

W4. Zasady obliczania niepewności wyniku pomiaru metodą typu B

1. Wstęp.
2. Obliczanie niepewności standardowej wskazań mierników analogowych.
3. Obliczanie niepewności standardowej wskazań mierników cyfrowych.
4. Obliczanie składowych niepewności wskazań mierników od wielkości wpływających

M.DOROZHOVETS

1.Wstęp

Do obliczania niepewności standardowej $u_B(x)$ metodą typu B (metodą nie statystyczną) wykorzystuje się znany a priori rozkład prawdopodobieństwa $p(X_i)$ dla wielkości X_i i niepewność standardowa $u_B(x)$ jest standardowym odchyleniem σ_x wyznaczanym przez ten rozkład:

$$u_B(x) = \sigma_x = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)^2 p(x) dx}$$

W tym wzorze m_x jest wartością oczekiwaną wielkości X_i

M.DOROZHOVETS

1. WSTĘP

Podstawowy problem polega na :
uzasadnieniu rozkładu prawdopodobieństwa $p(x)$
składowych obliczanych metodą typu B.

Uzasadnienie to może być **oparte na**:

- poprzednich danych pomiarowych;
- posiadanym doświadczeniu i wiedzy wraz z ogólną znajomością zjawisk i właściwości odpowiednich materiałów i przyrządów;
- specyfikacjach wytwórców (danych producenta narzędzi pomiarowych);
- danych uzyskanych z wzorcowania i certyfikacji,
- niepewności przypisanych danym odniesienia zaczerpniętym z podręczników, danych innych badaczy;
- przyjmowaniu „**najgorszego rozkładu**” itp.

M.DOROZHOVETS

Rekomendacje do przyjmowania rozkładów a priori

Są **rekomendację** do przyjmowania (w przybliżeniu) rozkładów **a priori**:

1. **Stałe fizyczne, współczynniki** - **jednostajny** (lub zadany);
2. **Efekty kwantowania i zaokrąglania** – **jednostajny**;
3. **Odchylenia wskazań przyrządów** pomiarowych w przedziale wartości granicznych (MBD – maksymalny błąd dopuszczalny) – **jednostajny (trójkątny)**;
4. **Histeresa** - **dwie delta – funkcje** w punktach wartości granicznych;
5. **Odchylenia temperaturowe** (w pomieszczeniu) - **trójkątne**
6. **Odchylenia napięcia zasilania** od wartości nominalnej – **trójkątny** (Rayleigha);
7. **Zakłócenia regularne** – zależnie od kształtu (fala **prostokątna** – **dwie delta funkcje, trójkąt – jednostajny, sinus – arkus sinus** itp.);
8. **Zadane standardowe odchylenie** wielkości wpływającej – **normalny**;
9. **Zadana standardowa niepewność** wyniku pomiaru jednej z wielkości (np. przy pomiarach pośrednich) – **dane poprzedniej analizy niepewności**.

M.DOROZHOVETS

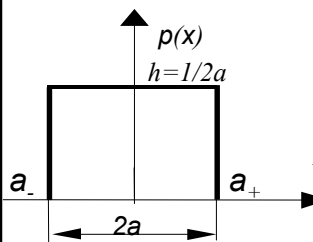
1. Wstęp

Jeśli **brak jest jakichkolwiek szczegółowych informacji** o możliwych wartościach X_i wewnątrz zadanego przedziału, można tylko przyjąć, że jest **jednakowo prawdopodobnym**, że X_i leży gdziekolwiek wewnątrz niego

(**rozkład równomierny lub prostokątny** możliwych wartości).

