

Kinematyka ruchu postępowego i obrotowego

Przykład 1

Kinematyka ruchu postępowego i obrotowego

przykład 1

Określić kinematyczne parametry ruchu brył 1, 2 i 3 oraz punktu D

Dane:

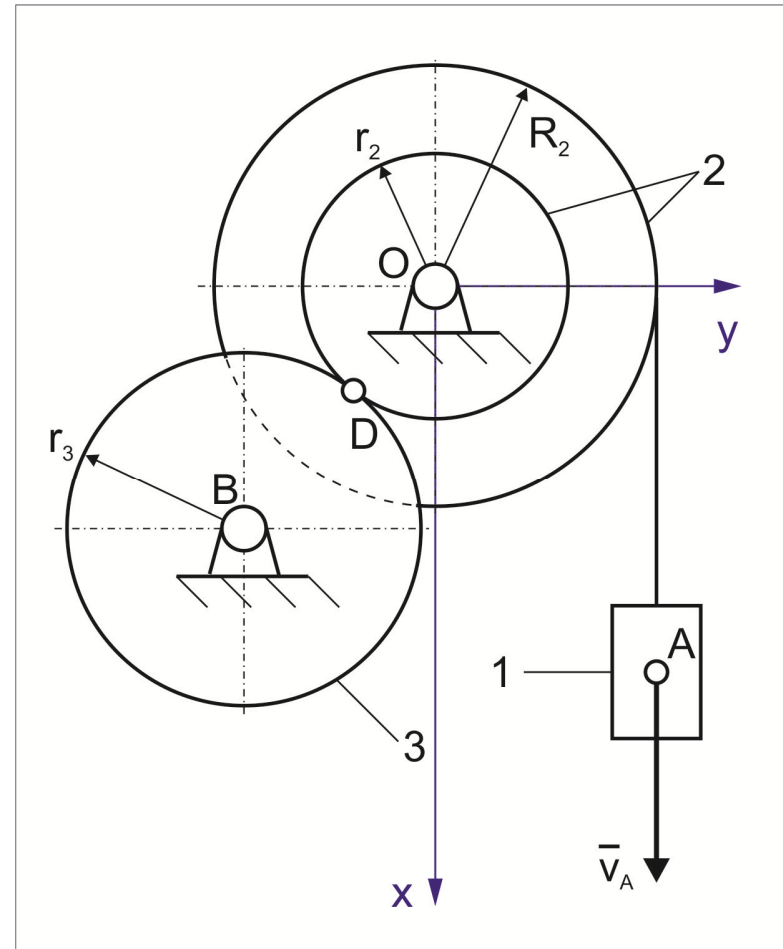
$$v_A = at \text{ [m/s]},$$

$$a = \text{const.}$$

$$r_2 = r \text{ [m]},$$

$$R_2 = 2r \text{ [m]},$$

$$r_3 = (3/2)r \text{ [m]},$$



Kinematyka ruchu postępowego i obrotowego

przykład 1

Kinematyczne param. ruchu bryły 1.

