

# Równowaga płaskiego dowolnego układu sił - tarcie

Przykład 2

# Równowaga płaskiego dowolnego układu sił

## przykład 2

Pręt o ciężarze  $G$  i długości  $2b$  jest oparty o pionową powierzchnię w punkcie  $A$  oraz krawędź w punkcie  $B$  i znajduje się w stanie równowagi statycznej. Określ maksymalną wartość siły  $P$ , przy której występuje równowaga statyczna pręta.

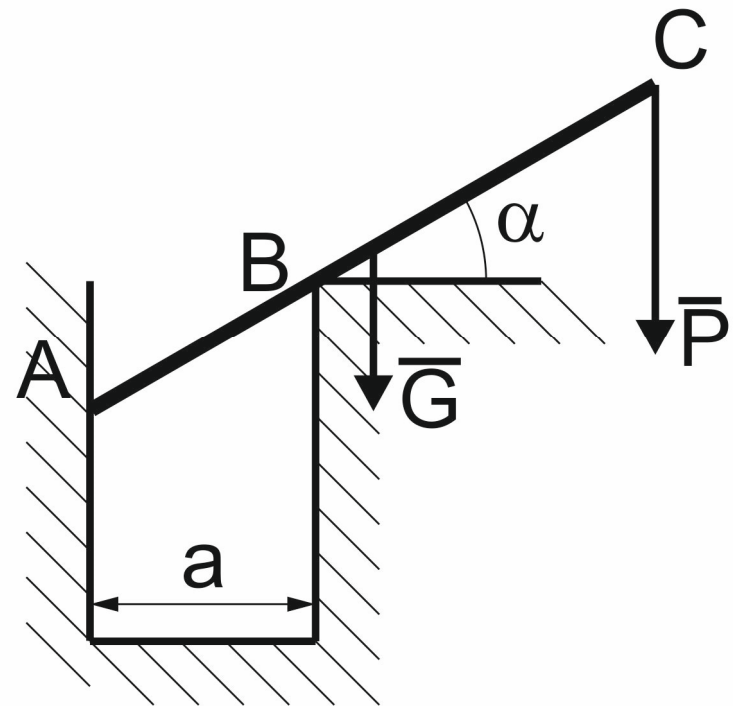
Dane:

$P, G$  [N]

$a, b$  [m]

$\alpha$  [rad]

