Kinematyka bryły

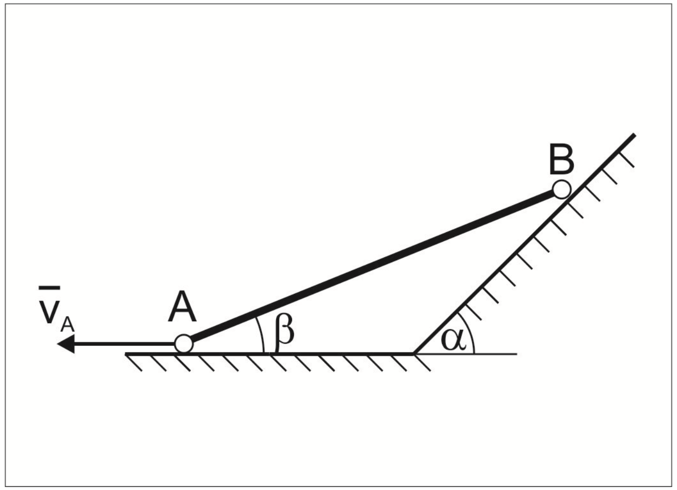
Zadanie 2

Kinematyka bryły

zadanie 2

Korzystając z metod określania prędkości w ruchu płaskim wyznacz wektor prędkości punktu B pręta ustawionego jak na rysunku.

Dane: AB=b [m], α,β [rad], v_A [m/s]



Kinematyka bryły
zadanie 2

Najszybciej można rozwiązać zadanie korzystając z twierdzenia o rzutach prędkości. Rzuty prędkości punktów A i B na oś l są sobie równe:

$$v_{Al} = v_{Bl}$$

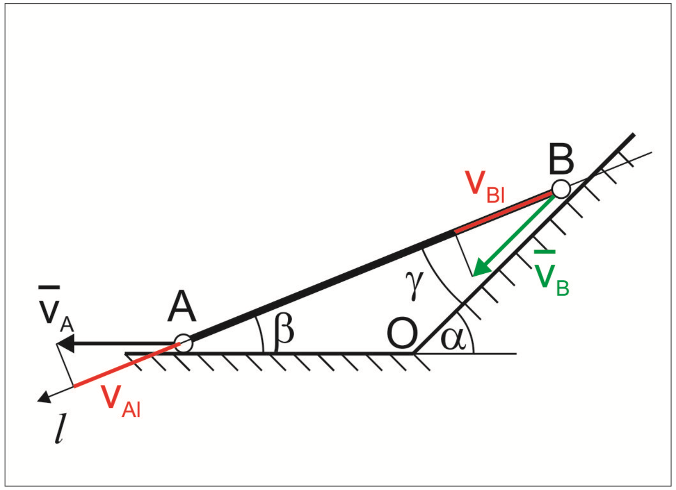
Wiadomo, że ze względu na więzy, punkt B może poruszać się po równi odchylonej od poziomu o kąt α. Wartości rzutów to:

$$v_{Al} = v_A cos\beta$$

$$v_{Bl} = v_B cos\gamma$$

Suma kątów w trójkącie AOB jest równa π. Kąt przy wierzchołku O to $\pi - \alpha$, zatem kąt $\gamma = \alpha - \beta$. Z porównania wartości rzutów prędkości wynika, że

$$v_B = v_A \frac{cos\beta}{\cos(\alpha-\beta)}$$



Kinematyka bryły

zadanie 2

Można również rozwiązać zadanie korzystając z metody chwilowego środka prędkości. Jest on w punkcie C. Kąty w trójkącie ABC można łatwo określić. Pręt obraca się z prędkością kątową, którą określimy jako:

$$\omega = \frac{v_A}{CA}$$

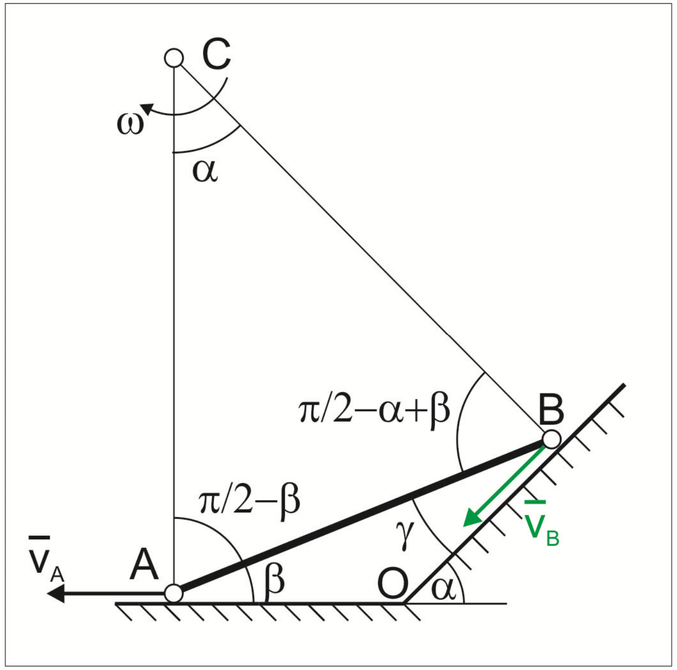
Prędkość punktu B to:

$$v_B = \omega CB = v_A \frac{CB}{CA}$$

Z wzoru sinusów dla trójkąta ABC zapiszemy:

$$\frac{CB}{sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)} = \frac{AB}{sin\alpha} \rightarrow CB = AB\frac{cos\beta}{sin\alpha}$$

$$\frac{CA}{sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \beta\right)} = \frac{AB}{sin\alpha} \rightarrow CA = AB\frac{cos(\alpha - \beta)}{sin\alpha}$$

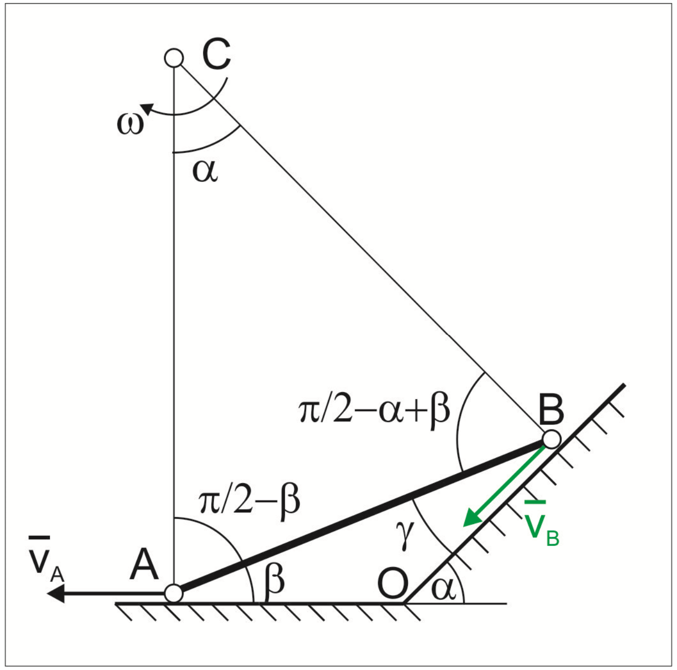


Kinematyka bryły

zadanie 2

Prędkość punktu B określimy ostatecznie:

$$v_B = v_A \frac{AB\frac{\cos\beta}{\sin\alpha}}{AB\frac{\cos(\alpha-\beta)}{\sin\alpha}} = v_A \frac{\cos\beta}{\cos(\alpha-\beta)}$$



Kinematyka bryły
zadanie 2

Można wreszcie zastosować jeszcze jeden sposób, opisany równaniem

$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}$

Równanie to rzutujemy na oś x związana z równią odchylona od poziomu o kąt α:

$$v_{Bx} = -v_A cos\alpha - v_{BA} cos\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right)$$