Bryła jest w ruchu postępowym, zatem wystarczy, że opiszemy ruchu punktu A

- wartość prędkości punktu A

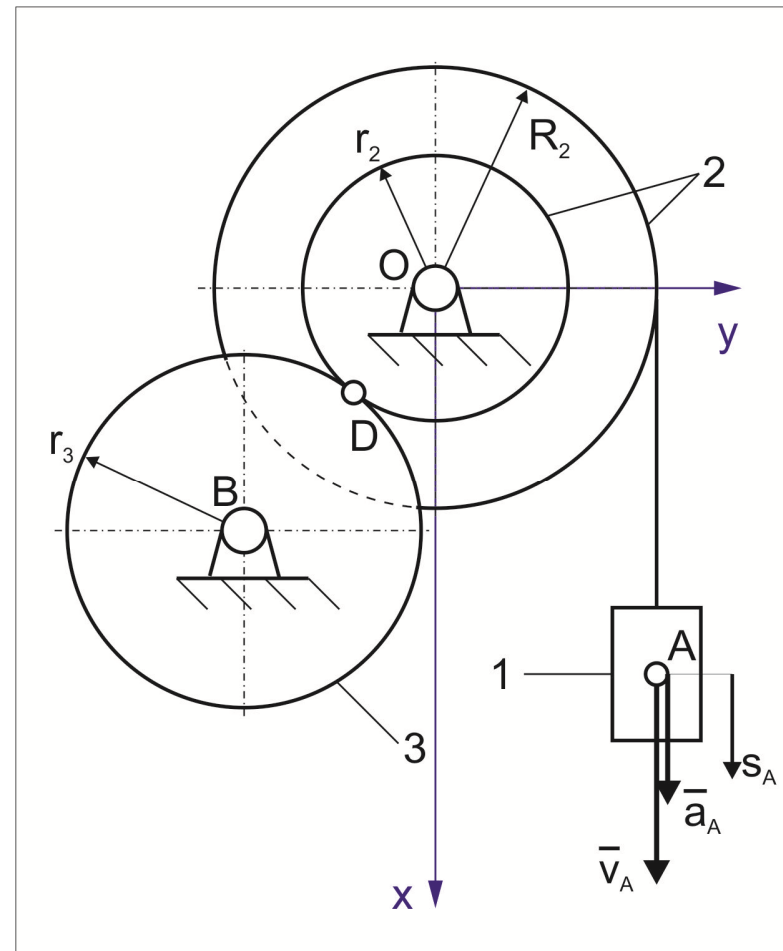
$$v_A = at \text{ [m/s]},$$

- droga punktu A

$$s_A = \int_0^t v_A dt = \int_0^t at dt = \frac{1}{2} at^2 \text{ [m]},$$

- wartość przyspieszenia punktu A

$$a_A = \dot{v}_A = a \text{ [m/s}^2\text{]}.$$



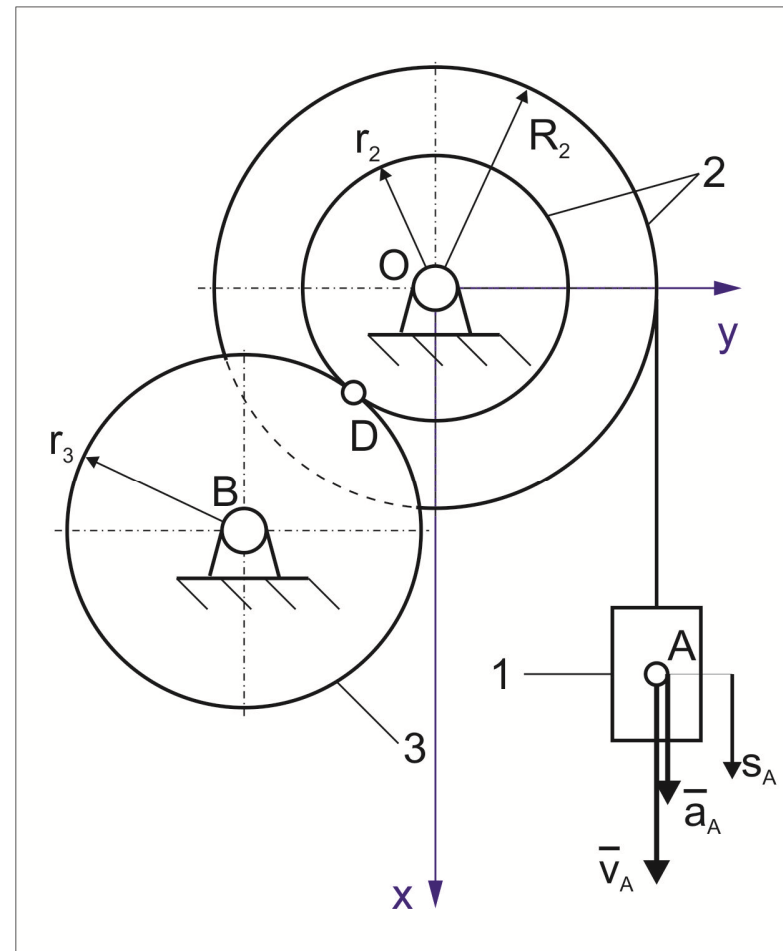
Kinematyka ruchu postępowego i obrotowego

przykład 1

Kinematyczne param. ruchu bryły 2.

Bryła jest w ruchu obrotowym, zatem należy określić kątowe parametry ruchu.

Wiadomo, że punkt O należący do bryły drugiej jest nieruchomy. Aby wyznaczyć prędkość kątową bryły 2 należy jeszcze wyznaczyć prędkość jakiegoś innego punktu należącego do bryły 2, na podstawie znanych już prędkości. Jeśli weźmiemy pod uwagę, że lina łącząca bryłę 1 z krążkiem 2 jest nierozciągliwa, to prędkości wszystkich punktów liny są takie same i równe prędkości punktu A .



