

Kinematyka bryły

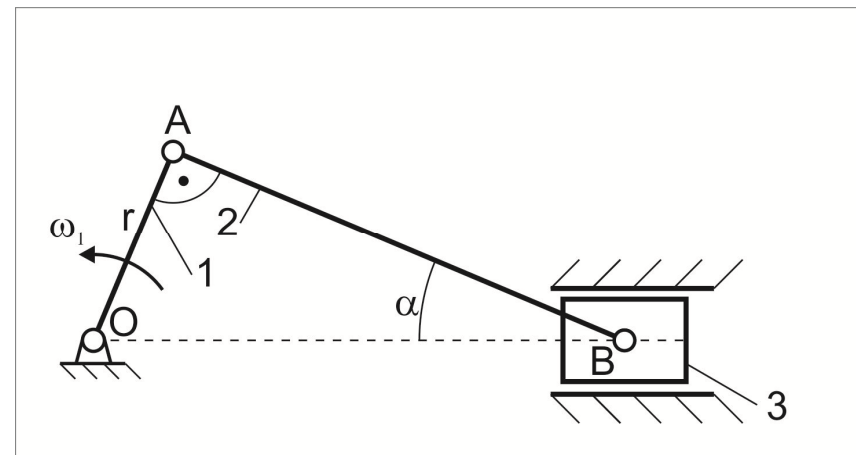
Zadanie 2

Kinematyka bryły

zadanie 2

Korzystając z wybranej metody określania prędkości w ruchu płaskim wyznacz wektor prędkości punktu B układu mechanicznego ustawionego w położeniu jak na rysunku.

Dane: $OA=r$ [m], α [rad], ω_1 [rad/s].



Kinematyka bryły

zadanie 2

Najpierw należy wyznaczyć prędkość punkty A. Należy on jednocześnie do bryły 1 i do bryły 2 czyli:

$$v_A = v_A^{(1)} = v_A^{(2)}$$

Jeśli punkt A przypiszemy bryle 1 to prędkość v_A można wyznaczyć jako

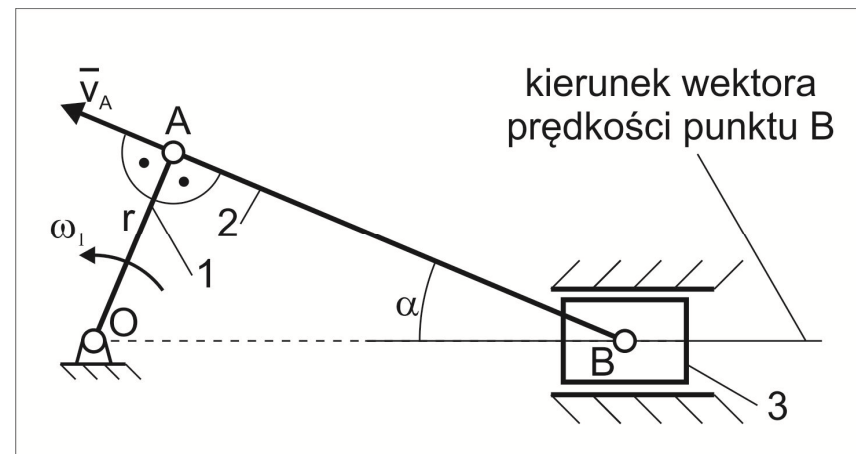
$$v_A = \omega_1 r$$

Wektor prędkości \vec{v}_A jest prostopadły do \overline{OA} i równoległy do \overline{AB} .

Punkt B należy on jednocześnie do bryły 2 i do bryły 3 czyli:

$$v_B = v_B^{(3)} = v_B^{(2)}$$

a z wiązań narzuconych na bryłę 3 wiadomo, że kierunek wektora \vec{v}_B jest poziomy. Następnie można rozwiązać zadanie stosując dowolną metodę wyznaczania prędkości w ruchu płaskim.



