DIAGNOSTYKA UKŁADÓW MECHATRONICZNYCH

Kierunek: I ME DU

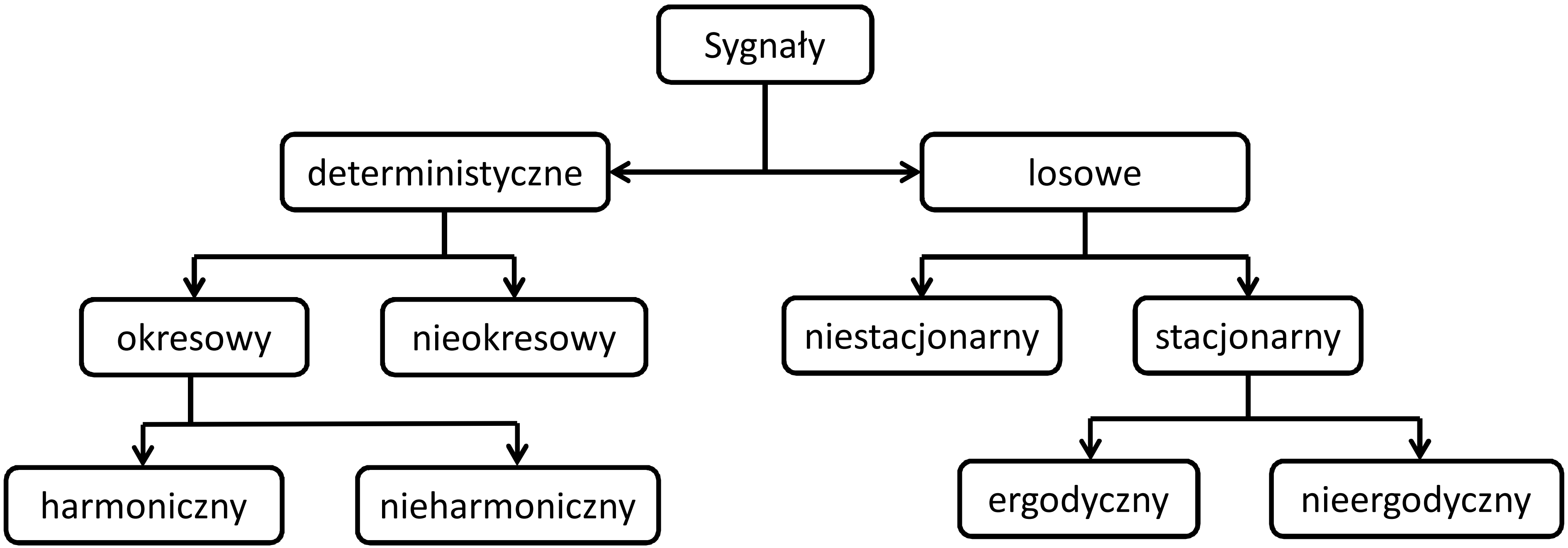
Wykład 2a

Agenda

1. Metody przetwarzania i analizy sygnałów w diagnostyce
    1. Rodzaje sygnałów
    2. Analiza sygnałów w dziedzinie czasu.
    3. Miary sygnałów.
2. Zastosowanie transformaty Fouriera.
3. Analiza częstotliwościowa.
4. Spektrogramy.

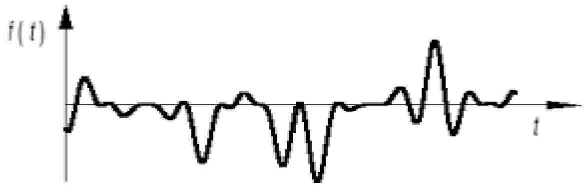
Metody przetwarzania i analizy sygnałów w diagnostyce