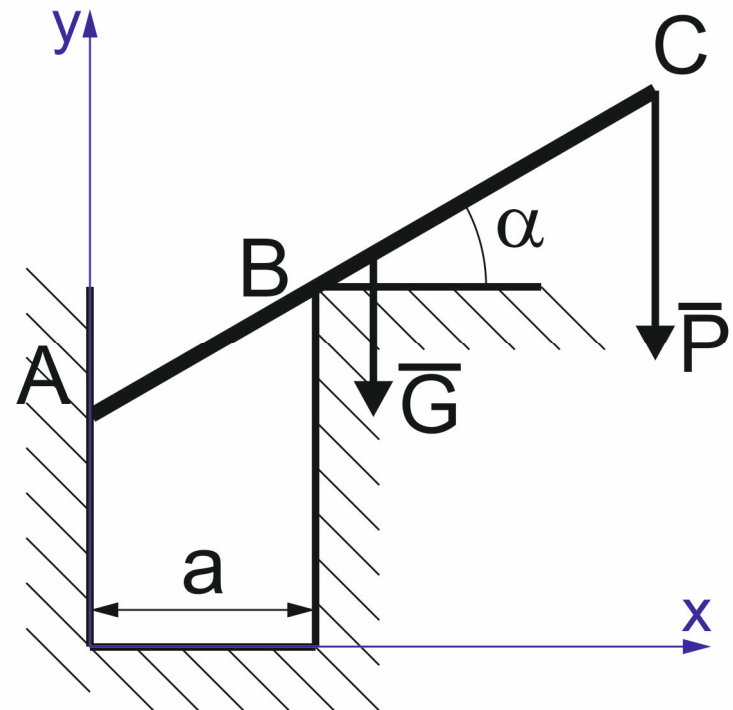
$\mu$



# Równowaga płaskiego dowolnego układu sił

## przykład 2

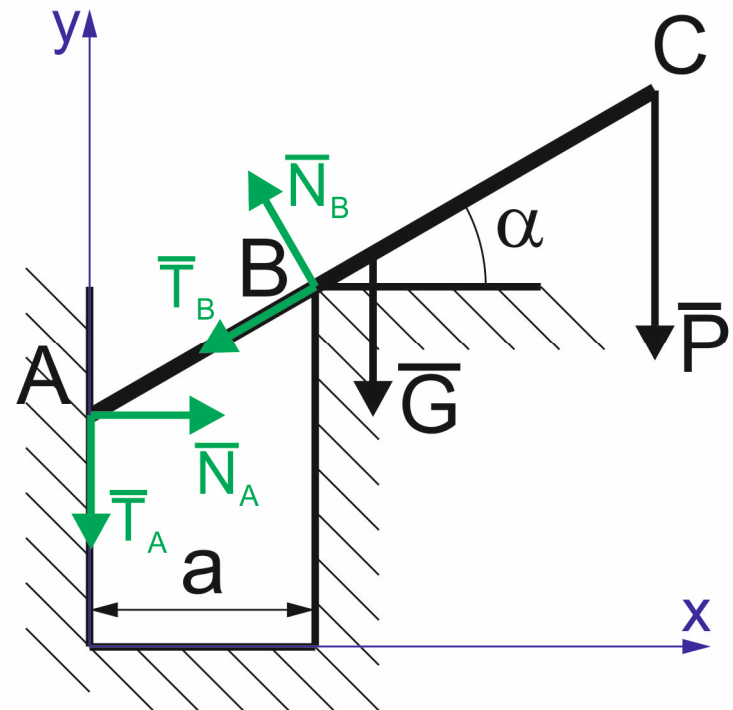
1. Przyjąć układ odniesienia.



# Równowaga płaskiego dowolnego układu sił

## przykład 2

1. Przyjąć układ odniesienia.
2. Wprowadzić siły reakcji.



# Równowaga płaskiego dowolnego układu sił

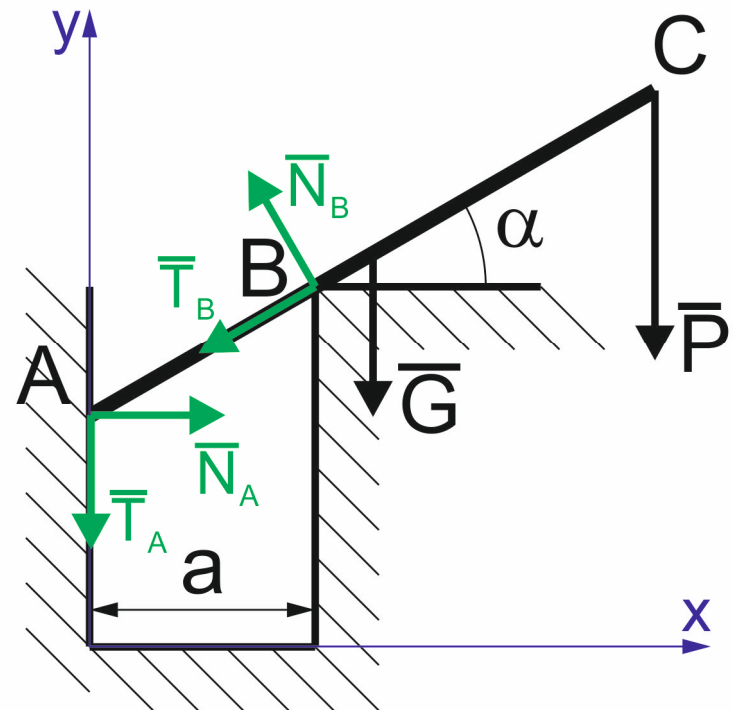
## przykład 2

3. Podać analityczne równania równowagi statycznej układu

$$1) \sum_{i=1}^n P_{ix} = N_A - T_B \cos \alpha - N_B \sin \alpha = 0$$

$$2) \sum_{i=1}^n P_{iy} = -T_A - T_B \sin \alpha + N_B \cos \alpha - G - P = 0$$

$$3) \sum_{i=1}^n M_A(\bar{P}_i) = N_B \frac{a}{\cos \alpha} - G \cdot b \cos \alpha - P \cdot 2b \cos \alpha = 0$$



