Kinematyka układu brył

Zadanie 3

Kinematyka układu brył
zadanie 3

Dla układu mechanicznego w położeniu pokazanym na rysunku określ:
1) chwilowy środek prędkości bryły 2,

2) prędkość kątową bryły 2,

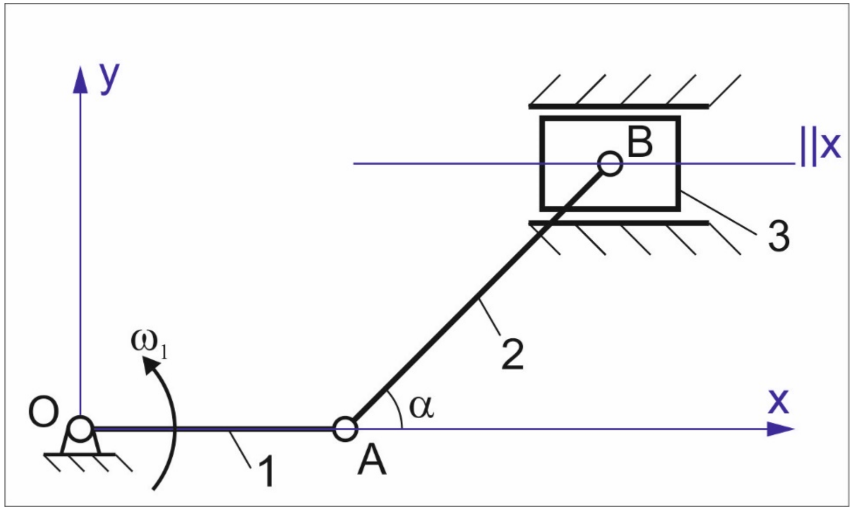
3) wektor prędkości punktu B,

4) wektor przyspieszenia punktu B,

5) przyspieszenie kątowe bryły 2.

Znana jest prędkość kątowa bryły 1 i geometria układu.

Dane: $\omega_1 = \omega = \text{const.}$ [rad/s], $\alpha = \pi/4$ [rad], OA=r [m], AB=$r\sqrt{2}$ [m].

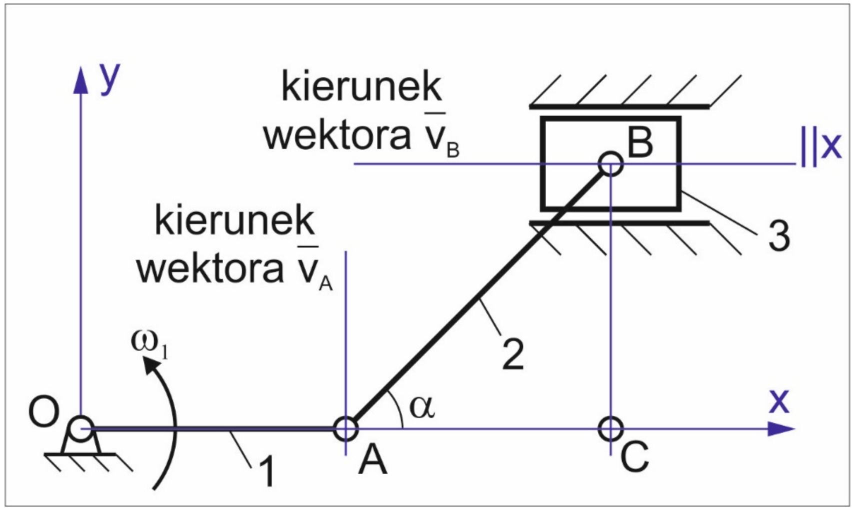


Kinematyka układu brył

zadanie 3

1) chwilowy środek prędkości bryły 2.

Znany jest kierunek wektora prędkości punktu A (pionowy) oraz punktu B (poziomy). Prowadząc proste prostopadłe do tych kierunków przechodzące odpowiednio przez punkty A i B, na przecięciu tych prostych wyznaczamy chwilowy środek prędkości – punkt C.



W dalszych obliczeniach potrzebna będzie znajomość długości odcinków CA i CB. Ponieważ kąt alfa jest równy π/4 i $AB = r\sqrt{2}$ to $CA = CB = r$.

Kinematyka układu brył

zadanie 3

2) Prędkość kątowa bryły 2.