Wtedy wartość oczekiwana X_i , jest punktem środkowym tego przedziału

$$m_x = x_i = \frac{a_- + a_+}{2}$$



a związana z nią niepewność standardowa jest równa połowie szerokości przedziału x zmienności $2a/2 = (a_+ - a_-)/2 = a$ dzielona przez pierwiastek z 3:

$$u_B(x_i) = \frac{(a_+ - a_-)}{2\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

M.DOROZHOVETS

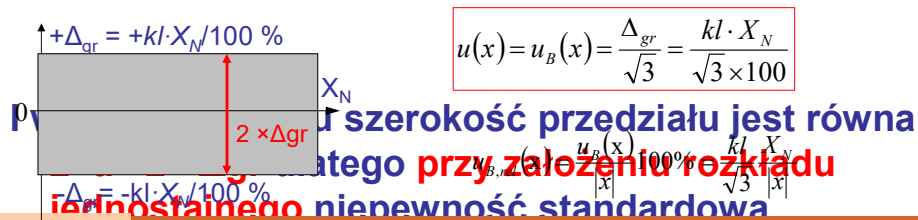
1. Wstęp

- Większość przyrządów skonstruowana jest zgodnie z obowiązującymi normami, a **zgodność ich konstrukcji z odpowiednimi normami sprawdzana jest przez producenta albo przez niezależny organ.**
- Zwykle norma ustala wymagania metrologiczne, często w postaci „**maksymalnych błędów dopuszczalnych MBD**”, które przyrząd powinien spełniać.
- Zgodność właściwości przyrządu z wymaganiami określa się przez porównanie z przyrządami kontrolnymi, których maksymalna dopuszczalna niepewność jest zwykle określona w normie.
- Niepewność ta jest potem składnikiem niepewności sprawdzonego przyrządu.

M.DOROZHOVETS

2. Obliczanie niepewności wskazań nie skalibrowanych mierników analogowych

Ponieważ **wartości graniczne błędów Δ_{gr}** (**Maksymalny Błąd dopuszczalny - MBD**) mierników analogowych zwykle są stałymi i obliczane są według ich **klasy kl** (wyrażanej w procentach) oraz **zakresu pomiarowego X_N** :

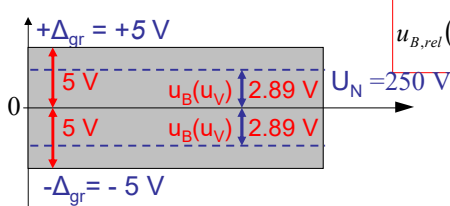


M.DOROZHOVETS

2. Obliczanie niepewności wskazań nie skalibrowanych mierników analogowych

Przykład 1. Dla analogowych woltomierze klasy dokładności **2.0** z zakresem pomiarowym $U_N = 250 \text{ V}$ niepewność standardowa

(bezwzględna i względna) wskazań $U_V = 231 \text{ V}$ jest równa:



$$u_{B,rel}(U_V) = \frac{u_B(U_V)}{|U_V|} 100\% = \frac{2.89 \text{ V}}{231 \text{ V}} 100\% = 1.25\%$$

$$u_{B,rel}(U_V) = \frac{2.0\% \cdot 250 \text{ V}}{\sqrt{3} \cdot 231 \text{ V}} = 1.25\%$$

M.DOROZHOVETS

Przykład 1. Obliczanie niepewności wyniku pomiaru wartości napięcia stałego woltomierzem analogowym

Nie jest to niepewność wyniku pomiaru napięcia, a tylko niepewność wskazania miernika!

Ponieważ:

- pomiar mógł być wykonany w warunkach innych niż normalnych (temperatura, czas po ostatniej kalibracji, ciśnienie, pole elektryczne, magnetyczne itp.),
- mógł być wpływ (obciążenie) woltomierza na obiekt,
- mogli być inne efekty, na przykład efekty losowe.

M.DOROZHOVETS

Przykład 1. Obliczanie niepewności wyniku pomiaru wartości napięcia stałego woltomierzem analogowym

I tylko w przypadku kiedy:

- pomiar został wykonany w warunkach normalnych,
- wpływ woltomierza na obiekt jest znikomo mały: na przykład rezystancja obiektu badanego względem punktów podłączenia miernika ma wartość poniżej 1 Ohm przy rezystancji wejściowej woltomierza 10 kOhm,
- losowe efekty pominięte: stabilne wskazanie woltomierza,
- inne efekty nie są istotnymi,

tj. pozostaje tylko jedna składowa niepewności pomiaru – składowa instrumentalna, niepewność wskazania miernika staje niepewnością wyniku pomiaru napięcia:

$$u_B(u) = u_B(u_V) = 2,89 V$$

M.DOROZHOVETS

3. Obliczanie niepewności wskazań nie skalibrowanych mierników cyfrowych

Wartości graniczne błędów Δ_{gr} (MBD) mierników cyfrowych zwykle składa się z dwóch części:

- 1) Proporcjonalnej do wartości mierzonej x , wyrażanej w %: $\pm a(\%)$ lub ppm (części miliona): $\pm a$ (ppm) od wskazania (odczytu) miernika). Na przykład: $\pm 0.15\%$ od wskazania, ± 25 ppm (części milionowych)
- 2) Oraz stałej, niezależnej od wartości mierzonej x , wyrażanej najczęściej w %: $\pm b(\%)$ lub (części miliona) $\pm b$ (ppm) od zakresu miernika (X_N), na którym wykonano pomiar, lub pewnej liczby c cyfry najmniej znaczącej (CNZ) $\pm c$ CNZ. Na przykład ± 6 cyfr.

M.DOROZHOVETS

3. Obliczanie niepewności wskazań nie skalibrowanych mierników cyfrowych

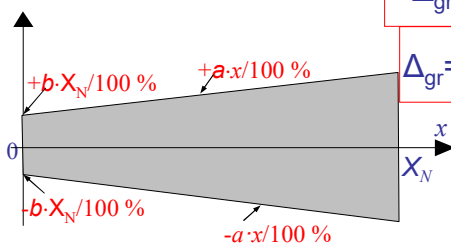
Wtedy wartości graniczne błędów Δ_{gr} (granice MBD maksymalnego błędu dopuszczalnego) mierników cyfrowych składa się z dwóch części:

$$1) \Delta_{gr} = \pm(a \cdot x + b \cdot X_N) / 100 \quad (a, b \text{ w } \%)$$

$$\Delta_{gr} = \pm(a \cdot x + b \cdot X_N) / 10^6 \quad (a, b \text{ w ppm})$$

$$2) \Delta_{gr} = \pm(a \cdot x / 100 + c \cdot \text{WCNZ}), \quad (a \text{ w } \%)$$

$$\Delta_{gr} = \pm(a \cdot x / 10^6 + c \cdot \text{WCNZ}), \quad (a \text{ w ppm})$$



M.DOROZHOVETS

3. Obliczanie niepewności wskazań nie skalibrowanych mierników cyfrowych

Zakładając równomierny rozkład możliwych odchyłań wskazań miernika w granicach MBD niepewność standardowa wskazania miernika cyfrowego obliczana jest według jednego ze wzorów:

$$u_B(x) = \frac{a \cdot x + b \cdot X_n}{\sqrt{3} \cdot 100}, \quad a, b \text{ w } \%$$

$$u_B(x) = \frac{a \cdot x + b \cdot X_n}{\sqrt{3} \cdot 10^6}, \quad a, b \text{ w ppm}$$

$$u_B(x) = \frac{\frac{a \cdot x}{100} + c \cdot WCNZ}{\sqrt{3}}, \quad a, \text{ w } \%$$

$$u_B(x) = \frac{\frac{a \cdot x}{10^6} + c \cdot WCNZ}{\sqrt{3}}, \quad a, \text{ w ppm}$$

M. DOROZHOVETS

3. Obliczanie niepewności wskazań nie skalibrowanych mierników cyfrowych

Przykład 2.

Multimetr Keithley 2700 na zakresie **100 mA**

wykorzystywany do pomiaru natężenia prądu DC, wskazanie miernika $I_A = 82.237 \text{ mA}$. W okresie pomiędzy 90 dni a jednym rokiem po wzorcowaniu jego dokładność zdefiniowana jest jako **0.05 % od wskazania** + **0.004% od zakresu**.