# Równowaga płaskiego dowolnego układu sił

## przykład 2

3. Podać analityczne równania równowagi statycznej układu

$$1) \sum_{i=1}^n P_{ix} = N_A - T_B \cos \alpha - N_B \sin \alpha = 0$$

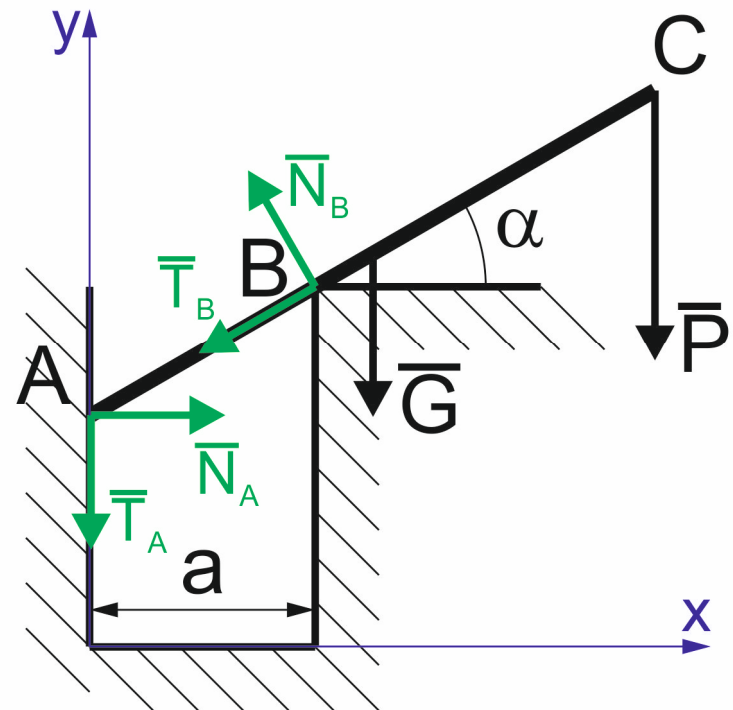
$$2) \sum_{i=1}^n P_{iy} = -T_A - T_B \sin \alpha + N_B \cos \alpha - G - P = 0$$

$$3) \sum_{i=1}^n M_A(\bar{P}_i) = N_B \frac{a}{\cos \alpha} - G \cdot b \cos \alpha - P \cdot 2b \cos \alpha = 0$$

4. Określić siły tarcia

$$4) T_A = \mu N_A$$

$$5) T_B = \mu N_B$$



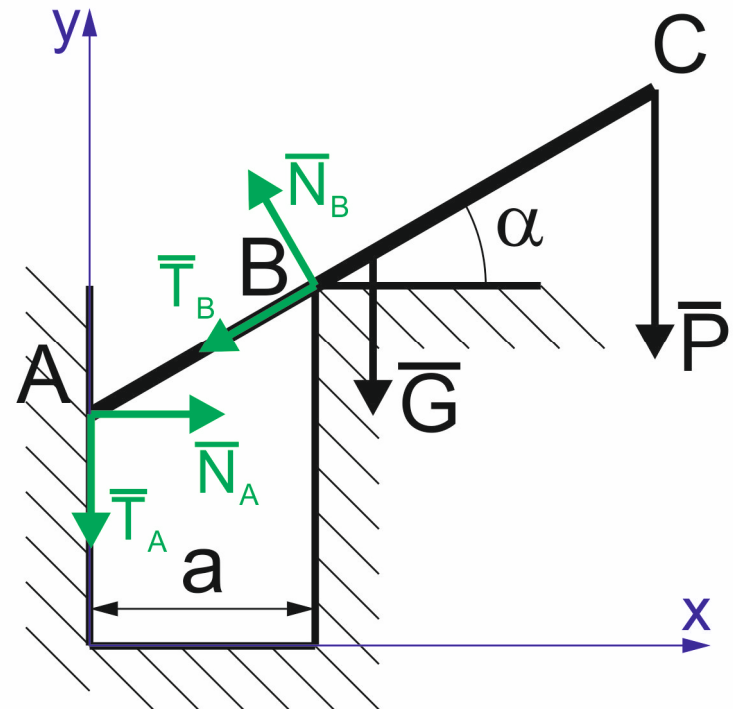
# Równowaga płaskiego dowolnego układu sił