Podział sygnałów

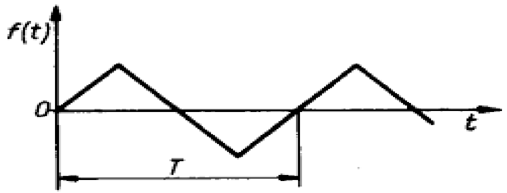


Metody przetwarzania i analizy sygnałów w diagnostyce

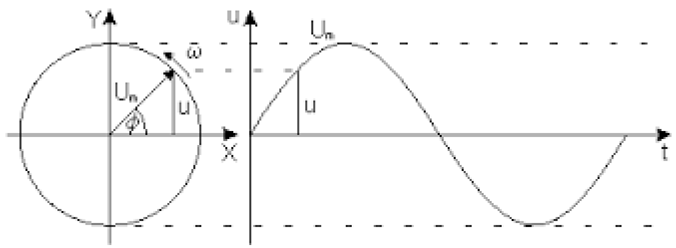
Sygnał nieokresowy



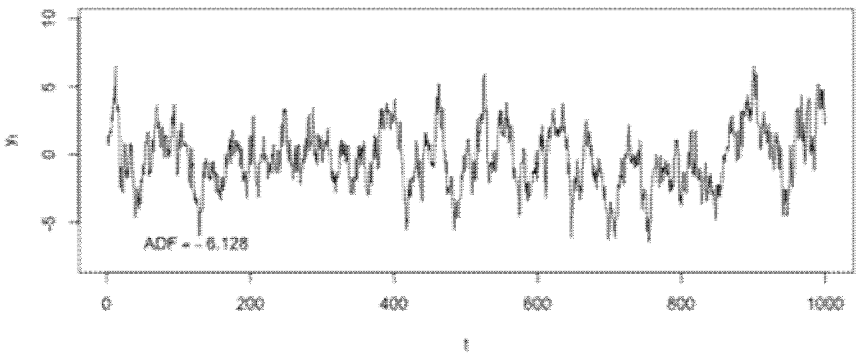
Sygnał okresowy nieharmoniczny



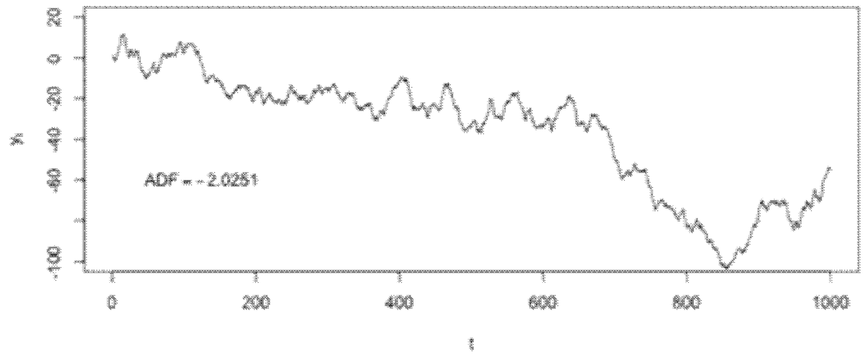
Sygnał okresowy harmoniczny



Sygnał stacjonarny

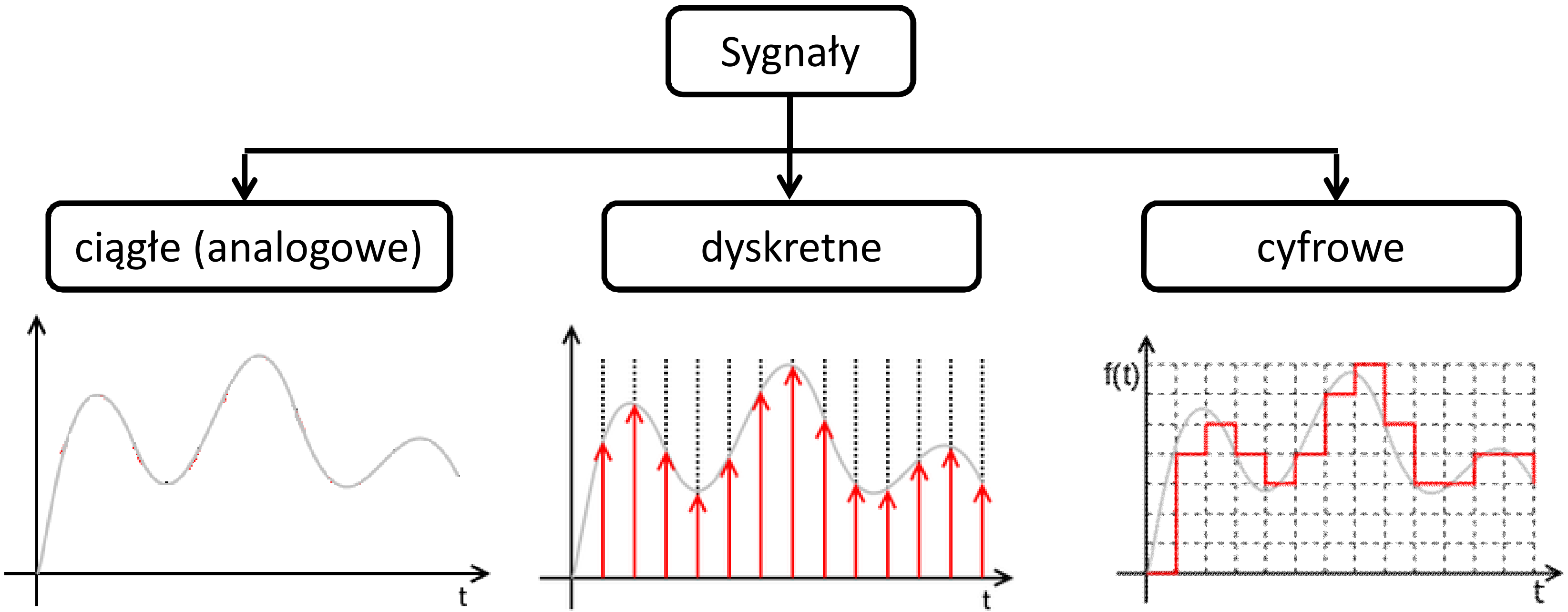


Sygnał niestacjonarny



Metody przetwarzania i analizy sygnałów w diagnostyce

Podział sygnałów



Metody przetwarzania i analizy sygnałów w diagnostyce

Sygnał ciągły – sygnał, który ma ciągłą dziedzinę, to znaczy jest zdefiniowany dla każdej wartości argumentu (najczęściej czasu) w skończonym lub nieskończonym przedziale.

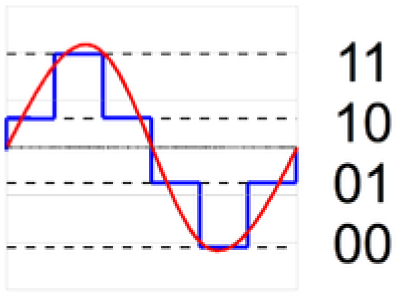
Sygnał dyskretny – model wielkości zmiennej, która jest określona tylko w dyskretnych chwilach czasu. Najczęściej jest to sygnał powstały poprzez próbkowanie sygnału ciągłego.

Sygnał cyfrowy – sygnał, którego dziedzina i zbiór wartości są dyskretne. Jego odpowiednikiem o ciągłej dziedzinie i ciągłym zbiorze wartości jest sygnał analogowy.

