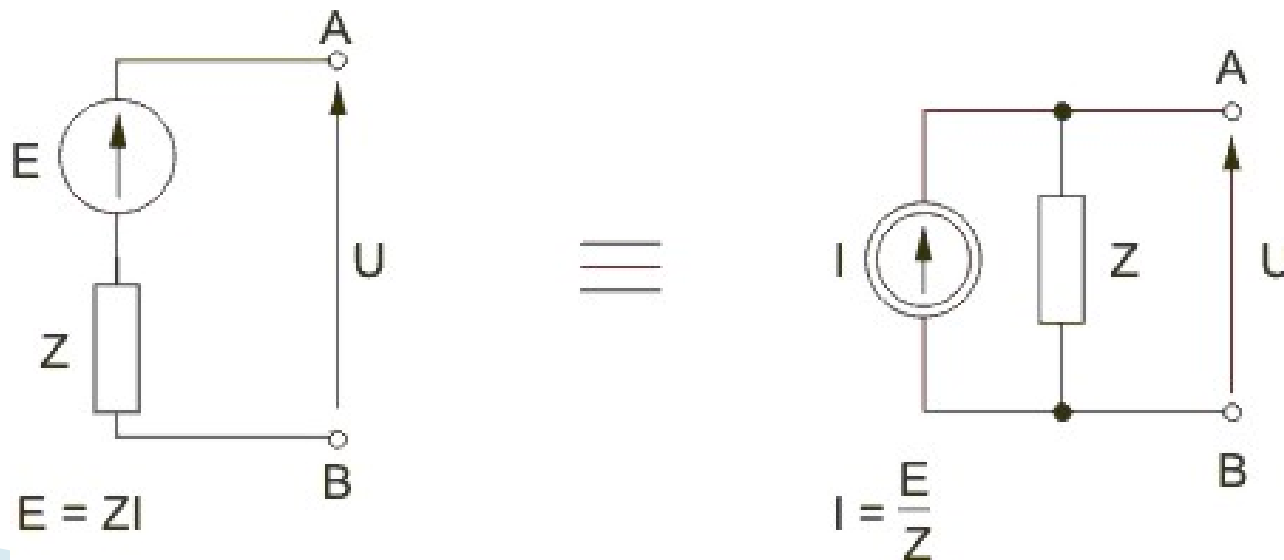
Zwykle ze względów obliczeniowych wygodniejsze jest użycie metody Thevenina.

Równoważność twierdzenia Thevenina i Nortona

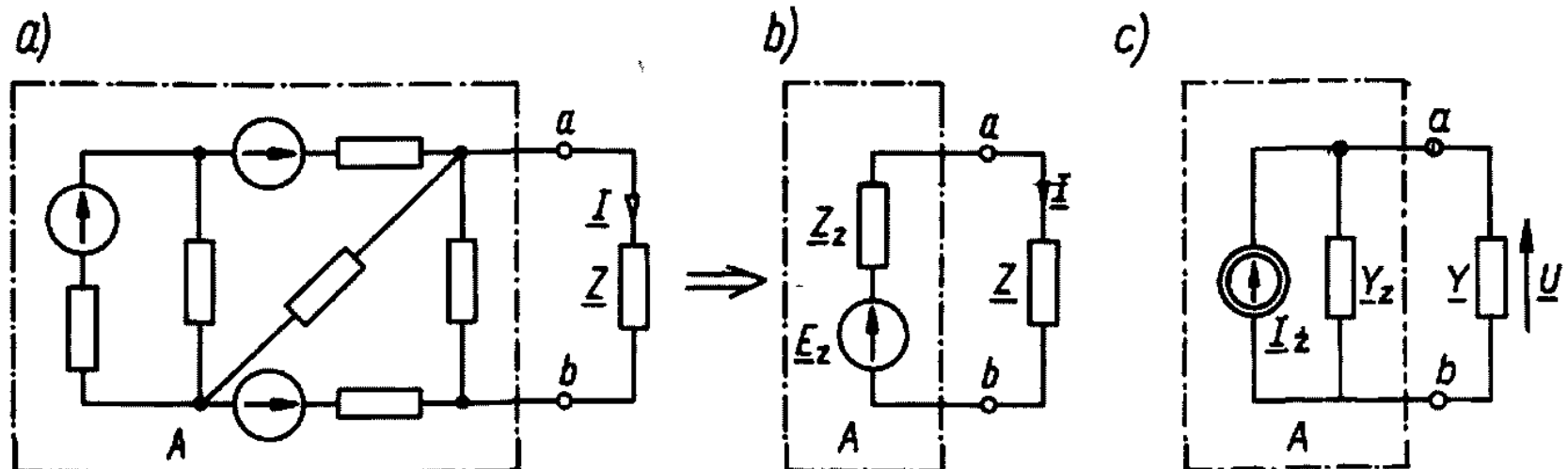
Twierdzenia Thevenina i Nortona pozwalają wyznaczyć uproszczone schematy zastępcze tego samego układu elektrycznego z punktów AB obwodu wyjściowego.