Kinematyka ruchu postępowego i obrotowego

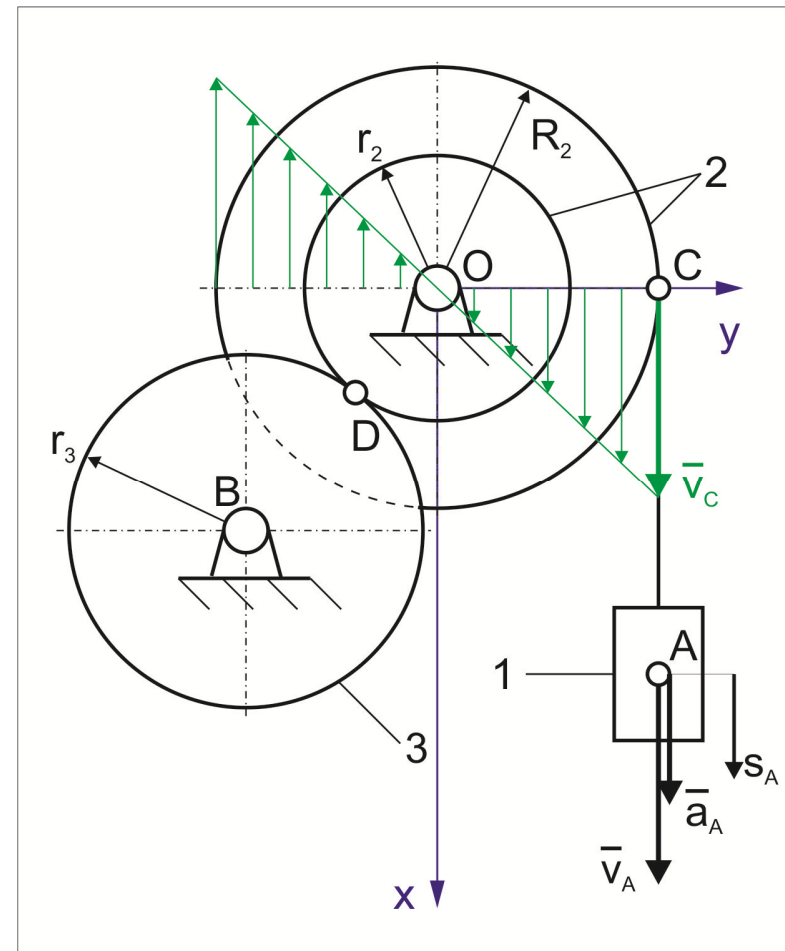
przykład 1

Kinematyczne param. ruchu bryły 2.

Jednocześnie lina współpracuje z krążkiem bez poślizgu i tym samym prędkość punktu, w którym lina schodzi z krążka (punkt C) jest równa prędkości punktu A, co zapisujemy $\vec{v}_C = \vec{v}_A$. Wartość prędkości punktu C wynosi:

$$v_C = v_A = at \text{ [m/s]}.$$

Punkt O, wokół którego obraca się krążek 2 jest nieruchomy. Znajomość prędkości punktów C i O umożliwia wyznaczenie rozkładu prędkości punktów leżących na średnicy krążka.



Kinematyka ruchu postępowego i obrotowego

przykład 1

Kinematyczne param. ruchu bryły 2.

Z rozkładu prędkości wynika, że krążek 2 obraca się zgodnie z ruchem wskazówek zegara, zatem zaznaczamy na rysunku odpowiednią prędkość kątową ω_2 .