Punktu A należy zarówno do bryły 1 jaki i do bryły 2, zatem zapisujemy:

$$v_A = v_A^{(1)} = v_A^{(2)}$$

Prędkość punktu A przypisanego bryle 1 wyrazimy jako

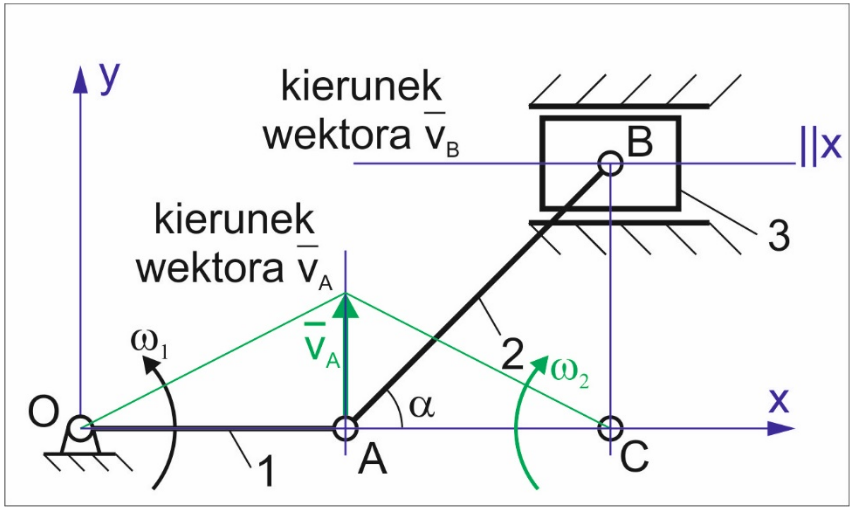
$$v_A^{(1)} = \omega_1 OA = \omega r$$

Prędkość punktu A przypisanego bryle 2 wyrazimy jako

$$v_A^{(2)} = \omega_2 AC = \omega_2 r$$

Porównując te prędkości otrzymujemy:

$$\omega_2 = \omega$$



Kinematyka układu brył

zadanie 3

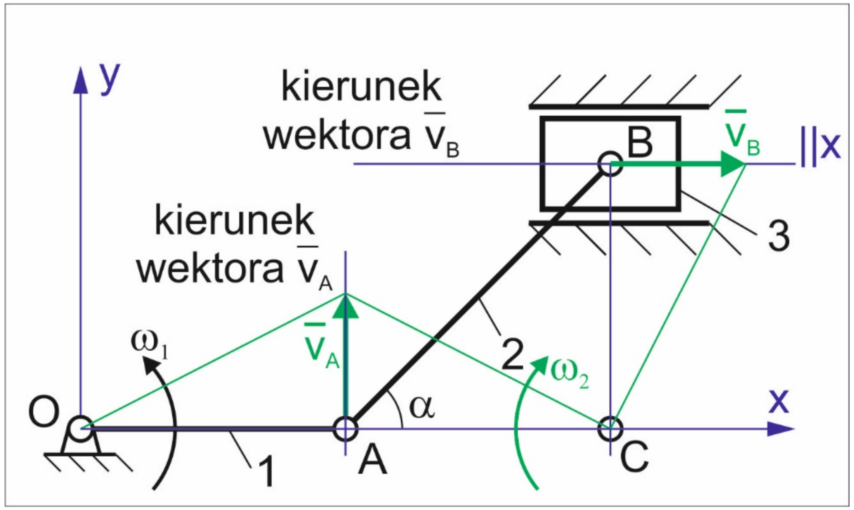
3) Wektor prędkości punktu B.

Najszybciej można wartość prędkości punktu B zapisać jako

$v_B = \omega_2 CB = \omega r$

Następnie rysujemy wektor prędkości punktu B na rysunku.

Można też zastosować inną metodę wyznaczania prędkości punktu w ruchu płaskim



Kinematyka układu brył

zadanie 3

4) Wektor przyspieszenia punktu B.