Niepewność standardowa wskazania miernika podczas pomiaru prądu jest równa:

$$u_B(I_A) = \frac{0.05\% \times 82.237 \text{ mA} + 0.004\% \times 100 \text{ mA}}{\sqrt{3} \times 100\%} = 0.0260 \text{ mA}$$
$$u_{B,rel}(I_A) = \frac{u_B(I_A)}{|I_A|} 100\% = \frac{0.0260 \text{ mA}}{82.237 \text{ mA}} 100\% = 0.0316\%$$

M. DOROZHOVETS

3. Obliczanie niepewności wskazań nie skalibrowanych mierników cyfrowych

Przykład 3 (Przewodnik):

„W dokumentacji wytwórcy woltomierza cyfrowego stwierdza się, że: "w okresie pomiędzy jednym a dwoma latami po wzorcowaniu przyrządu, jego dokładność na zakresie 1 V wynosi ± 14 ppm (a) od wartości odczytu plus ± 2 ppm (b) od wartości zakresu".

Przypuśćmy, że przyrząd jest stosowany w 20 miesięcy po wzorcowaniu do pomiaru napięcia na zakresie 1 V i że wskazanie woltomierza jest równa: $u_V = 0.928571$ V
Wtedy niepewność standardowa wskazania tego woltomierza cyfrowego jest równa:

$$u_B(u_V) = \frac{14 \text{ ppm} \times 0.928571 \text{ V} + 2 \text{ ppm} \times 1 \text{ V}}{\sqrt{3} \times 10^6 \text{ ppm}} = 8.66 \text{ } \mu\text{V}$$

M.DOROZHOVETS

3. Obliczanie niepewności wskazań nie skalibrowanych mierników cyfrowych

Przykład 4.

4½ Multimetr Metex MXD 4660A na zakresie 20 k Ω wykorzystywany do pomiaru rezystancji, wskazanie miernika $R_\Omega = 15.672$ k Ω . Jego dokładność zdefiniowana jako ± 0.15 % (a) od wskazania + ± 3 cyfry (c).

Wartość cyfry najmniej znaczącej WCNZ=0.001 k Ω

Niepewność standardowa wskazania tego omomierza cyfrowego jest równa:

$$u_B(R_\Omega) = \frac{0.15\% \times 15.672 \text{ k}\Omega / 100\% + 3 \times 0.001 \text{ k}\Omega}{\sqrt{3}} = 0.0153 \text{ k}\Omega$$
$$u_{B,rel}(R_\Omega) = \frac{u_B(R_\Omega)}{R_\Omega} 100\% = \frac{0.0153 \text{ k}\Omega}{15.672 \text{ k}\Omega} 100\% = 0.0976\%$$

M.DOROZHOVETS

4. Obliczanie składowych niepewności wskazań mierników od wielkości wpływających

Podczas pomiarów w warunkach, które różnią się od warunków normalnych (odniesienia), należy uwzględnić dodatkowe składowe niepewności wskazań mierników, na przykład od wpływu tak zwanych **wielkości wpływających**, które nie są wielkościami mierzonymi a jednak okazują wpływ na wynik pomiaru.

Do takich wielkości można odnieść:

- temperatura,
- upływ czasu po kalibracji,
- pole magnetyczne (elektrostatyczne, elektromagnetyczne),
- niestabilność zasilania,
- ciśnienie,
- wilgoć,
- zakłócenia,
- drgania mechaniczne,
- oraz inne

Wtedy metodą typu B obliczane są niepewności wskazań miernika w normalnych warunkach pracy oraz od wpływu tych wielkości i następnie **złożona niepewność standardowa**.

M.DOROZHOVETS

4. Obliczanie składowych niepewności wskazań mierników od wielkości wpływających

Producenci najczęściej podają dane do obliczania wartości maksymalnego błędu dopuszczalnego od wpływu **odchylenia temperatury** od znamionowej oraz od **wpływu czasu po ostatniej kalibracji**.

Sposoby obliczania są różne, zależnie od miernika.

Na przykład, producent precyzyjnego multimetru **Agilent 3458A** w danych technicznych na zakresie UN=10V podaje wartości MBD w zależności od czasu po ostatniej kalibracji i temperaturze (23±1)°C:

0.5 ppm od odczytu + 0.05 ppm od zakresu – do 24 godziny

4.1 ppm od odczytu + 0.05 ppm od zakresu – do 90 dni

8 ppm od odczytu + 0.05 ppm od zakresu – do 1 roku

14 ppm od odczytu + 0.05 ppm od zakresu – do 2 lat

M.DOROZHOVETS

4. Obliczanie składowych niepewności wskazań mierników od wielkości wpływających

Oprócz tego, w dokumentacji podawano wartość współczynnika temperaturowego do obliczania MBD przy odchyleniu temperatury podczas pomiaru:

przy zastosowaniu autokalibracji, wtedy odchylenie temperatury od $(23\pm 5)^{\circ}\text{C}$

czy bez zastosowania autokalibracji, wtedy odchylenie temperatury od $(23\pm 1)^{\circ}\text{C}$.