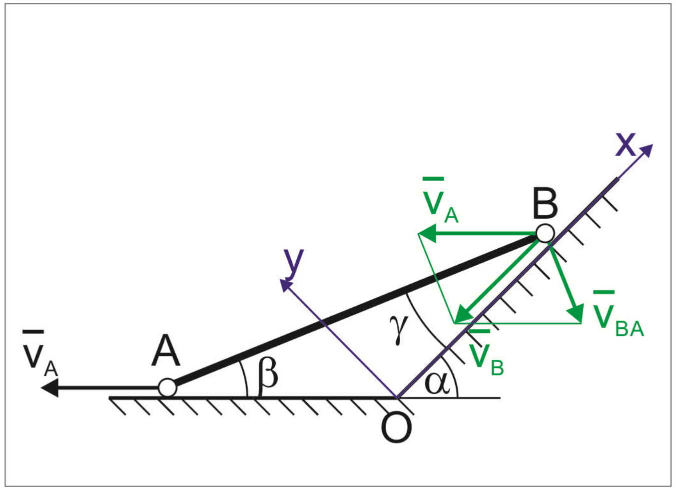
oraz na prostopadłą do niej oś y:

$$v_{By} = v_A sin\alpha - v_{BA} sin\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right) = 0$$

Wartość $v_{By} = 0$ wynika z tego, że na kierunku y nie ma ruchu punktu B. Z ostatniego równania mamy

$$v_{BA} = v_A \frac{sin\alpha}{sin\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right)} = v_A \frac{sin\alpha}{cos(\gamma)} =$$

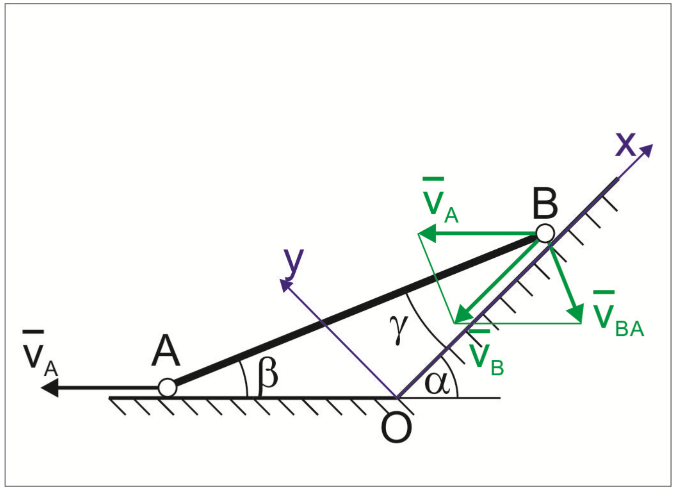
$$v_A \frac{sin\alpha}{cos(\alpha - \beta)}$$



Kinematyka bryły
zadanie 2

Wartość v_{Bx} jest prędkością całkowitą, co do wartości równą:

$$v_B = v_{Bx} =$$
$$-v_A cos\alpha - v_A \frac{sin\alpha}{cos(\alpha-\beta)} sin(\gamma) =$$
$$-v_A cos\alpha - v_A \frac{sin\alpha}{cos(\alpha-\beta)} sin(\alpha-\beta) =$$
$$-v_A \left(cos\alpha + sin\alpha \frac{sin(\alpha-\beta)}{cos(\alpha-\beta)}\right) =$$
$$-v_A \left(cos\alpha \frac{cos(\alpha-\beta)}{cos(\alpha-\beta)} + sin\alpha \frac{sin(\alpha-\beta)}{cos(\alpha-\beta)}\right) =$$
$$-v_A \left(\frac{cos\alpha cos(\alpha-\beta) + sin\alpha sin(\alpha-\beta)}{cos(\alpha-\beta)}\right) =$$
$$-v_A \frac{cos\beta}{cos(\alpha-\beta)}$$



Znak „-” mówi o zwrocie prędkości względem osi x

Kinematyka bryły

zadanie 2

Można też zaprezentować wynik w innej postaci np:

$$v_B = v_A \frac{1}{sin\alpha \, tg\beta + cos\alpha}$$

który można doprowadzić do poprzedniej formy, ale nie jest to konieczne.