

# Kinematyka układu brył

## Zadanie 3

# Kinematyka układu brył

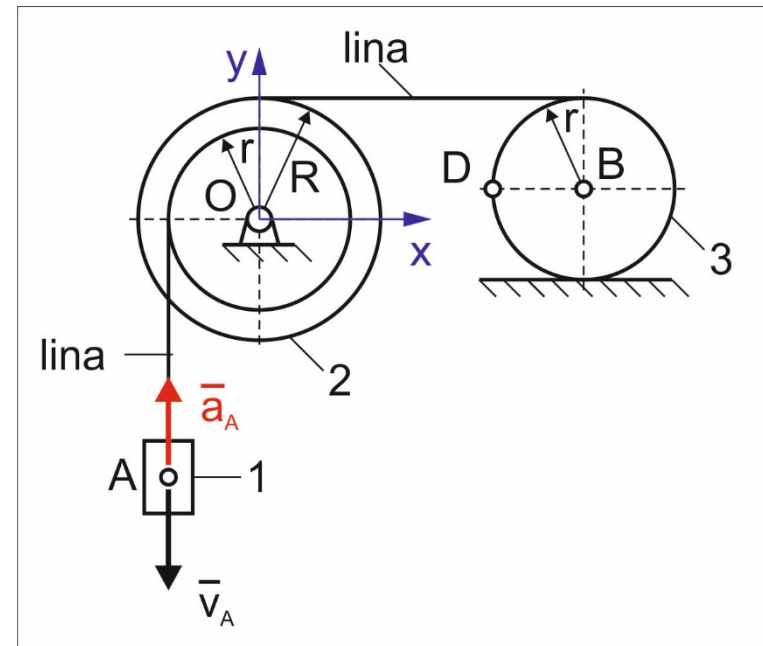
## zadanie 3

Dla układu mechanicznego pokazanego na rysunku określ:

- 1) chwilowy środek prędkości krążka 3,
- 2) prędkość kątową krążka 3,
- 3) wektor prędkości punktu D,
- 4) przyspieszenie kątowe krążka 3,
- 5) wektor przyspieszenia punktu D.

Znane są prędkość i przyspieszenie punktu A i geometria układu. Krążek 3 porusza się bez poślizgu.

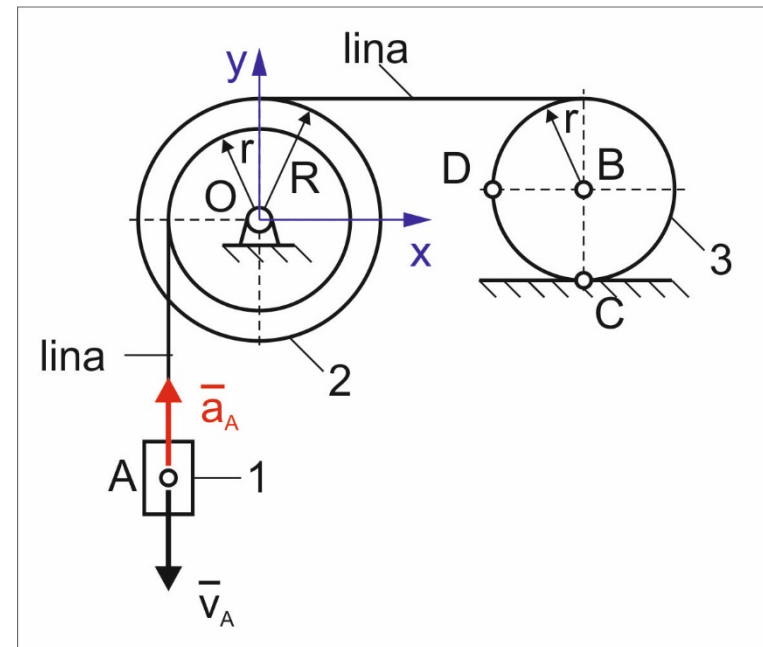
Dane:  $v_A$  [m/s],  $a_A$  [m/s<sup>2</sup>],  $r$ ,  $R$  [m].



# Kinematyka układu brył

## zadanie 3

1) Chwilowy środek prędkości krążka 3 jest w punkcie styku krążka 3 z równią (punkt nazwany przeze mnie C).