Oba schematy uproszczone stanowią więc obwody zastępcze równoważne sobie, co oznacza, że prąd i napięcie w gałęzi AB, która nie uległa zmianie w wyniku transformacji, są takie same.

Oznacza to, że gałąź szeregową zawierającą idealne źródło napięcia E i impedancję Z może być bez zmiany prądu w obwodzie zewnętrznym zastąpiona gałęzią równoległą, zawierającą idealne źródło prądowe I oraz impedancję Z .



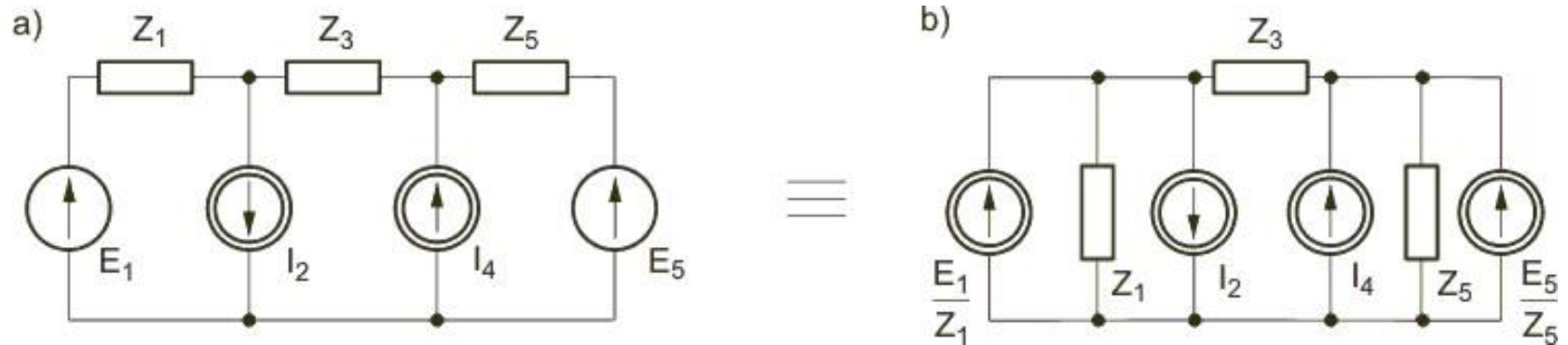
Równoważność twierdzenia Thevenina i Nortona



Równoważność twierdzenia Thevenina i Nortona

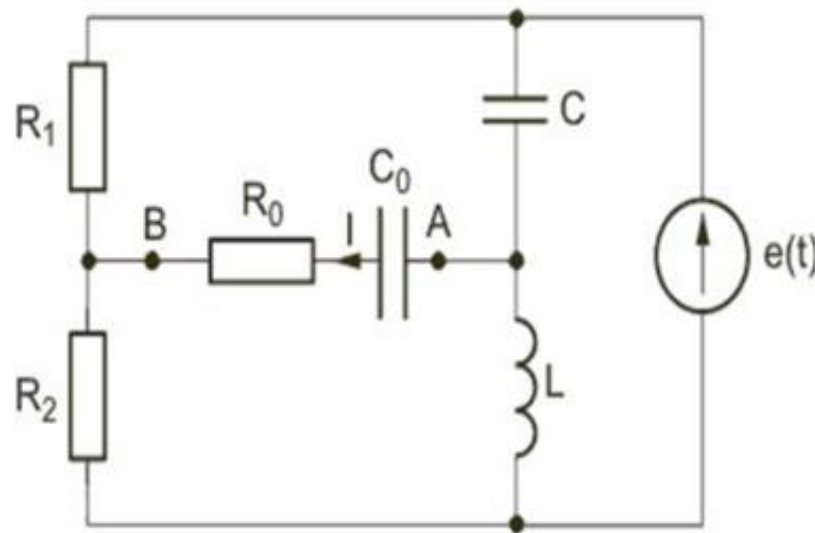
Dla zilustrowania korzyści płynących z równoważności obu twierdzeń rozpatrzmy obwód z rys. a), zawierający zarówno źródła prądu jak i napięcia.

