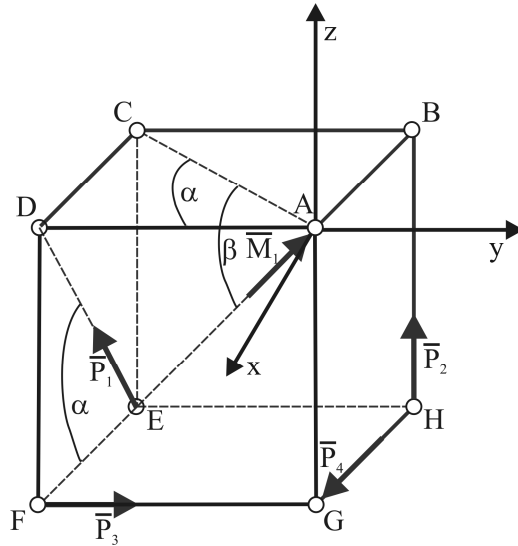


III. MOMENT OGÓLNY UKŁADU SIŁ

Zadanie III.2. W narożach sześciangu zaczepiono układ sił. Określić wektor momentu ogólnego układu sił względem bieguna A. Dane:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 2\sqrt{2}P \\ P_2 = P_3 = P_4 = 2P \end{array} \right\} [\text{N}]$$

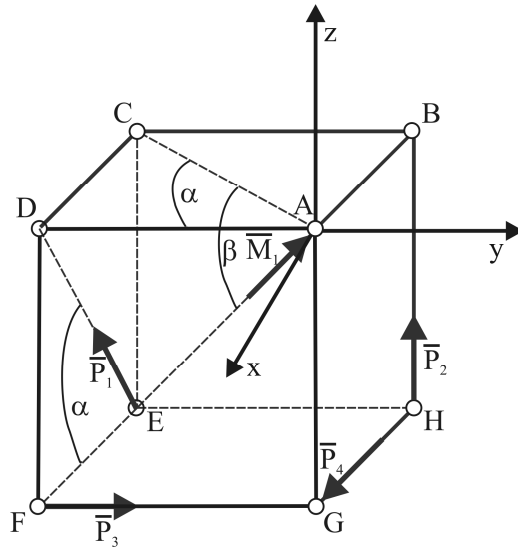
$M_1 = \sqrt{3}Pa$ [Nm] to wartość wektora momentu pary sił sześciangu o boku a [m]



Rys. III.1. Układ sił

W biegunie A przyjmujemy początek układu współrzędnych xyz (układ prostokątny prawoskrętny). Z geometrii układu wynika, że :

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \sin\beta = \frac{\sqrt{3}}{3}; \quad \cos\beta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \quad (\text{III.1})$$



Rys. III.1. Układ sił

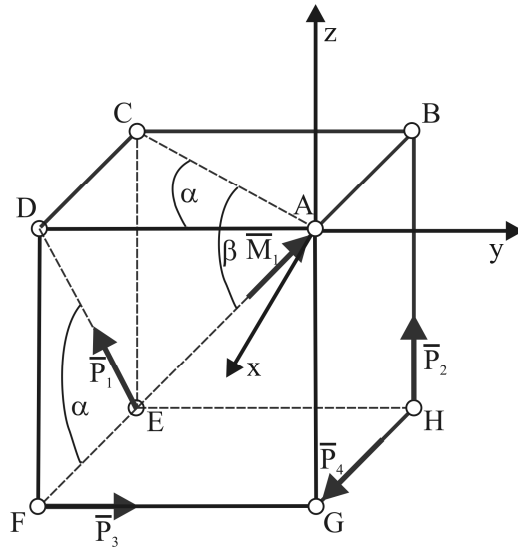
Wektor momentu ogólnego określonego względem punktu A zapiszemy w postaci analitycznej jako:

$$\bar{M}_A = M_x \bar{i} + M_y \bar{j} + M_z \bar{k} \quad (III.2)$$

Wartość momentu ogólnego wyznaczonego względem bieguna A określimy z zależności:

$$M_A = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} \quad (III.3)$$

M_x , M_y , M_z to wartości momentu ogólnego układu sił określonego względem odpowiednich osi układu odniesienia, czyli:



Rys. III.1. Układ sił

$$M_x = \sum_{i=1}^n M_x(\bar{P}_i) = -P_1 \sin \alpha \cdot a + P_3 \cdot a + M_1 \cos \beta \sin \alpha = Pa \text{ [Nm]}$$

$$M_y = \sum_{i=1}^n M_y(\bar{P}_i) = P_2 \cdot a - P_4 \cdot a + M_1 \cos \beta \cos \alpha = Pa \text{ [Nm]}$$

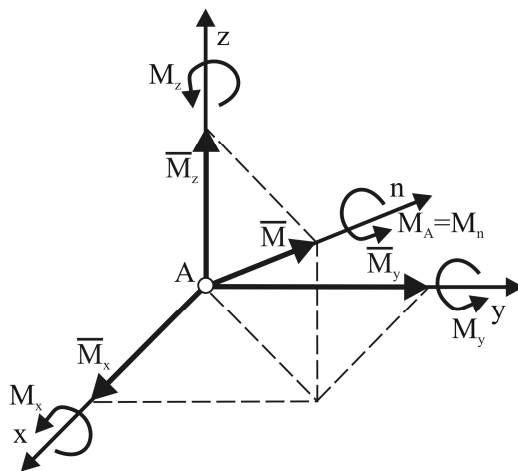
(III.4)

$$M_z = \sum_{i=1}^n M_z(\bar{P}_i) = P_1 \cos \alpha \cdot a + M_1 \sin \beta = 3Pa \text{ [Nm]}$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$M_A = \sqrt{(Pa)^2 + (Pa)^2 + (3Pa)^2} = \sqrt{P^2 a^2 + P^2 a^2 + 9P^2 a^2} = \sqrt{11} Pa \text{ [Nm]} \quad \text{(III.5)}$$

Na poniższym rysunku pokazano wektor \vec{M}_A oraz wektory momentu ogólnego określone względem poszczególnych osi.



Rys. III.2. Wektor momentu ogólnego układu sił określony względem bieguna A

Wektor momentu ogólnego nie jest niezmiennikiem układu i określony względem różnych punktów daje różne wyniki. Uwaga! Moment siły względem odpowiedniej osi określamy według przyjętych zasad, a jeżeli w układzie występuje wektor momentu pary sił, to przy określaniu wartości tego momentu względem odpowiednich osi wektor momentu rzutujemy na odpowiednie osie układu według przyjętych zasad takich jak przy rzutowaniu sił na osie.