## przykład 2

Równowaga statyczna układu opisana jest pięcioma równaniami z pięcioma niewiadomymi, czyli układ jest statycznie wyznaczalny.

Poszukiwane wielkości to:

- wartości sił reakcji  $T_A, N_A, T_B, N_B,$
- maksymalną wartość siły  $P$ , przy której jeszcze jest równowaga statyczna,



# Równowaga płaskiego dowolnego układu sił

## przykład 2

5. Rozwiązać równania

$$1) \sum_{i=1}^n P_{ix} = N_A - T_B \cos \alpha - N_B \sin \alpha = 0$$

$$2) \sum_{i=1}^n P_{iy} = -T_A - T_B \sin \alpha + N_B \cos \alpha - G - P = 0$$

$$3) \sum_{i=1}^n M_A(\bar{P}_i) = N_B \frac{a}{\cos \alpha} - G \cdot b \cos \alpha - P \cdot 2b \cos \alpha = 0$$

$$4) T_A = \mu N_A$$

$$5) T_B = \mu N_B$$



# Równowaga płaskiego dowolnego układu sił

## przykład 2

Najpierw równania (4) i (5) wstawimy do równań (1) – (3), otrzymując w ten sposób układ trzech równań z trzema niewiadomymi

$$1) \sum_{i=1}^n P_{ix} = N_A - N_B(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = 0$$

$$2) \sum_{i=1}^n P_{iy} = -\mu N_A + N_B(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) - G - P = 0$$

$$3) \sum_{i=1}^n M_A(\bar{P}_i) = N_B \frac{a}{\cos \alpha} - G \cdot b \cos \alpha - P \cdot 2b \cos \alpha = 0$$

Następnie z równania (3) obliczamy

$$N_B = P \frac{2b}{a} \cos^2 \alpha + G \frac{b}{a} \cos^2 \alpha$$

i wstawiamy do równań (1) i (2)

# Równowaga płaskiego dowolnego układu sił

## przykład 2

Najpierw równania (4) i (5) wstawimy do równań (1) – (3), otrzymując w ten sposób układ trzech równań z trzema niewiadomymi

$$1) \sum_{i=1}^n P_{ix} = N_A - \left( P \frac{2b}{a} \cos^2 \alpha + G \frac{b}{a} \cos^2 \alpha \right) (\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = 0$$

$$2) \sum_{i=1}^n P_{iy} = -\mu N_A + \left( P \frac{2b}{a} \cos^2 \alpha + G \frac{b}{a} \cos^2 \alpha \right) (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) - G - P = 0$$

Z równania (1) wyznaczamy

$$N_A = \left( P \frac{2b}{a} \cos^2 \alpha + G \frac{b}{a} \cos^2 \alpha \right) (\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$$

i wstawiamy do równania (2), z którego obliczamy  $P$

# Równowaga płaskiego dowolnego układu sił

## przykład 2

$$P = P_{max} = G \frac{\cos^2 \alpha \mu (\mu \cos \alpha + \sin \alpha) - \cos^2 \alpha (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) + \frac{a}{b}}{-2 \left( \cos^2 \alpha \mu (\mu \cos \alpha + \sin \alpha) - \cos^2 \alpha (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) + \frac{a}{2b} \right)}$$

Następnie należy wyznaczyć pozostałe niewiadome.