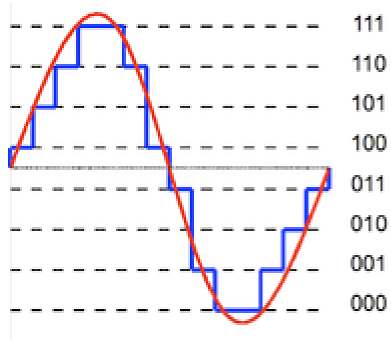
Metody przetwarzania i analizy sygnałów w diagnostyce

Porównanie sygnału analogowego (czerwony) z cyfrowym (niebieski)

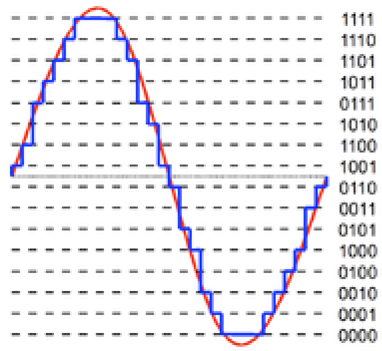
kwantyzacja 2-bitowa



kwantyzacja 3-bitowa



kwantyzacja 4-bitowa



Metody przetwarzania i analizy sygnałów w diagnostyce

Parametry sygnału okresowego

Parametr sygnału	Sygnał ciągły	Sygnał cyfrowy
Maksimum (wartość szczytowa)	$X_{max} = \max\lvert x(t)\rvert$	$x_{max} = \max_i \lvert x(i)\rvert$
Wartość międzyszczytowa (peak-to-peak)	$X_{pp} = \max\lvert x(t) > 0\rvert + \max\lvert x(t) < 0\rvert$	$x_{pp} = \max_i \lvert x(i) > 0\rvert + \max_i \lvert x(i) < 0\rvert$
Średnia	$X_{mean} = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt$ $X_e = \frac{1}{T}\int_0^T \lvert x(t)\rvert dt$	$x_{mean} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x(i)$ $x_e = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \lvert x(i)\rvert$
Odchylenie standardowe		$x_{st\_dev} = \sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x(i) - \bar{x})^2}$ $\bar{x}$ – wartość oczekiwana
Wariancja		$x_{var} = \sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x(i) - \bar{x})^2$

Metody przetwarzania i analizy sygnałów w diagnostyce

Parametry sygnału okresowego

Parametr sygnału	Sygnał ciągły	Sygnał cyfrowy
RMS (wartość skuteczna)	$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt}$	$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\lvert x(i)\rvert^2}$
Współczynnik kształtu	$K_k = \frac{X_{rms}}{X_e}$	$k_k = \frac{x_{rms}}{x_e}$
Współczynnik szczytu	$K_{sz} = \frac{X_{max}}{X_{rms}}$	$K_{sz} = \frac{x_{max}}{x_{rms}}$

