Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki
Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska

Laboratorium Sterowania Robotów

Laboratorium nr 08

Temat: Algorytm sterowania PD z wyliczanym momentem w sterowaniu ruchem nadążnym manipulatora dwuczłonowego

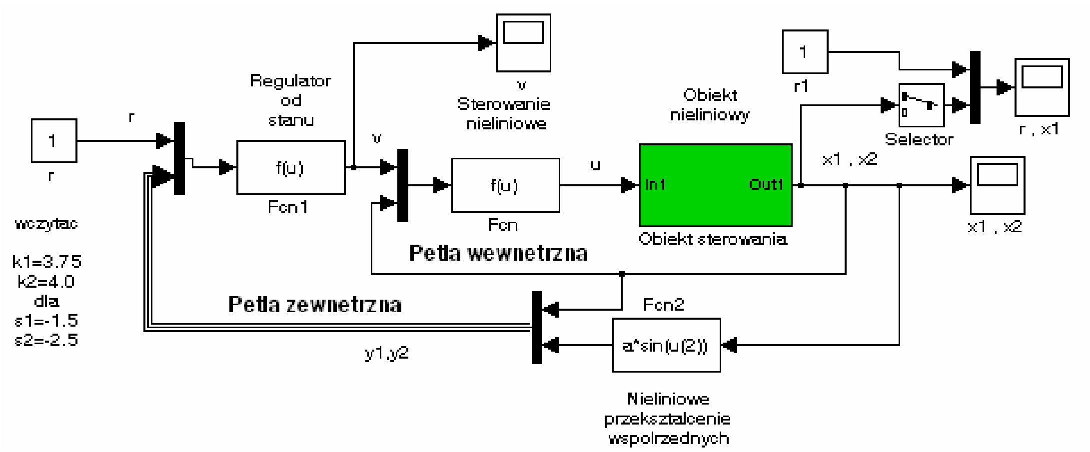
Celem tematyki laboratorium jest zapoznanie i testowanie metody linearyzacji sprzężeniem zwrotnym stosowanej w sterowaniu robotów.

A. Linearyzacja sprzężeniem zwrotnym obiektu nieliniowego

W celu wprowadzenia do metody linearyzacji sprzężeniem zwrotnym stosowanej w sterowaniu robotów, rozważmy następujący nieliniowy obiekt

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a\sin x_2 \\ \dot{x}_2 &= -bx_1^2 + u \end{aligned} \qquad (1)$$

przyjmijmy, że wyjściem układu jest zmienna $\mathbf{x_1}$, tzn. $\mathbf{y=x_1}$. Symulację metody należy przeprowadzić w Simulinku według schematu zamieszczonego na rys. 1



Rys.1. Schemat symulacji metody linearyzacji

Zgodnie ze znaną procedurą, sterowanie w pętli zewnętrznej jest sterowaniem od stanu (patrz wykład, Teoria sterowania). Przyjąć wartości własne układu zamkniętego podane w Tab.1 i pozostałe dane.

Tab.1.

Zespół	1	2	3	4	5	6	7	8
s1	-1	-1,5	-1,8	-2,2	-2,6	-3	-3,3	-3,5
s2	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,5
r	1	2	3	4	5	6	7	8
a	20	30	40	50	100	80	60	90
b	1	3	5	2	4	1	3	2

W rozwiązaniu należy podać:

a) wektor wzmocnienia stanu k_1,k_2,
b) wykres sygnału sterowania od stanu,
c) wykres wartości zadaną **r** i przebieg składowej wektora stanu $\mathbf{x_1}$.
d) wykres przebiegu błędu r-x_1

B. Synteza sterowania PD + WM dla manipulatora

Metodę wyliczanego momentu zastosujemy w sterowaniu ruchem nadążnym manipulatora dwuczłonowego, którego dynamika jest opisana równaniem

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{N}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau}, \qquad (2)$$

gdzie $\boldsymbol{\tau}$ to wektor sterowań, $\mathbf{N}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q})$. Dla uproszczenia pominięto w modelu wpływ zakłóceń. Przyjmijmy, że znamy zadaną trajektorię ruchu $\mathbf{q}_d$ we współrzędnych konfiguracyjnych robota. Wybierzmy sterowanie z uwzględnieniem kompensacji nieliniowości obiektu (linearyzujemy obiekt sterowania) w postaci

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\mathbf{q})(\ddot{\mathbf{q}}_d - \mathbf{u}) + \mathbf{N}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}), \tag{3}$$

Jeżeli wybierzemy w miejsce **u** w równaniu (3) formę sterowania PD

$$-\mathbf{u} = \mathbf{K}_P\mathbf{e} + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{e}}, \tag{4}$$