Wartości kątowych parametrów ruchu:

- wartość prędkości kątowej bryły 2

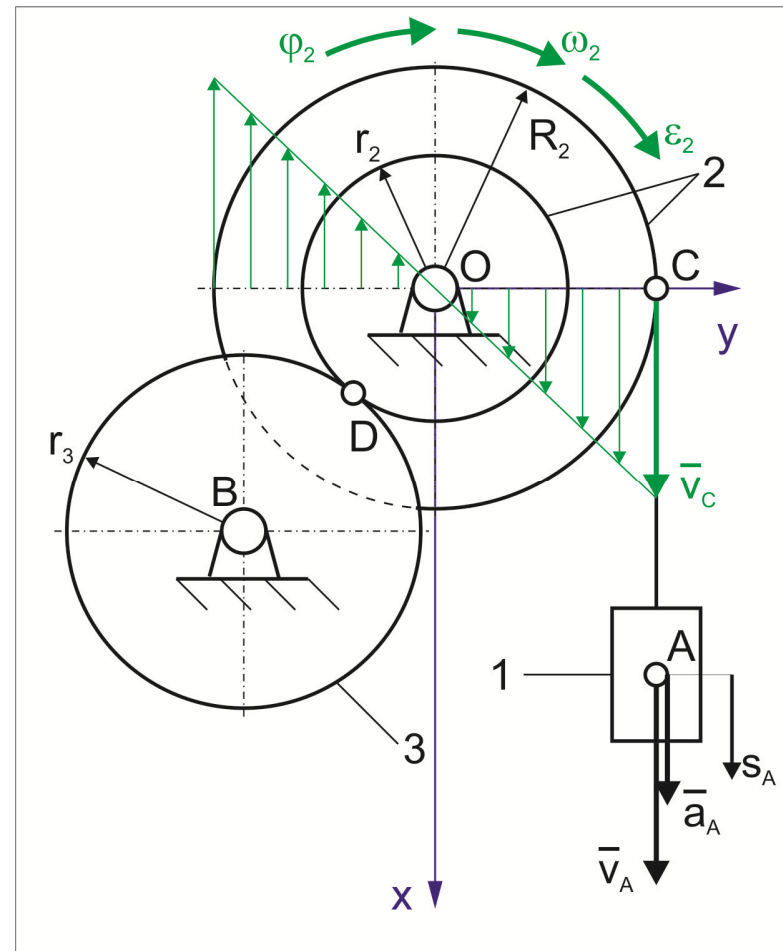
$$\omega_2 = \frac{v_C}{R_2} = \frac{at}{2r} [\text{rad/s}],$$

- kąt obrotu bryły 2

$$\varphi_2 = \int_0^t \omega_2 dt = \int_0^t \frac{at}{2r} dt = \frac{at^2}{4r} [\text{rad}],$$

-wartość przyspieszenia kątowego bryły 2

$$\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{a}{2r} [\text{rad/s}^2].$$



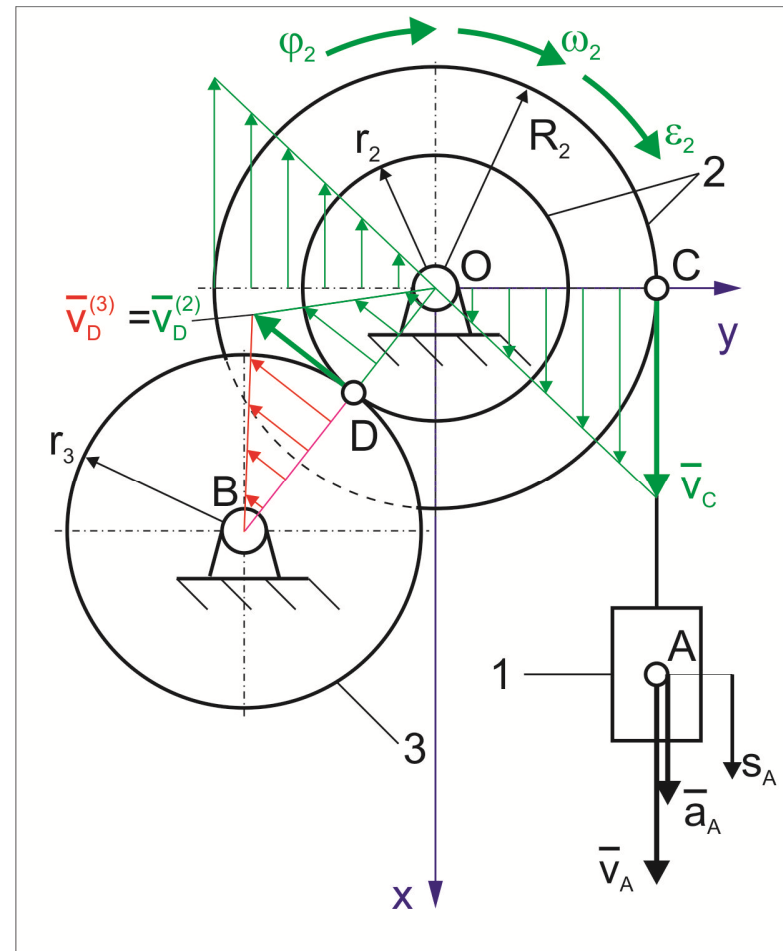
Kinematyka ruchu postępowego i obrotowego

przykład 1

Kinematyczne param. ruchu bryły 3.