Zastosowanie transformaty Fouriera

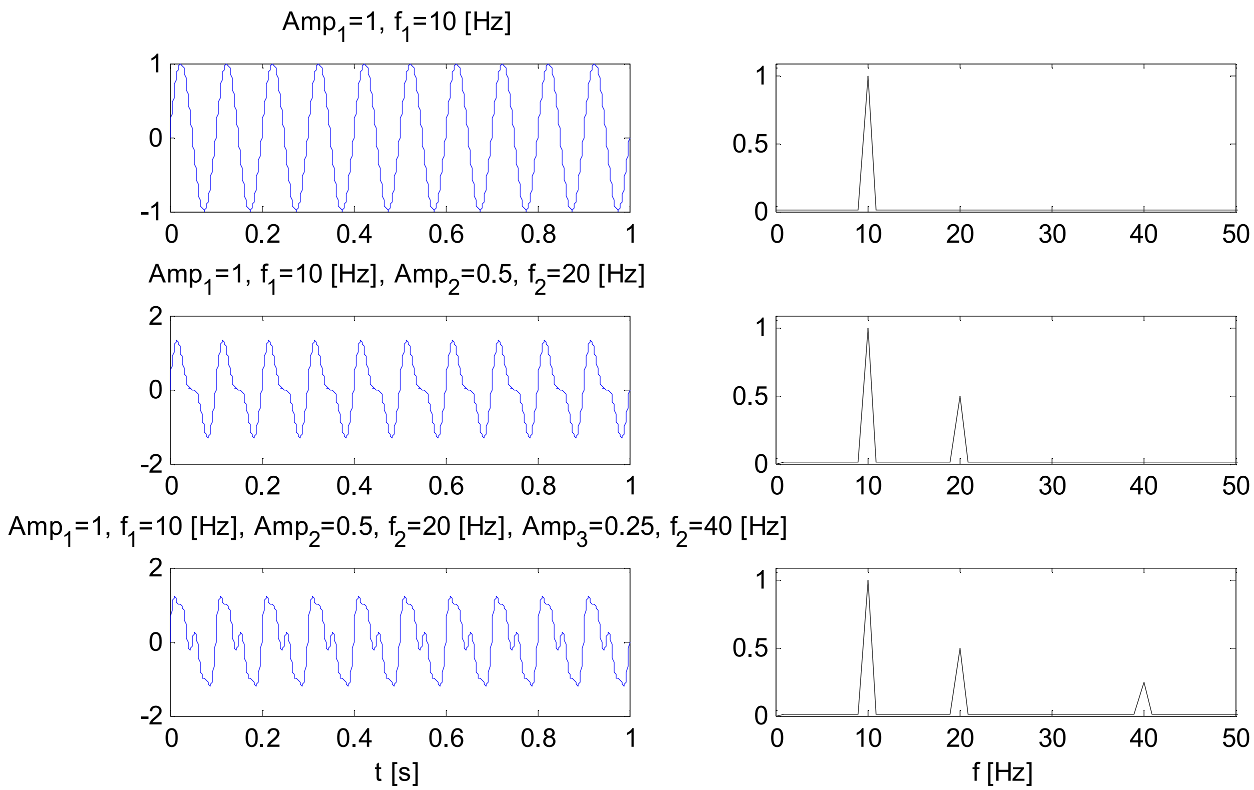
Analiza częstotliwościowa – stosuje się ją do określenia składowych częstotliwościowych zawartych w przebiegu czasowym funkcji. W bardzo znacznym stopniu stosowana jest ona w przetwarzaniu sygnałów. Przedstawienie sygnału w dziedzinie częstotliwości nazywane jest widmem sygnału.

Podstawy analizy częstotliwościowej stworzył francuski matematyk Jean Baptiste Joseph Fourier - są to szeregi Fouriera i transformacja Fouriera. Analiza metodami Fouriera zarówno przy pomocy szeregów trygonometrycznych, jak i transformacji jest jedną z najstarszych dziedzin analizy matematycznej. W przypadku przetwarzania sygnałów analiza częstotliwościowa dotyczy zarówno sygnałów analogowych, jak i cyfrowych.

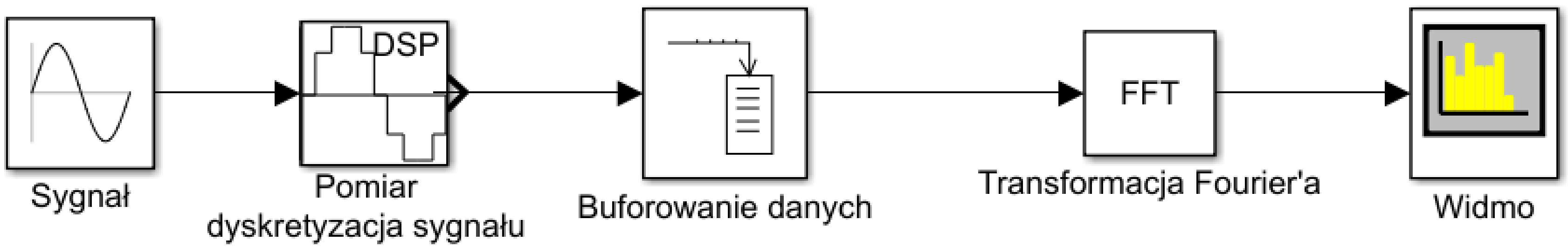
Dla sygnałów analogowych korzystamy z szeregu Fouriera bądź z całkowego przekształcenia Fouriera. W przypadku sygnałów cyfrowych do określenia składowych częstotliwościowych przebiegu czasowego używamy Dyskretnej Transformaty Fouriera.