# Kinematyka układu brył

## zadanie 3

### 2) Prędkość kątowna krążka 3.

Najpierw obliczamy prędkość kątowną bryły 2 jako

$$\omega_2 = \frac{v_A}{r}$$

Następnie porównujemy prędkości punktów E i F:

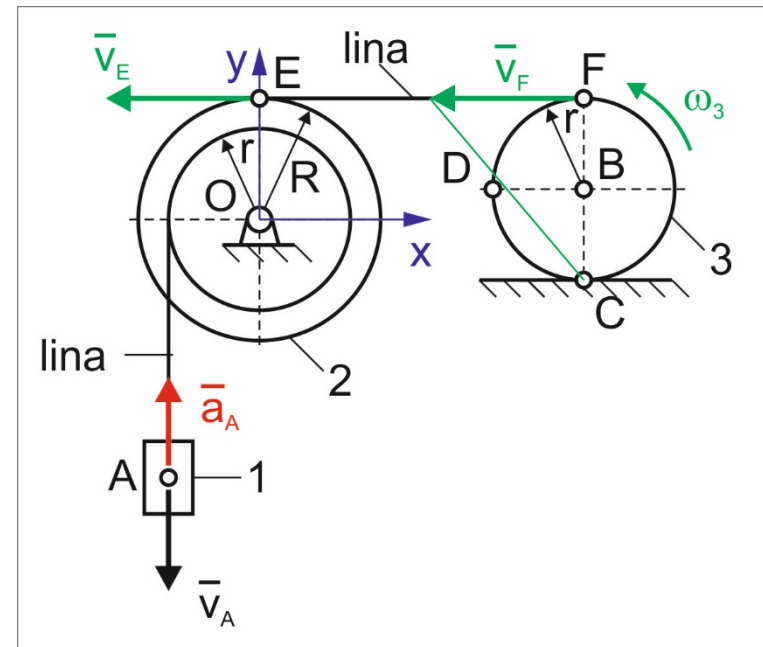
$$v_F = v_E$$

gdzie

$$v_E = \omega_2 R = v_A \frac{R}{r}$$

$$v_F = \omega_3 2r$$

$$\text{Z tych równań otrzymujemy } \omega_3 = v_A \frac{R}{2r^2}$$



# Kinematyka układu brył

## zadanie 3

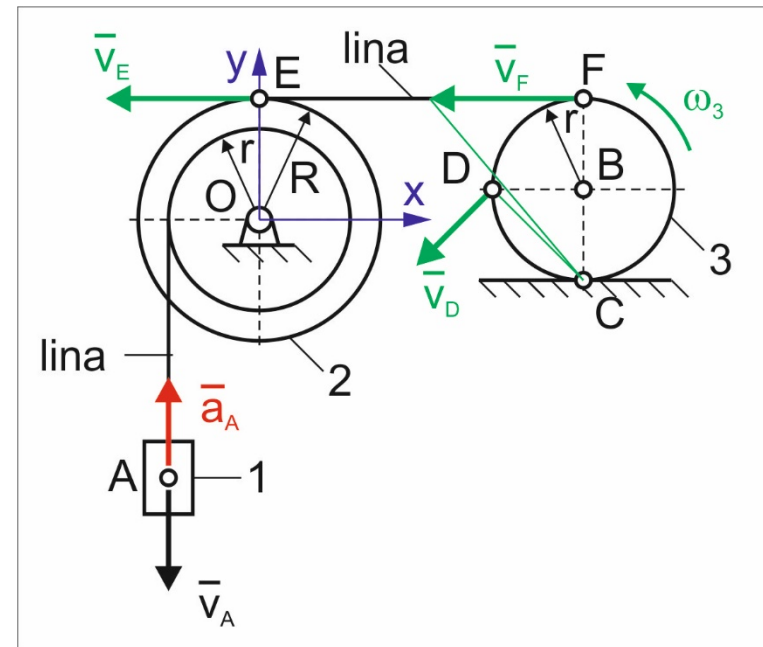
### 3) Wektor prędkości punktu D.

Najszybciej można wartość prędkości punktu D zapisać jako

$$v_D = \omega_3 CD = \omega_3 r \sqrt{2} = v_A \frac{R \sqrt{2}}{r^2}$$

Następnie rysujemy wektor prędkości punktu D na rysunku.

