

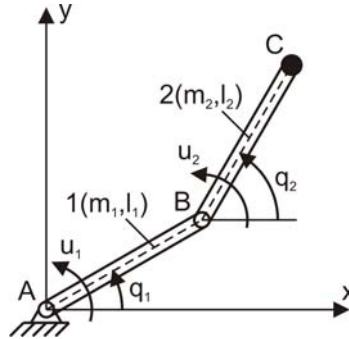
Laboratorium Sterowania Robotów

Laboratorium nr 06

Temat: Synteza regulatora PD i PID dla manipulatora dwuczłonowego

Wprowadzenie

Dany jest dwuczłonowy manipulator pokazany na rys.1.



Rys. 1. Manipulator dwuczłonowy z parami obrotowymi

opisany równaniem

$$\mathbf{M}_R(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_R(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}_R(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}_R(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\tau}_{dR}(t) = \mathbf{u}_R \quad (1)$$

gdzie wektory i macierze mają następującą formę

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_R = \begin{bmatrix} u_{R1} \\ u_{R2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_R(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \cos(q_2 - q_1) \\ a_2 \cos(q_2 - q_1) & a_3 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_R(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} 0 & -a_2 \sin(q_2 - q_1) \dot{q}_2 \\ a_2 \sin(q_2 - q_1) \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_R(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} a_4 \dot{q}_1 \\ a_5 \dot{q}_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}_R(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} a_6 \cos q_1 \\ a_7 \cos q_2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau}_{dR}(t) = \begin{bmatrix} \tau_{dR1}(t) \\ \tau_{dR2}(t) \end{bmatrix}$$

Przyjmijmy oznaczenia

$$a_1 = l_{c1}^2 m_1 + l_1^2 m_2 + l_1^2 m_C + I_{1zz}$$

$$a_2 = (l_{c2} m_2 + l_2 m_C) l_1$$

$$a_3 = l_{c2}^2 m_2 + l_2^2 m_C + I_{2zz}$$

$$a_4 = f_1$$

$$a_5 = f_2$$

$$a_6 = (l_{c1} m_1 + l_1 m_2 + l_1 m_C) g$$

$$a_7 = (l_{c2} m_2 + l_2 m_C) g$$

Wartości parametrów przyjęte w modelu przedstawiono w tab. 1.

Tab. 1. Wartości parametrów manipulatora

parametr	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆	a ₇
jednostka	kgm ²			Nm/s		Nm	
wartość	0.036	0.00006	0.031	0.54	0.51	0.05	0.025

Synteza regulatora PD, PID

Poniżej rozpatrzone zostanie sterowanie *robotem od punktu do punktu* za pomocą regulatora PD i PID. Dokonana analiza odpowiada bardziej praktyce inżynierskiej niż ścisłej analizie matematycznej.

Regulatory PD i PID dobrze spełniają swoją rolę, jeśli obiekt sterowania jest liniowy. Natomiast równanie (1) opisuje sprzężone działanie nieliniowych sił grawitacji, bezwładności i Coriolisa podczas ruchu robota. Zwróćmy jednak uwagę na dwa istotne fakty: robot jest napędzany przez silniki prądu stałego z magnesami stałymi, a ponadto w układzie napędzonym występuje przekładnia redukcyjna. Silniki prądu stałego z magnesami stałymi posiadają w przybliżeniu liniową dynamikę.

Dynamika j -tego silnika napędzającego j -ty człon opisana jest równaniem

$$J_{Sj}\ddot{q}_{Sj} + B_{Sj}\dot{q}_{Sj} + \tau_{Sj} = k_{Sj}U_j, \quad j=1,2 \quad (2)$$

gdzie q_{Sj} to przemieszczenie kątowe wirnika silnika, U_j to sterowanie (napięcie wirnika), k_{Sj} to stała momentowa silnika, J_{Sj} to masowy moment bezwładności wirnika i przekładni, B_{Sj} to współczynnik oporów ruchu wirnika (zawiera opór siły przeciwelektromotorycznej i opór ruchu wirnika), τ_{Sj} to moment generowany przez silnik.