Wektor przyspieszenia punktu B określimy z wzoru

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA} = \bar{a}_{An} + \bar{a}_{A\tau} + \bar{a}_{BAn} + \bar{a}_{BA\tau}$$

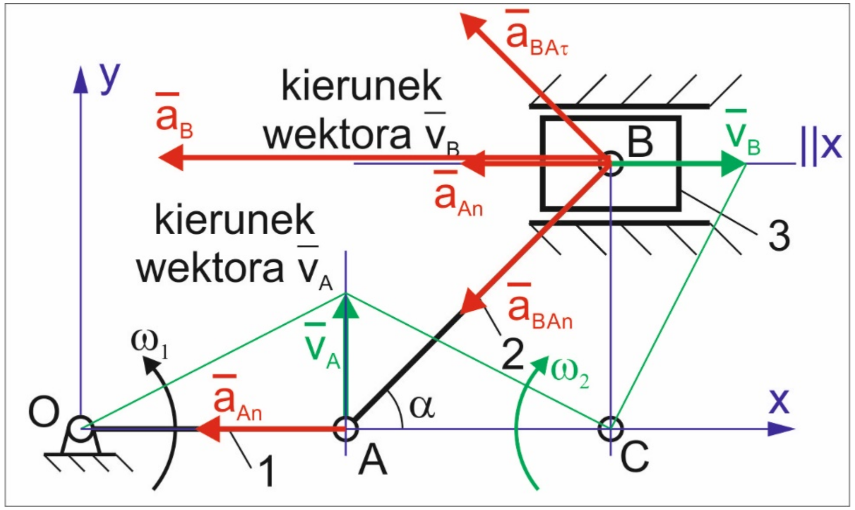
Przyspieszenie $a_{A\tau} = \varepsilon_1 r = 0$ ponieważ $\omega_1 = \omega = const.$

Rozkład wektorów pokazano na rysunku. W celu wyznaczenia wartości przyspieszenia punktu B najpierw rzutujemy równanie wektorowe na osie układu odniesienia. Rzut na oś x:

$$a_{Bx} = -a_{An} - a_{BAn} cos\alpha - a_{BA\tau} sin\alpha$$

Rzut na oś y:

$$a_{By} = -a_{BAn} sin\alpha + a_{BA\tau} cos\alpha$$



Kinematyka układu brył
zadanie 3

4) Wektor przyspieszenia punktu B.

Wektor przyspieszenia punktu B jest równoległy do osi x zatem $a_B = a_{Bx}$ oraz $a_{By} = 0$. Wartości składowych przyspieszeń normalnych to

$$a_{An} = \omega_1^2 r = \omega^2 r$$

$$a_{BAn} = \omega_2^2 r\sqrt{2} = \omega^2 r\sqrt{2}$$

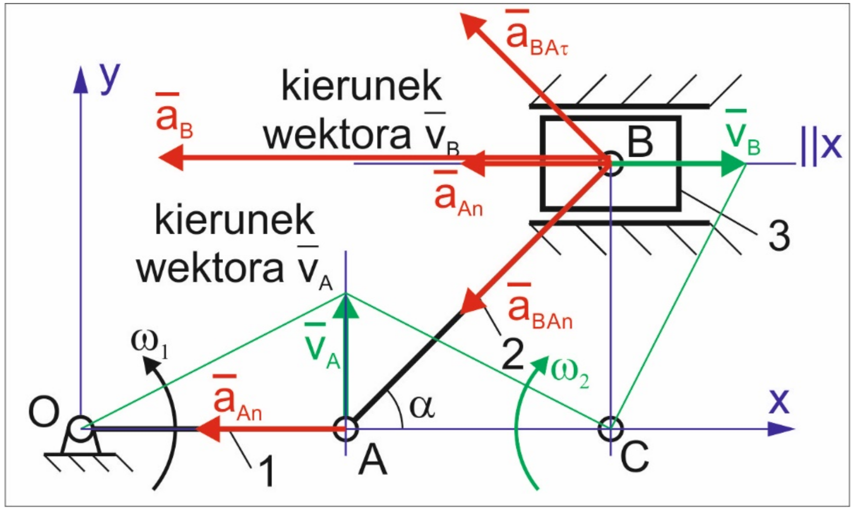
Uwzględniając te zależności w równaniach rzutów, z drugiego z nich otrzymamy

$$a_{BA\tau} = a_{BAn}\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \omega^2 r\sqrt{2}$$

co po podstawieniu do równania pierwszego daje

$$a_B = -3\omega^2 r$$

Uwzględniono tu wartości sinusa i cosinusa kąta α.



Kinematyka układu brył

zadanie 3

5) Przyspieszenie kątowe bryły 2.

Znając wartość przyspieszenia stycznego względnego $a_{BA\tau} = \omega^2 r\sqrt{2}$, określimy przyspieszenie kątowe bryły 2 jako

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA\tau}}{AB} = \frac{\omega^2 r\sqrt{2}}{r\sqrt{2}} = \omega^2$$

Zaznaczamy przyspieszenie kątowe na rysunku.