Bryła jest w ruchu obrotowym, zatem należy określić kątowe parametry ruchu.

Wiadomo, że punkt B należący do bryły drugiej jest nieruchomy. Aby wyznaczyć prędkość kątową bryły 3 należy jeszcze wyznaczyć prędkość jakiegoś innego punktu należącego do bryły 3, na podstawie znanych już prędkości. Jest nim punkt D, który jest punktem styku krążków 2 i 3. Krążki współpracują bez poślizgu, zatem wektory prędkości punkt D przypisanego bryle 2 i 3 są sobie równe, co zapisujemy $\vec{v}_D^{(2)} = \vec{v}_D^{(3)}$.



Kinematyka ruchu postępowego i obrotowego

przykład 1

Kinematyczne param. ruchu bryły 3.

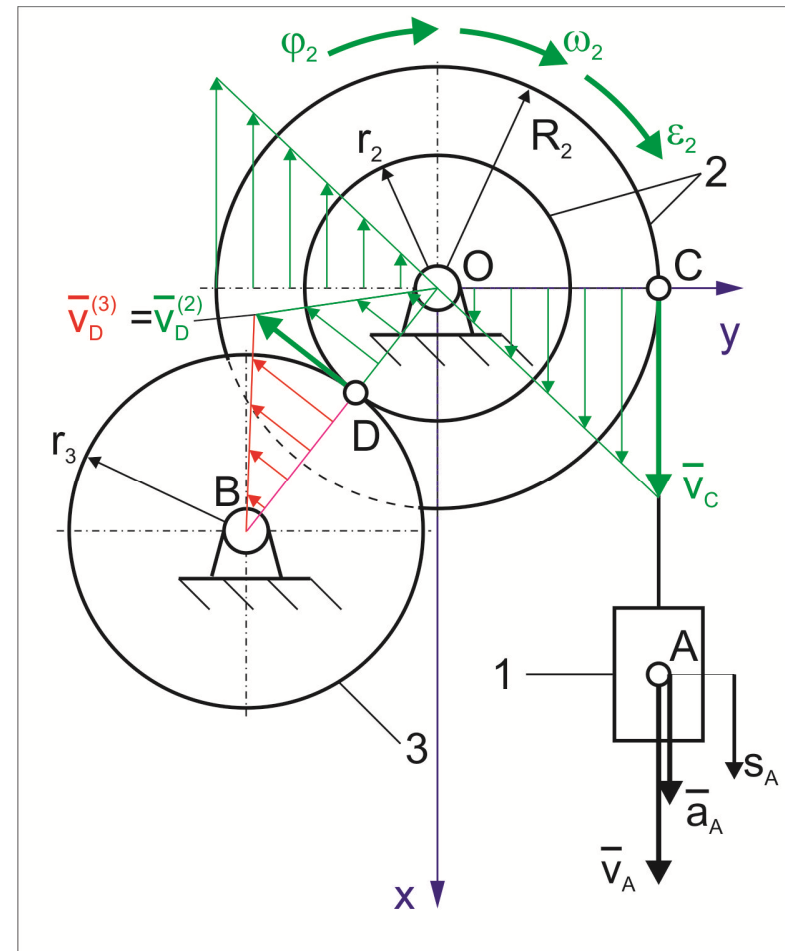
Z rozkładu prędkości wynika, że bryła 3 obraca się w przeciwną stronę niż bryła 2.