Zastosowanie transformaty Fouriera

Transformatę Fouriera stosuje się do rozkładu sygnału okresowego na składowe harmoniczne



Analiza częstotliwościowa



częstotliwość próbkowania f_S

pojemność bufora N

długość transformaty L

pasmo analizy: $f_S/2$

rozdzielczość częstotliwościowa: $\Delta f=f_S/L$

Jeśli N<L to brakujące dane przy wyliczaniu transformaty Fouriera są uzupełniane zerami

Analiza częstotliwościowa

Sygnał Asin(2πft)

A=1

f=1 Hz

Parametry analizy:

Czas pomiaru: 10 s

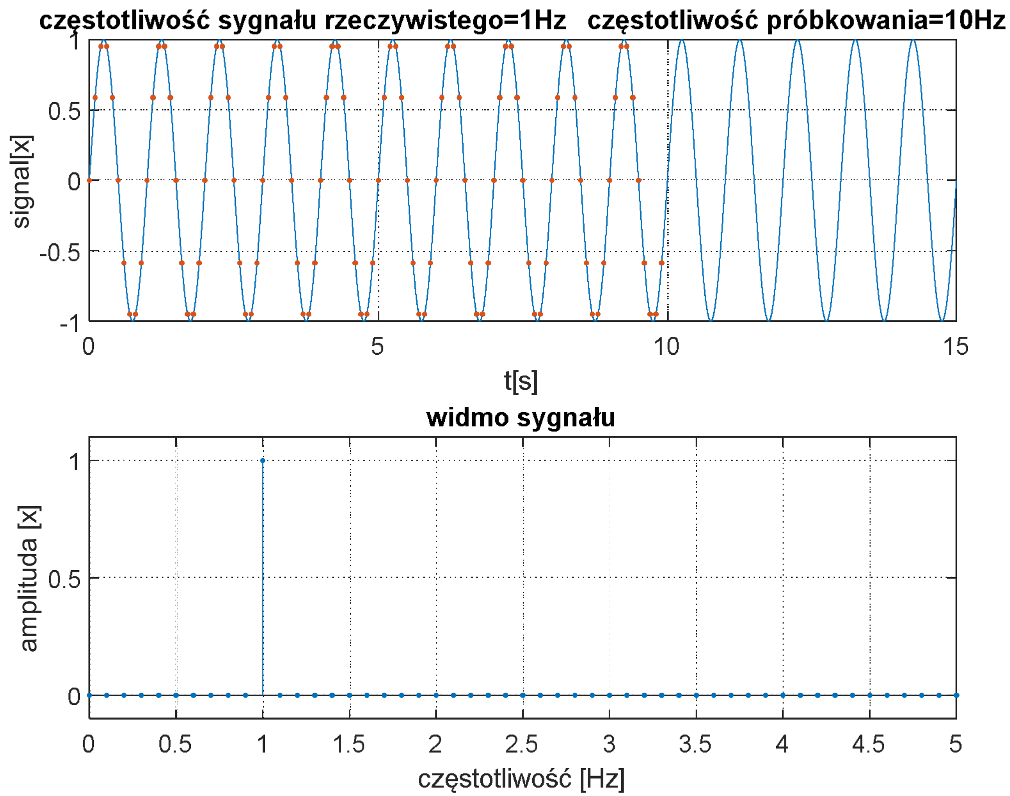
Częstotliwość próbkowania: 10 Hz

Rozmiar bufora: 100

Długość transformaty: 100

Rozdzielczość częstotliwościowa: 0.1 Hz

- *Rozmiar bufora jest równy długości transformaty*
- *Częstotliwość mierzonego sygnału jest całkowitą wielokrotnością rozdzielczości częstotliwościowej*