Zastosowanie równoważności Thevenina-Nortona pozwala uzyskać obwód, zawierający wyłącznie jeden typ źródeł (prądowych), jak to przedstawiono na rys. b).



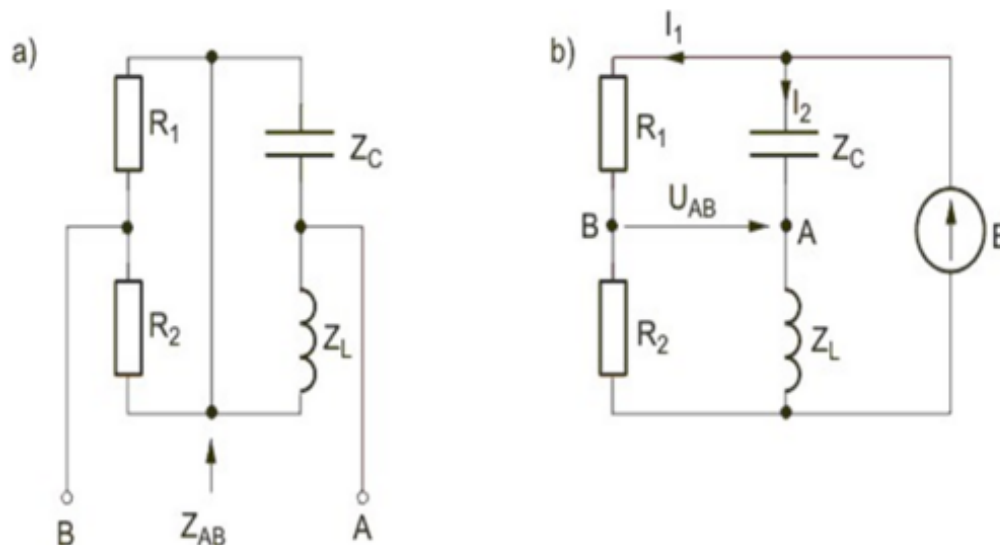
Twierdzenie Thevenina - przykład

Korzystając z twierdzenia Thevenina wyznaczyć prąd I w gałęzi AB obwodu mostka przedstawionego na rysunku, jeśli $e(t)=14.1\sin(\omega t)$, $R_0=7.5\Omega$, $R_1=5\Omega$, $R_2=5\Omega$, $X_L=\omega L=5\Omega$, $X_C=1/(\omega C)=10\Omega$, $X_{C_0}=1/(\omega C_0)=5\Omega$.



Twierdzenie Thevenina - rozwiązanie

Wartości parametrów gałęzi zastępczej Thevenina oblicza się po odłączeniu gałęzi AB, w której obliczany jest prąd. Na rysunku poniżej przedstawiono schemat obwodu do wyznaczenia impedancji Z_{AB} i napięcia U_{AB} Thevenina.