Jeśli punkt D przypiszemy krążkowi 2, to wartość jego prędkości zapiszemy jako

$$v_D^{(2)} = \omega_2 r_2.$$

Jeśli punkt D przypiszemy krążkowi 3, to wartość jego prędkości zapiszemy jako

$$v_D^{(3)} = \omega_3 r_3.$$



Kinematyka ruchu postępowego i obrotowego

przykład 1

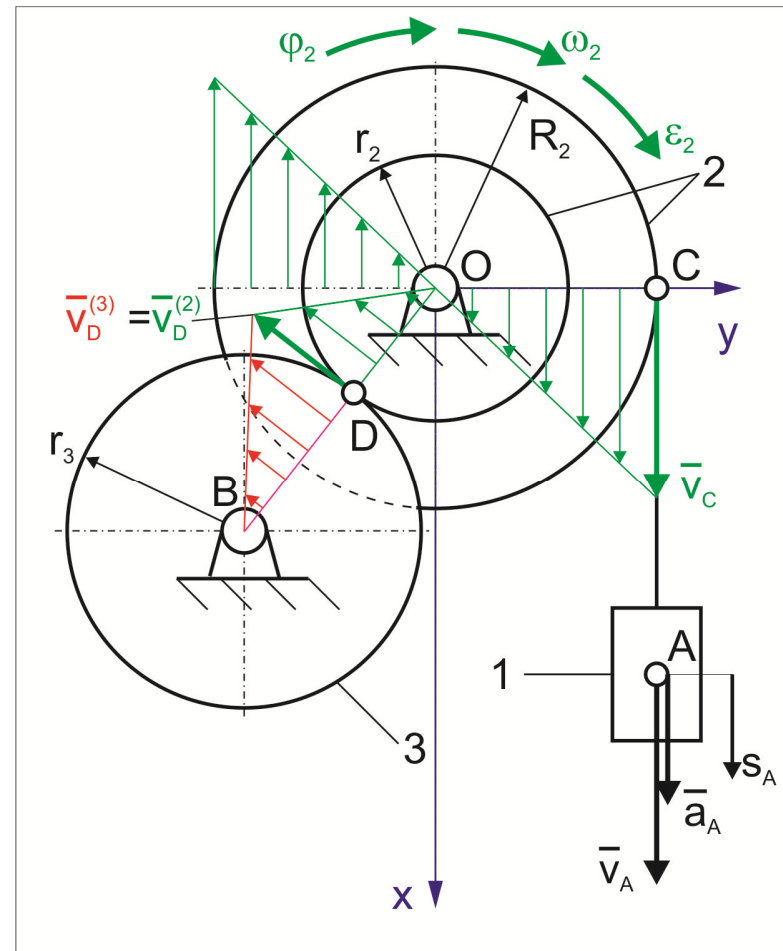
Kinematyczne param. ruchu bryły 3.

Porównując obydwie wartości prędkości, otrzymujemy

$$v_D^{(2)} = v_D^{(3)},$$
$$\omega_2 r_2 = \omega_3 r_3,$$

a następnie wyznaczamy prędkość kątową krążka 3

$$\omega_3 = \omega_2 \frac{r_2}{r_3}.$$



Kinematyka ruchu postępowego i obrotowego

przykład 1

Kinematyczne param. ruchu bryły 3.

Wartości kątowych parametrów ruchu:

- wartość prędkości kątowej bryły 3

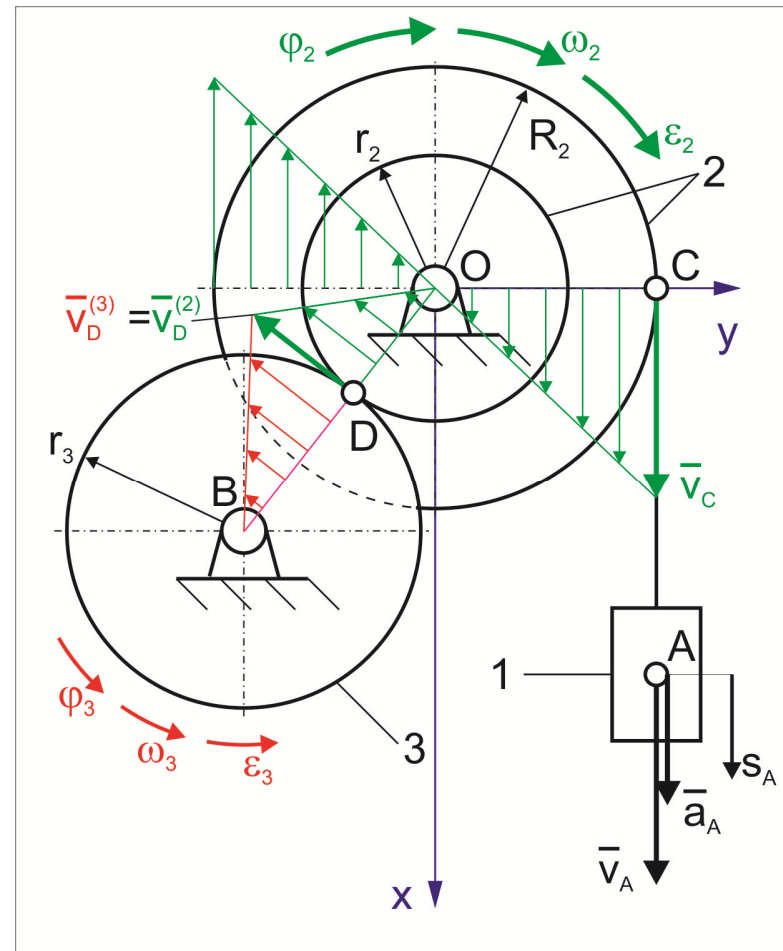
$$\omega_3 = \frac{at}{2r} \frac{r}{\frac{3}{2}r} = \frac{at}{3r} [\text{rad/s}],$$