Można też zastosować inną metodę wyznaczania prędkości punktu w ruchu płaskim



# Kinematyka układu brył

## zadanie 3

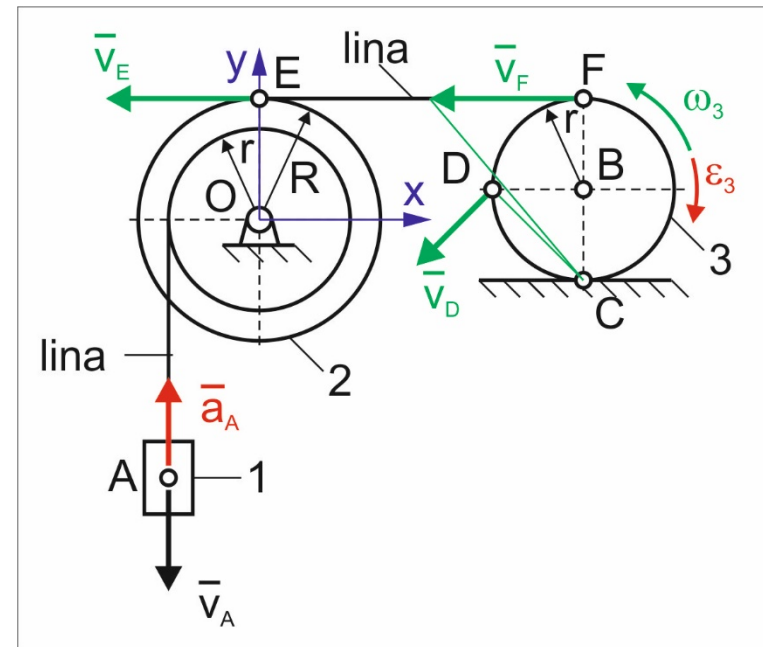
### 4) Przyspieszenie kątowe krążka 3.

Znając prędkość kątową krążka 3  $\omega_3 = v_A \frac{R}{2r^2}$ , można obliczyć przyspieszenie kątowe w następujący sposób

$$\varepsilon_3 = \dot{\omega}_3 = \dot{v}_A \frac{R}{2r^2} = a_A \frac{R}{2r^2}$$

Zaznaczamy przyspieszenie kątowe na rysunku.

Można je również wyznaczyć w inny sposób na podstawie analizy przyspieszeń stycznych.



# Kinematyka układu brył

## zadanie 3

### 5) Wektor przyspieszenia punktu D.

Wektor przyspieszenie punktu D określimy z wzoru

$$\bar{a}_D = \bar{a}_B + \bar{a}_{DB} = \bar{a}_B + \bar{a}_{DBn} + \bar{a}_{DB\tau}$$

Rozkład wektorów pokazano na rysunku

Wartość przyspieszenia punktu D to

$$a_D = \sqrt{(a_B + a_{DBn})^2 + a_{DB\tau}^2}$$

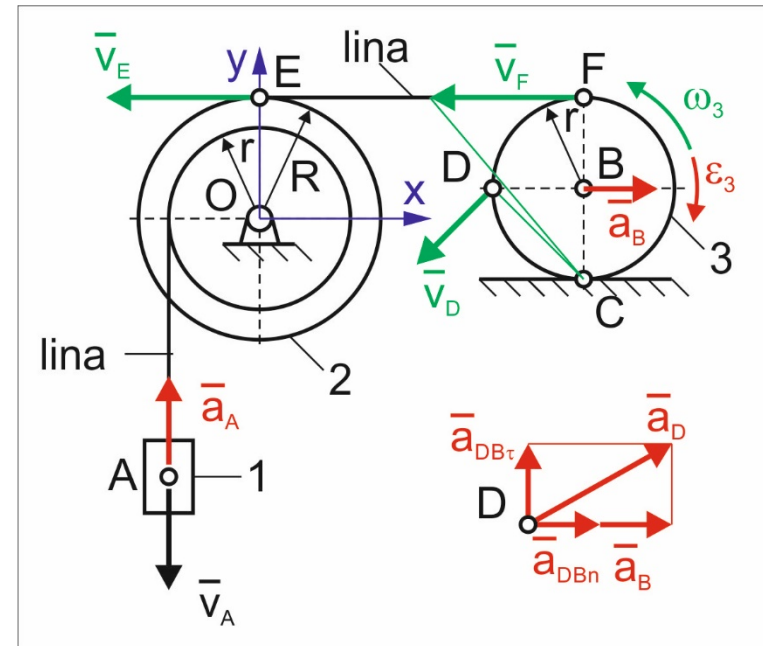
Jak widzimy, przyspieszenie punktu B ma tylko składową styczną (ruch po prostej), czyli

$$a_B = \dot{v}_B$$

Prędkość punktu B to  $v_B = \omega_3 r = v_A \frac{R}{2r}$ .

Zatem przysp. punktu B ma wartość

$$a_B = a_A \frac{R}{2r}$$



# Kinematyka układu brył

## zadanie 3

### 5) Wektor przyspieszenia punktu D.

Wartości składowych

$$a_{DBn} = \omega_3^2 r$$

$$a_{DB\tau} = \varepsilon_3 r$$

Podstawiając wcześniej obliczone wartości prędkości kątowej i przyspieszenia kątowego, wyznaczymy wartość przyspieszenia punktu D.