Postaci obwodu do wyznaczania a) impedancji zastępczej, b) napięcia źródła zastępczego Thevenina

Wyznaczenie impedancji i napięcia zastępczego

Impedancja zastępcza Z_{AB}

$$Z_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} = \frac{5 \cdot 5}{5 + 5} + \frac{j5 \cdot (-j10)}{j5 - j10} = 2,5 + j10$$

Kolejne etapy obliczeń

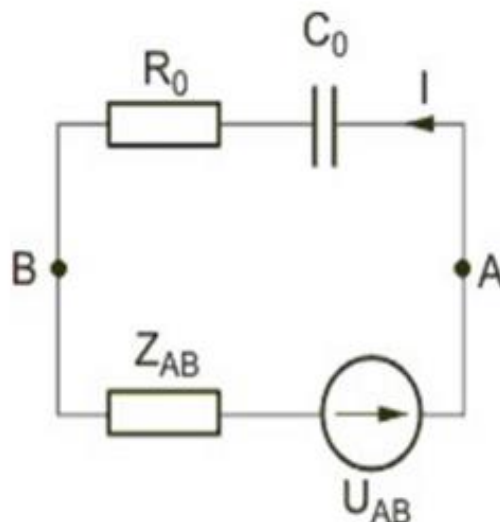
$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} = 1$$

$$I_2 = \frac{E}{jX_L - jX_C} = 2j$$

$$U_{AB} = R_1 I_1 - Z_C I_2 = -15$$

Wyznaczenie prądu gałęzi

Obwód zastępczy do obliczenia prądu I



Prąd I

$$I = \frac{U_{AB}}{Z_{AB} + R_0 - jX_{C_0}} = \frac{-15}{2,5 + j10 + 7,5 - j5} = \frac{-15}{11,18e^{j26}} = -1,34e^{-j26^\circ}$$

$$i(t) = -1,34\sqrt{2} \sin(\omega t - 26^\circ) \text{ A}$$

Zastosowanie twierdzenia Thevenina umożliwiło rozwiązanie obwodu względem jednego wybranego prądu bez konieczności rozwiązania układu równań algebraicznych.

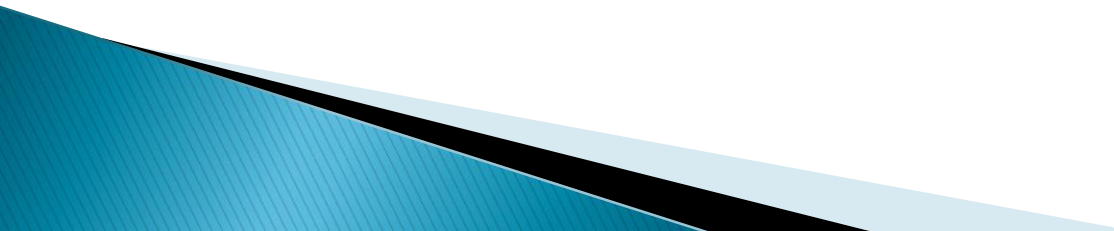
Zasada superpozycji

Omówione wcześniej metody analizy symbolicznej stanowią dobry i skuteczny sposób rozwiązywania problemu, jeżeli w obwodzie włączone są źródła sinusoidalne o tej samej częstotliwości, gdyż dla każdego źródła elementy reaktancyjne L , C mają te same wartości reaktancji.

Trudności pojawiają się dopiero wówczas, gdy w obwodzie występuje wiele źródeł o różnych częstotliwościach. W takim przypadku nie istnieje pojęcie impedancji wspólnej dla każdego źródła, co uniemożliwia zastosowanie metody symbolicznej.

Jedynym rozwiązaniem pozostaje wtedy zastosowanie **zasady superpozycji**.

Uwaga: Obowiązuje tylko dla obwodów liniowych!!!



Zasada superpozycji

Odpowiedź czasowa obwodu elektrycznego liniowego przy warunkach początkowych zerowych jest równa sumie odpowiedzi czasowych na każde wymuszenie z osobna.

Tak ogólnie sformułowana zasada obowiązuje zarówno w stanie ustalonym, jak i nieustalonym obwodu. Dla stanów ustalonych zastosowanie jej w analizie obwodów polega na **rozbiciu** danego obwodu o wielu wymuszeniach na wiele obwodów zawierających po jednym wymuszeniu, analizie każdego z nich, a następnie **zsumowaniu odpowiedzi czasowych każdego obwodu**.

Należy pamiętać przy tym o zasadzie, że eliminowane źródła są zastępowane zwarciami (jeśli źródło jest napięciowe) lub rozwarciem (gdy źródło jest prądowe).