- kąt obrotu bryły 3

$$\varphi_3 = \int_0^t \omega_3 dt = \int_0^t \frac{at}{3r} dt = \frac{at^2}{6r} [\text{rad}],$$

-wartość przyspieszenia kątowego bryły 3

$$\varepsilon_3 = \dot{\omega}_3 = \frac{a}{3r} [\text{rad/s}^2].$$



Kinematyka ruchu postępowego i obrotowego

przykład 1

Przyspieszenie punktu D.

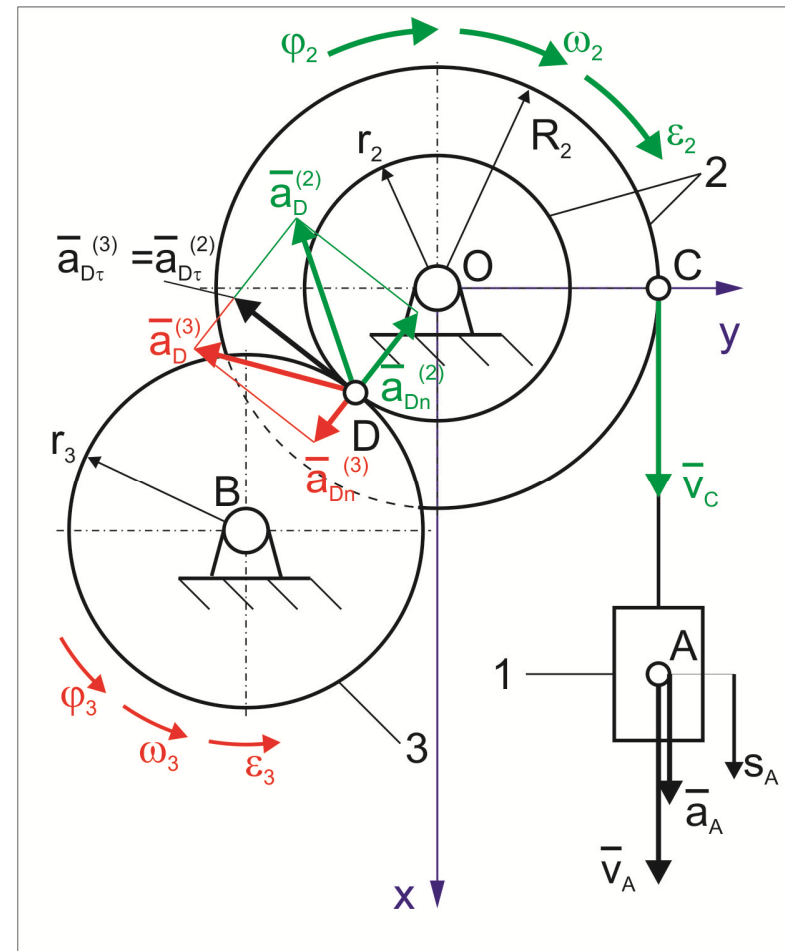
Wektor prędkości punktu D przypisanego bryle 2 jest równy wektorowi prędkości punktu D przypisanego bryle 3. Z przyspieszeniem jest inaczej.