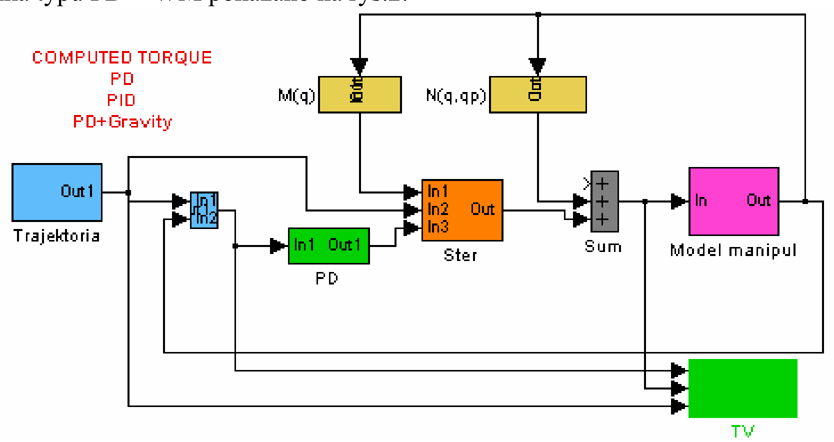
to otrzymamy sterowanie, będące momentami napędzającymi człony manipulatora

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\mathbf{q})(\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{K}_P\mathbf{e} + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{e}}) + \mathbf{N}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}), \tag{5}$$

i w konsekwencji zamknięty układ sterowania opisuje równanie w przestrzeni błędów

$$\ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_p\mathbf{e} = \mathbf{0}. \tag{6}$$

Wybierając macierze $\mathbf{K_P}$ i $\mathbf{K_D}$ jako diagonalne, stabilność układu sterowania jest zapewniona jeżeli elementy tych macierzy będą dodatnie.
Schemat sterownika typu PD + WM pokazano na rys.2.



Rys.2. Sterownik typu PD + WM

Obiektem sterowania jest dwuczłonowy manipulator opisany równaniem (2) gdzie wektory i macierze mają następującą formę

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} a_1 & a_2\cos(q_2 - q_1) \\ a_2\cos(q_2 - q_1) & a_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} 0 & -a_2\sin(q_2 - q_1)\dot{q}_2 \\ a_2\sin(q_2 - q_1)\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} a_4\dot{q}_1 \\ a_5\dot{q}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} a_6\cos q_1 \\ a_7\cos q_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}.$$

Dane do symulacji:

	A	B	C	D	E	F	G	H
K_{P1} K_{P2}	25	16	9	9	25	36	16	16
K_{D1} K_{D2}	10	8	6	6	10	12	8	8
K_{I1} K_{I2}	10	5	4	3	6	10	8	6
D_1	0.1	0.05	0.05	0	0.1	0.2	0.1	-0.1
D_2	0.1	0.05	-0.05	0.1	0.1	-0.2	0.1	-0.1

1. Wykorzystać zbudowany na poprzednich laboratoriach model zadania odwrotnego kinematyki i dynamiki manipulatora.

2. Zaprojektować algorytm sterowania PD + WM z wykorzystaniem pakietu Matlab/Simulink, przyjmując sterowanie (5).
3. Sporządzić wykresy: $q_{1d}(t)$, $q_{2d}(t)$, $\dot{q}_{1d}(t)$, $\dot{q}_{2d}(t)$, $\ddot{q}_{1d}(t)$, $\ddot{q}_{2d}(t)$, $q_1(t)$, $q_2(t)$, $\dot{q}_1(t)$, $\dot{q}_2(t)$, $u_1(t)$, $u_2(t)$ oraz $e_1(t)$, $e_2(t)$, $\dot{e}_1(t)$, $\dot{e}_2(t)$, zamieścić charakterystyki w przestrzeni błędów $e(t), \dot{e}(t) \in R^2$.
4. Dodać do układu zakłócenie $\mathbf{D} = [D_1, D_2]^T$ w czasie $t_k / 4$, gdzie t_k to całkowity czas ruchu, i sporządzić wykresy jak w p. 3.

Do oceny ilościowej generowanego sterowania oraz realizacji założonego ruchu, przyjąć następujące wskaźniki jakości:

- pierwiastek błędu średniokwadratowego (RMSE) błędów nadążania $e_1 = q_{1d} - q_1$, $e_2 = q_{2d} - q_2$,

$\varepsilon_1 = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} e_{1k}^2}$, $\varepsilon_2 = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} e_{2k}^2}$ [rad], gdzie k - to numer kolejnych dyskretnych pomiarów, n- całkowita liczba dyskretnych pomiarów,

- pierwiastek błędu średniokwadratowego pochodnych błędów $\dot{\varepsilon}_1 = \dot{q}_{1d} - \dot{q}_1$, $\dot{\varepsilon}_2 = \dot{q}_{2d} - \dot{q}_2$,

$\dot{\varepsilon}_1 = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \dot{e}_{1k}^2}$, $\dot{\varepsilon}_2 = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \dot{e}_{2k}^2}$ [rad/s],

Sprawozdanie powinno zawierać:

- opis matematyczny rozwiązywanego problemu,
- dane przyjęte w symulacji,
- listingi programów,
- otrzymane wykresy (każdy wykres powinien być opisany i skomentowany),
- wnioski.