Kinematyka bryły

zadanie 2

Najszybciej można rozwiązać zadanie korzystając z twierdzenia o rzutach prędkości. Rzuty prędkości punktów A i B na oś l są sobie równe:

$$v_{Al} = v_{Bl}$$

Wartości rzutów to:

$$v_{Al} = v_A$$

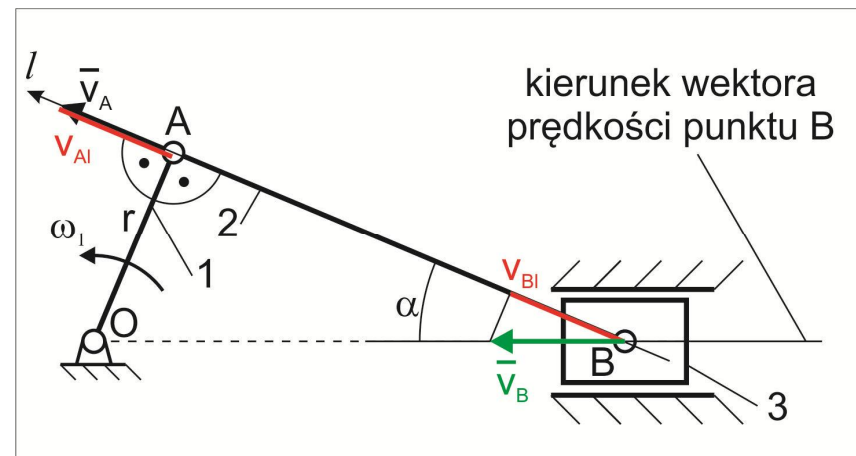
$$v_{Bl} = v_B \cos \alpha$$

Z porównania wartości rzutów prędkości wynika, że

$$v_B = \frac{v_A}{\cos \alpha}$$

a po uwzględnieniu zależności prędkości punktu A od prędkości kątowej bryły 1 mamy

$$v_B = \frac{\omega_1 r}{\cos \alpha}$$



Kinematyka bryły

zadanie 2

Można również rozwiązać zadanie korzystając z metody chwilowego środka prędkości. Jest on w punkcie C.

Prędkość punktu A przypisanego bryle 2 to:

$$v_A = \omega_2 CA$$

Prędkość kątową bryły 2 obliczymy jako

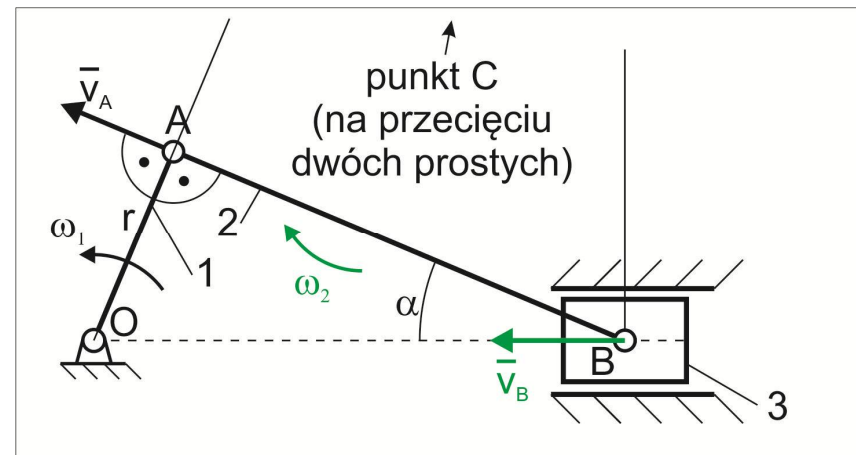
$$\omega_2 = \frac{v_A}{CA}$$

Prędkość punktu B przypisanego bryle 2 to:

$$v_B = \omega_2 CB$$

Uwzględniając prędkość kątową bryły 2 oraz zależność prędkości punktu A od prędkości kątowej bryły 1 otrzymujemy