Przyspieszenie punktu D przypisanego bryle 2 to

$$\bar{a}_D^{(2)} = \bar{a}_{D\tau}^{(2)} + \bar{a}_{Dn}^{(2)}$$

Natomiast przyspieszenie punktu D przypisanego bryle 3 to

$$\bar{a}_D^{(3)} = \bar{a}_{D\tau}^{(3)} + \bar{a}_{Dn}^{(3)}$$



Kinematyka ruchu postępowego i obrotowego

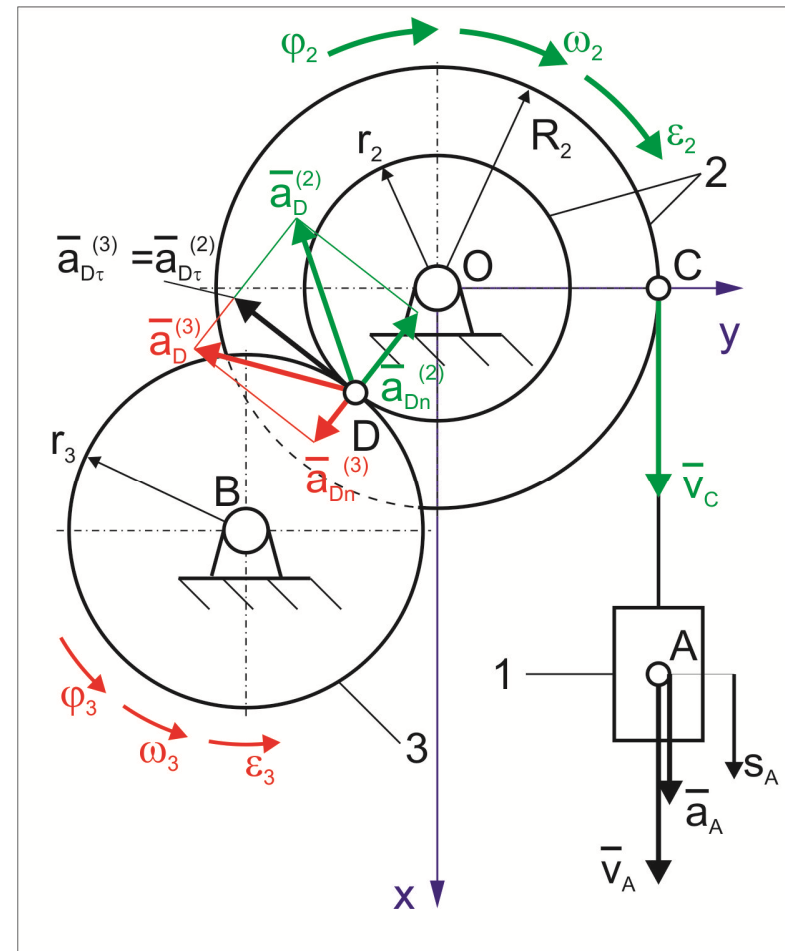
przykład 1

Przyspieszenie punktu D.

Równe są jedynie przyspieszenia styczne, ponieważ wynikają one z pochodnej z wartości prędkości punktu D, a ona jest taka sama bez względu na to, do której bryły przypiszemy punkt D. Wartości przyspieszeń stycznych można również obliczyć następująco:

$$a_{D\tau}^{(2)} = \varepsilon_2 r_2 = \frac{a}{2r} r = \frac{a}{2} [\text{m/s}^2]$$

$$a_{D\tau}^{(3)} = \varepsilon_3 r_3 = \frac{a}{3r} \frac{3}{2} r = \frac{a}{2} [\text{m/s}^2]$$



Kinematyka ruchu postępowego i obrotowego

przykład 1

Przyspieszenie punktu D.

Natomiast wartości przyspieszeń normalnych zapiszemy następująco:

$$a_{Dn}^{(2)} = \omega_2^2 r_2 = \left(\frac{at}{2r}\right)^2 r = \frac{a^2 t^2}{4r} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$a_{Dn}^{(3)} = \omega_3^2 r_3 = \left(\frac{at}{3r}\right)^2 \frac{3}{2} r = \frac{a^2 t^2}{6r} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

Zwroty wektorów przyspieszeń $\bar{a}_{Dn}^{(2)}$ i $\bar{a}_{Dn}^{(3)}$ są przeciwne (skierowane do środków obrotów poszczególnych krążków). A ich wartości są różne. Dlatego przyspieszenia $\bar{a}_D^{(2)}$ i $\bar{a}_D^{(3)}$ są różne.