$$J_{zrj}\ddot{q}_{Sj} + B_{Sj}\dot{q}_{Sj} = k_{Sj}U_j - i_j\tau_{Zj}, \quad j=1,2 \quad (3)$$

gdzie

$$J_{zrj} = J_{Sj} + i_j^2 m_{Rij}(q) \quad (4)$$

$$\tau_{Zj} = \left[\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^m m_{Rjk}(q)\ddot{q}_k + \sum_{k=1}^m c_{Rjk}(q, \dot{q})\dot{q}_k + f_{Rj}(\dot{q}) + g_{Rj}(q) + \tau_{dRj}(t) \right] \quad (5)$$

Przyjmujemy sterowanie PD w postaci

$$U_j(t) = k_{Pj}e_j - k_{Dj}\dot{q}_{Sj} \quad (6)$$

gdzie k_{Pj} i k_{Dj} są odpowiednio współczynnikami wzmocnienia działania proporcjonalnego i różniczkującego, natomiast

$$e_j = q_{Sj}^d - q_{Sj} \quad (7)$$

gdzie q_{Sj}^d to zadane położenie kątowe wału silnika. Poddając przekształceniu Laplace'a zależność (6), otrzymamy

$$U_j(s) = k_{Pj}e_j(s) - k_{Dj}q_{Sj}(s)s \quad (8)$$

Wzmocnienia regulatora PD wyznaczamy na podstawie założenia wartości własnych, które są funkcją zadanej częstości rezonansowej podanej w tablicy danych.

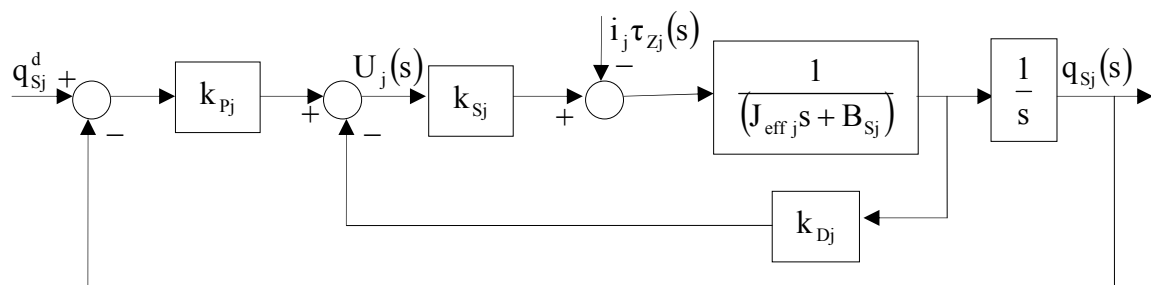
Zadania do wykonania

Niech obiektami sterowania będą napędy manipulatora opisane równaniem (2), gdzie dla obydwóch napędów wielkości B_{sj} , k_{sj} , i_j , J_{sj} są znane i podane w tabeli. Zredukowany masowy moment bezwładności J_{zrj} należy wyznaczyć według równania (4), a następnie przyjąć wartość średniego zredukowanego masowego momentu bezwładności $J_{eff j}$. W symulacjach dogodnie jest zrezygnować z generowania zakłóceń τ_z , a należy posługiwać się ich maksymalną wartością τ_{zmax} , którą należy oszacować.

Sterowanie PD

1. Przeprowadzić syntezę regulatora PD z wykorzystaniem pakietu Matlab/Simulink. Wartość ω a więc również wzmocnienia regulatora PD dobrać samodzielnie.
2. Przeprowadzić symulację dla przypadku bez zakłóceń.
3. Przedstawić na wykresach przebiegi sygnału zadanego $q_s^d(t)$, odpowiedzi układu $q_s(t)$, $\dot{q}_s(t)$, sterowania $U(t)$ dla obydwóch osi manipulatora.
4. Przeprowadzić symulację dla przypadku z zakłóceniem.
5. Sporządzić wykresy jak w p 3.

