

Kinematyka punktu

Zadanie 1

Kinematyka punktu

zadanie 1

Dane są parametryczne równania ruchu punktu M:

$$x_M = b \sin(2at), \quad a = \text{const.}, \quad b = \text{const.}$$

$$y_M = 1,$$

Wyznacz:

- 1) tor ruchu punktu M z zaznaczonym położeniem punktu M w chwili czasu $t_1 = \pi/(4a)$,
- 2) wektor prędkości punktu M w chwili czasu $t_1 = \pi/(4a)$,
- 3) wektor przyspieszenia punktu M w chwili czasu $t_1 = \pi/(4a)$,
- 4) wektory przyspieszenia stycznego i normalnego punktu M w chwili czasu $t_1 = \pi/(4a)$,
- 5) wartość promienia krzywizny toru w chwili czasu $t_1 = \pi/(4a)$.

Kinematyka punktu

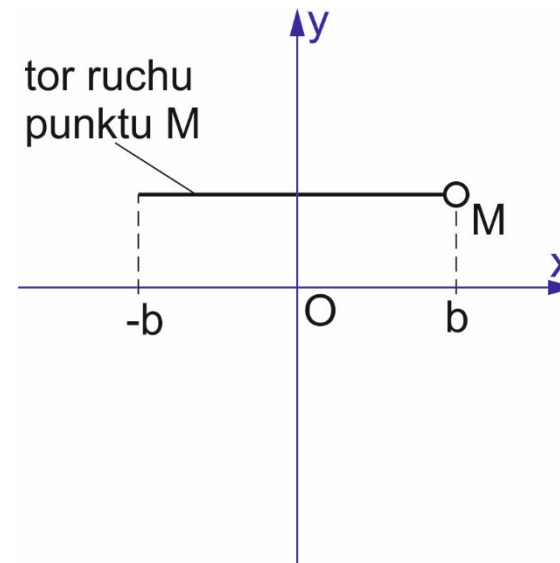
zadanie 1

1) tor ruchu punktu M z zaznaczonym położeniem punktu M w chwili czasu $t_1 = \pi/(4a)$

Równanie toru to

$$y_M = 1$$

Ruch punktu M to ruch oscylacyjny wzdłuż prostej o równaniu $y_M = 1$, w granicach $x_M \in \langle -b, b \rangle$. W chwili t_1 , punkt M zajmuje współrzędne $x_M = b$, $y_M = 1$.



Kinematyka punktu

zadanie 1

2) wektor prędkości punktu M w chwili czasu $t_1 = \pi/(4a)$

Wektor prędkości punktu M:

$$\vec{v}_M = v_{Mx}\vec{i} + v_{My}\vec{j}$$

Wartości składowych wektora prędkości:

$$v_{Mx} = \dot{x}_M = 2bacos(2at)$$

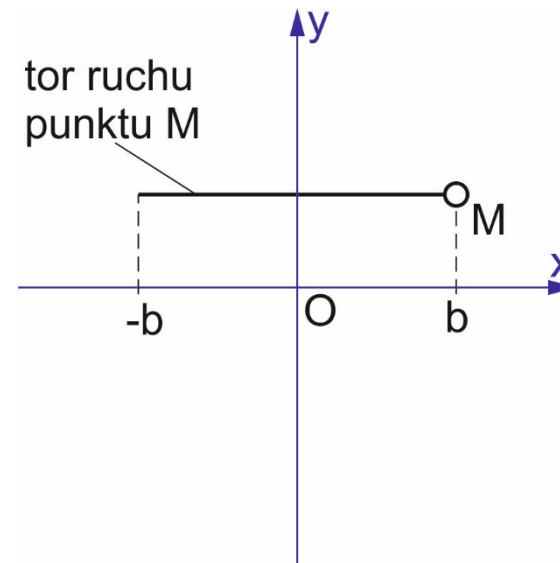
$$v_{My} = \dot{y}_M = 0$$

Wartość wektora prędkości punktu M:

$$v_M = \sqrt{v_{Mx}^2 + v_{My}^2} = 2bacos(2at)$$

$$v_M(t_1) = 2bacos\left(2a \frac{\pi}{4a}\right) =$$

$$2bacos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$



Kinematyka punktu

zadanie 1

3) wektor przyspieszenia punktu M w chwili czasu $t_1 = \pi/(4a)$

Wektor przyspieszenia punktu M:

$$\bar{a}_M = a_{Mx}\bar{i} + a_{My}\bar{j}$$

Wartości składowych wektora przysp.:

$$a_{Mx} = \dot{v}_{Mx} = -4ba^2 \sin(2at)$$

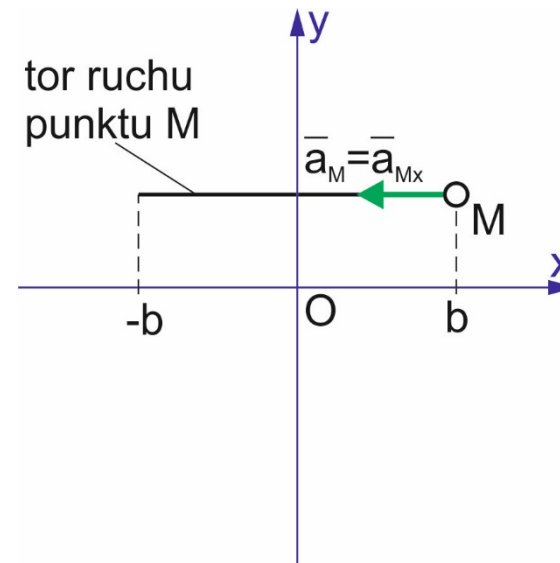
$$a_{My} = \dot{v}_{My} = 0$$

Wartość wektora przysp. punktu M:

$$a_M = \sqrt{a_{Mx}^2 + a_{My}^2} = 4ba^2 \sin(2at)$$

$$a_M(t_1) = 4ba^2 \sin\left(2a \frac{\pi}{4a}\right) =$$

$$4ba^2 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4ba^2$$



Kinematyka ruchu punktu

zadanie 1

4) wektory przyspieszenia stycznego i normalnego punktu M w chwili czasu $t_1 = \pi/(4a)$,

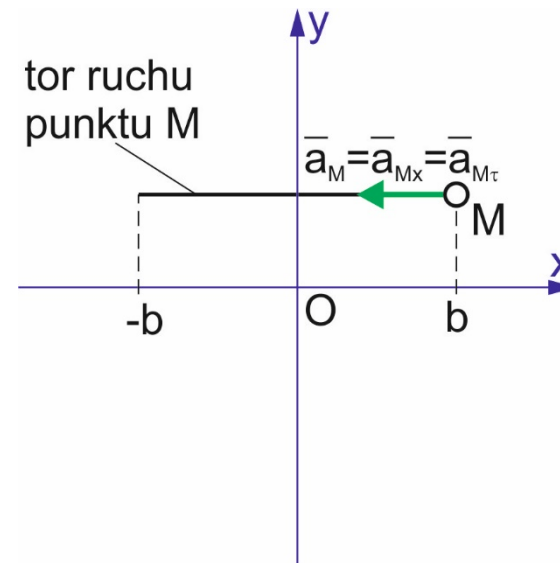
Wektor przysp. stycznego punktu M jest styczny do toru, czyli ma kierunek poziomy, a jego wartość to:

$$a_{M\tau} = \dot{v}_M = -4ba^2 \sin(2at)$$

Wartości przysp. normalnego:

$$a_{Mn} = \sqrt{a_M^2 - a_{M\tau}^2} = 0$$

$$a_M(t_1) = -4ba^2 \sin\left(2a \frac{\pi}{4a}\right) = -4ba^2 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -4ba^2$$



Kinematyka ruchu punktu

zadanie 1

4) wartość promienia krzywizny toru w chwili czasu $t_1 = \pi/(4a)$

Wzór na wartość promienia krzywizny toru jest następujący

$$\rho_M = \frac{v_M^2}{a_{Mn}}$$