Przykładowo, na zakresie 10 V wartość współczynnika temperaturowego jest równa:

$(0.5 \text{ ppm od odczytu} + 0.01 \text{ ppm od zakresu})/^{\circ}\text{C}$ bez autokalibracji (odchylenie $(23\pm 1)^{\circ}\text{C}$),

$(0.15 \text{ ppm od odczytu} + 0.01 \text{ ppm od zakresu})/^{\circ}\text{C}$ z autokalibracją (odchylenie od $(23\pm 5)^{\circ}\text{C}$).

M.DOROZHOVETS

4. Obliczanie składowych niepewności wskazań mierników od wielkości wpływających

Przykład. Pomiar miernikiem na zakresie $U_N=10 \text{ V}$ został wykonany w czasie około 2 miesięcy po ostatniej kalibracji, przy temperaturze 29°C bez zastosowania autokalibracji. Wskazanie woltomierza $U_V=12.0346\text{V}$

Według danych technicznych dla 2 miesięcy = 60 dni < 90 dni wartości do obliczania MBD następujące:

$4.1 \text{ ppm od odczytu} + 0.05 \text{ ppm od zakresu}$ – do 90 dni

Według danych technicznych dla temperatury 29°C bez zastosowania autokalibracji wartości współczynnika temperaturowego do obliczania MBD następujące:

$(0.5 \text{ ppm od odczytu} + 0.01 \text{ ppm od zakresu})/^{\circ}\text{C}$ bez autokalibracji (odchylenie $(23\pm 1)^{\circ}\text{C}$)

Odchylenie temperatury $29^{\circ}\text{C} - 24^{\circ}\text{C} = 5^{\circ}\text{C}$

M.DOROZHOVETS

4. Obliczanie składowych niepewności wskazań mierników od wielkości wpływających

Przykład. Składowa niepewności standardowej od czasu po ostatniej kalibracji

$$u_B(U_V) = \frac{4.1 \text{ ppm} \cdot 8.0346V + 0.05 \text{ ppm} \cdot 10V}{\sqrt{3} \cdot 10^6} = 19.31 \mu V$$

Składowa niepewności standardowej od odchylenia temperatury podczas pomiaru (bez aukalibracji)

$$u_{B,\theta}(U_V) = \frac{(0.5 \text{ ppm} \cdot 8.0346V + 0.01 \text{ ppm} \cdot 10V) \cdot \frac{1}{^\circ C} \cdot 5^\circ C}{\sqrt{3} \cdot 10^6} = 11.89 \mu V$$

Złożona niepewność standardowa (obliczana jest jeśli jest więcej niż jedna składowa niepewności) wyznaczana jest jako pierwiastek z sumy kwadratów składowych:

$$u_c(U_V) = \sqrt{u_B^2(U_V) + u_{B,\theta}^2(U_V)} = \sqrt{19.31^2 + 11.89^2} \mu V = 22.68 \mu V$$

Względna złożona niepewność standardowa

$$u_{c,rel}(U_V) = \frac{22.68 \mu V}{8.0345V} 10^6 = 2.82 \text{ ppm}$$

M.DOROZHOVETS

Podsumowanie

Niepewność standardowa wskazań mierników w warunkach odniesienia zależy od zadeklarowanych przez producenta parametrów dokładności – maksymalnych błędów dopuszczalnych (MBD) oraz wskazań mierników.

Względna niepewność wskazania miernika analogowego jest bliska do wartości klasy dokładności (różnica nie więcej jak 2-3 razy).

Względna niepewność wskazania miernika cyfrowego jest bliska do wartości współczynnika, który definiuje składową MDB w zależności od wskazania (różnica też nie więcej jak 2-3 razy).

M.DOROZHOVETS