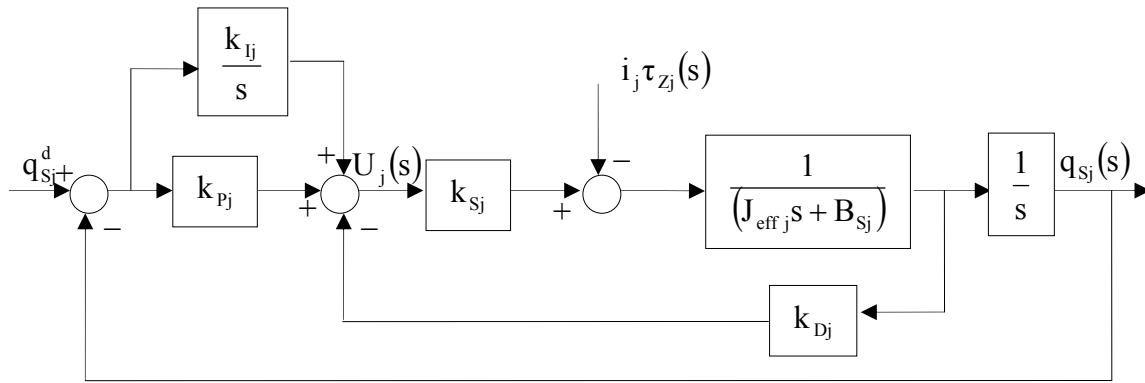
Symulację sterowania **PD** przeprowadzić wg schematu



Rys.2. Schemat blokowy układu zamkniętego ze sterowaniem PD

Sterowanie PID

Przy sterowaniu PD w celu kompensacji stałego zakłócenia niezbędne były duże wzmocnienia. Dzięki sterowaniu z całką można uzyskać zerowy uchyb w stanie ustalonym przy małych wzmocnieniach. Dodajmy wyraz całkujący $\frac{K_I}{s}$ do regulatora PD. Prowadzi to do tzw. prawa sterowania PID. Poniżej pokazano schemat układu w pętli zamkniętej ze sterowaniem PID.



Rys.3. Schemat blokowy układu zamkniętego ze sterowaniem PID

6. Przeprowadzić syntezę regulatora PID z wykorzystaniem pakietu Matlab/Simulink, wzmocnienia regulatora całkującego K_I dobrać wg zależności

$$K_I < \frac{(B_S + k_S K_D) K_P}{J_{\text{eff}}}$$

7. Przeprowadzić symulację dla przypadku bez zakłóceń.
8. Sporządzić wykresy jak w p 3.
9. Przeprowadzić symulację dla przypadku z zakłóceniem.
10. Sporządzić wykresy jak w p 3.

Dane do symulacji:

	A	B	C	D	E	F	G	H
B_{Sj}	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.03
k_{Sj}	8	9	10	11	12	13	14	8
i_j	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008
J_{Sj}	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12	0.14	0.16	0.14
ζ	1	1	1	1	1	1	1	1
ω_{rez} [Hz]	10	10	10	10	10	10	10	10
$q_{s1}(0)$	0	0	0	0	0	0	0	0
$q_{s2}(0)$	0	0	0	0	0	0	0	0
q_{s1}^d	$-\pi/4/i_1$	$\pi/4/i_1$	$\pi/6/i_1$	$-3\pi/4/i_1$	$\pi/3/i_1$	$2\pi/3/i_1$	$-\pi/3/i_1$	$\pi/4/i_1$
q_{s2}^d	$3\pi/4/i_2$	$\pi/6/i_2$	$-\pi/4/i_2$	$\pi/4/i_2$	$-2\pi/3/i_2$	$-\pi/3/i_2$	$\pi/6/i_2$	$-3\pi/4/i_2$

Sprawozdanie powinno zawierać:

- opis matematyczny rozwiązywanego problemu,
- dane przyjęte w symulacji,
- listingi programów,
- otrzymane wykresy (każdy wykres powinien być opisany i skomentowany),
- wnioski.