$$v_B = \omega_1 r \frac{CB}{CA}$$



Kinematyka bryły

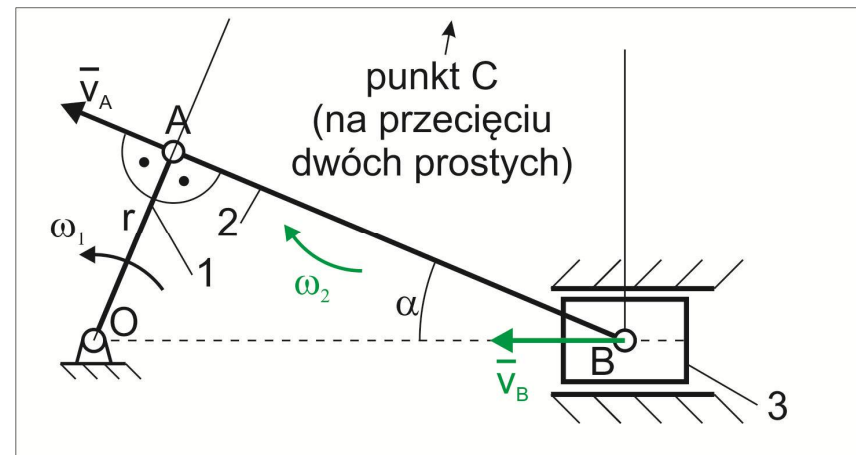
zadanie 2

Trójkąty OAB i ABC są podobne (proporcjonalne, kąt α jest przy wierzchołku C). Można zatem zapisać

$$\frac{CA}{CB} = \frac{AB}{OB}$$

Ten drugi stosunek jest równy $\cos\alpha$.
Zatem prędkość punktu B można ostatecznie zapisać jako

$$v_B = \frac{\omega_1 r}{\cos\alpha}$$



Kinematyka bryły

zadanie 2

Można wreszcie zastosować jeszcze jeden sposób, opisany równaniem

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$$

Równanie to rzutujemy na oś poziomą x

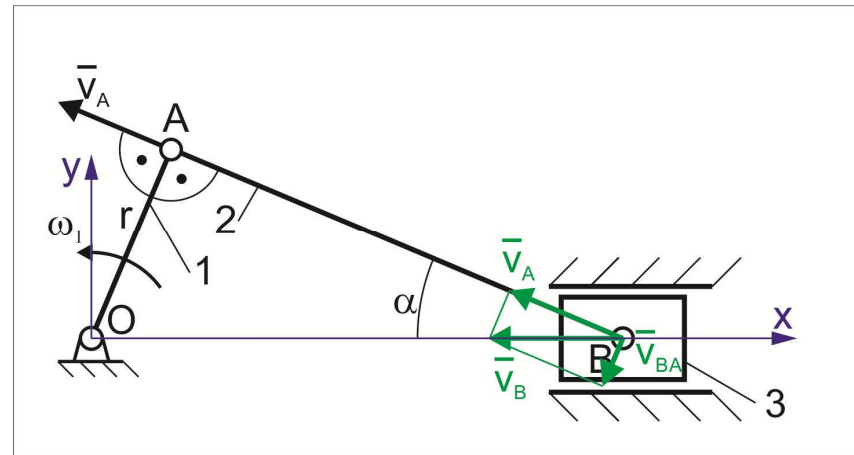
$$v_{Bx} = -v_A \cos \alpha - v_{BA} \sin \alpha$$

oraz oś pionową y:

$$v_{By} = v_A \sin \alpha - v_{BA} \cos \alpha = 0$$

Wartość $v_{By} = 0$ wynika z tego, że na kierunku y nie ma ruchu punktu B. Z ostatniego równania mamy

$$v_{BA} = v_A \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$



Kinematyka bryły

zadanie 2

Wartość v_{Bx} jest prędkością całkowitą, co do wartości równą:

$$\begin{aligned}v_B = v_{Bx} &= -v_A \cos\alpha - v_A \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \sin\alpha = \\ &= -v_A \left(\cos\alpha + \frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha} \right) = \\ &= -v_A \left(\frac{\cos^2\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha} \right) = -\frac{v_A}{\cos\alpha} = -\frac{\omega_1 r}{\cos\alpha}\end{aligned}$$

Znak „-” mówi o zwrocie prędkości względem osi x