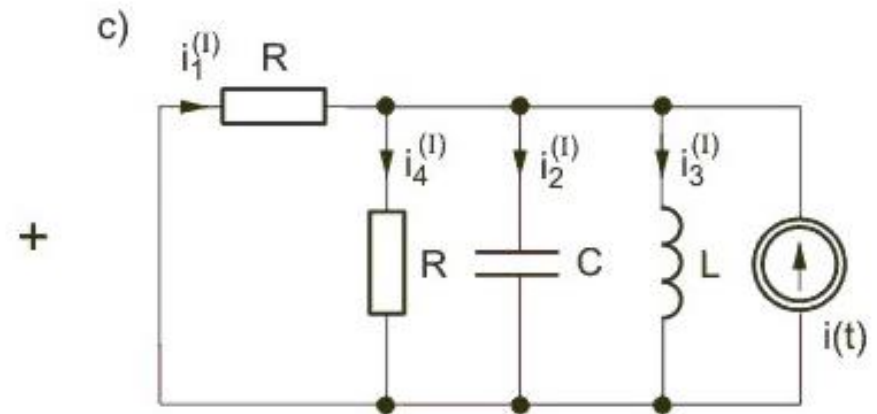
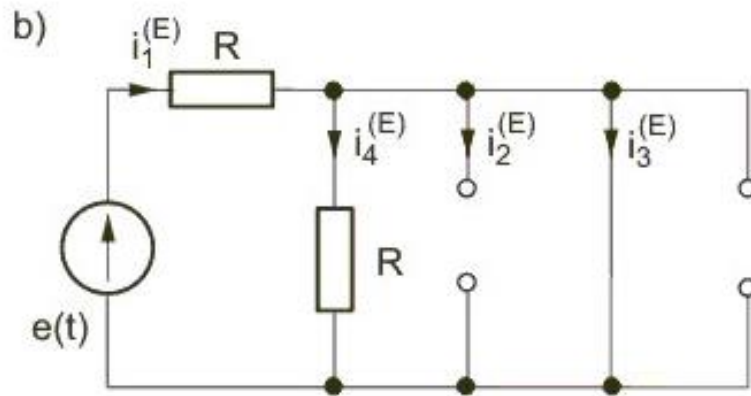
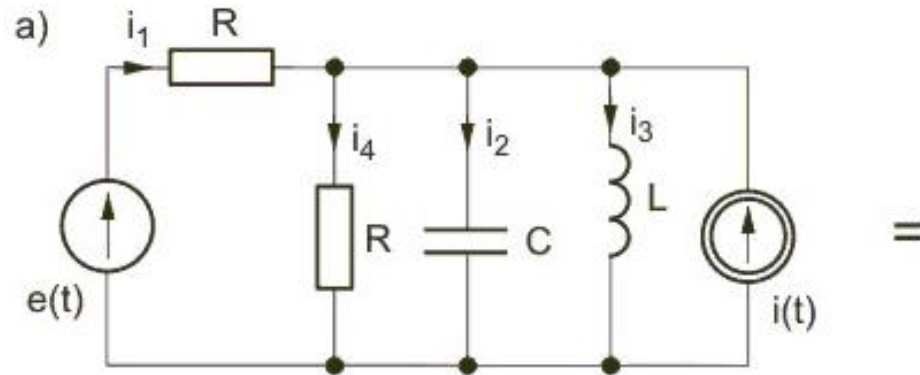
Zgodnie z zasadą superpozycji sumowanie odpowiedzi pochodzących od różnych wymuszeń (Przy źródłach o różnych częstotliwościach!!!) może odbywać się wyłącznie w dziedzinie czasu. Sumowanie wartości zespolonych od poszczególnych wymuszeń byłoby poważnym błędem, gdyż sugerowałoby istnienie rozwiązania obwodu zawierającego tylko jedną harmoniczną.



Zasada superpozycji - przykład

Dokonać analizy obwodu, stosując zasadę superpozycji.

$$\begin{aligned} R &= 2\Omega, \quad L = 2H, \quad C = 1F, \\ i(t) &= 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ A}, \\ e(t) &= 2V, \quad \omega = 1 \text{ rad/s}. \end{aligned}$$



Ze względu na wystąpienie w obwodzie dwu różnych typów wymuszeń (źródło napięciowe stałe i źródło prądowe sinusoidalne) konieczne jest zastosowanie w analizie zasady superpozycji.