Analiza częstotliwościowa

zwiększenie pasma analizy częstotliwościowej

Sygnał Asin(2πft)

A=1

f=1 Hz

Parametry analizy:

Czas pomiaru: 5 s

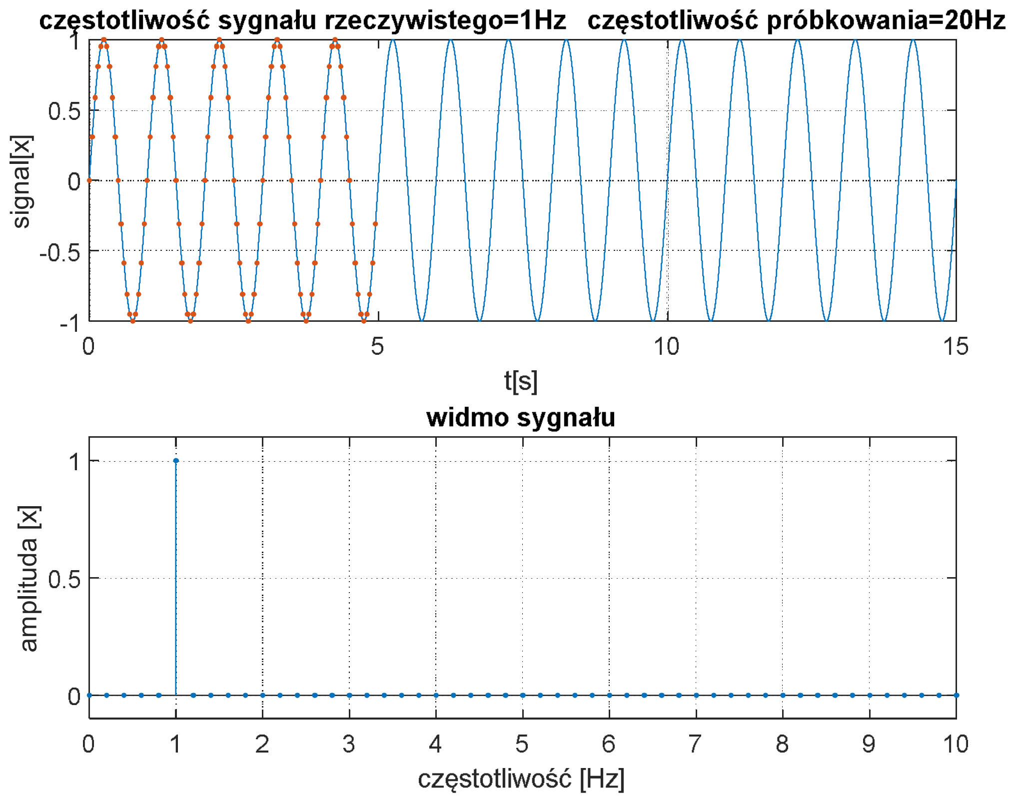
Częstotliwość próbkowania: 20 Hz

Rozmiar bufora: 100

Długość transformaty: 100

Rozdzielczość częstotliwościowa: 0.2 Hz

- *Rozmiar bufora jest równy długości transformaty*
- *Częstotliwość mierzonego sygnału jest całkowitą wielokrotnością rozdzielczości częstotliwościowej*



Pasmo analizy zostało zwiększone, ale zmalała rozdzielczość częstotliwościowa

Analiza częstotliwościowa

„przeciek" widma

Sygnał Asin(2πft)

A=1

f=1 Hz

Parametry analizy:

Czas pomiaru: 8.33s

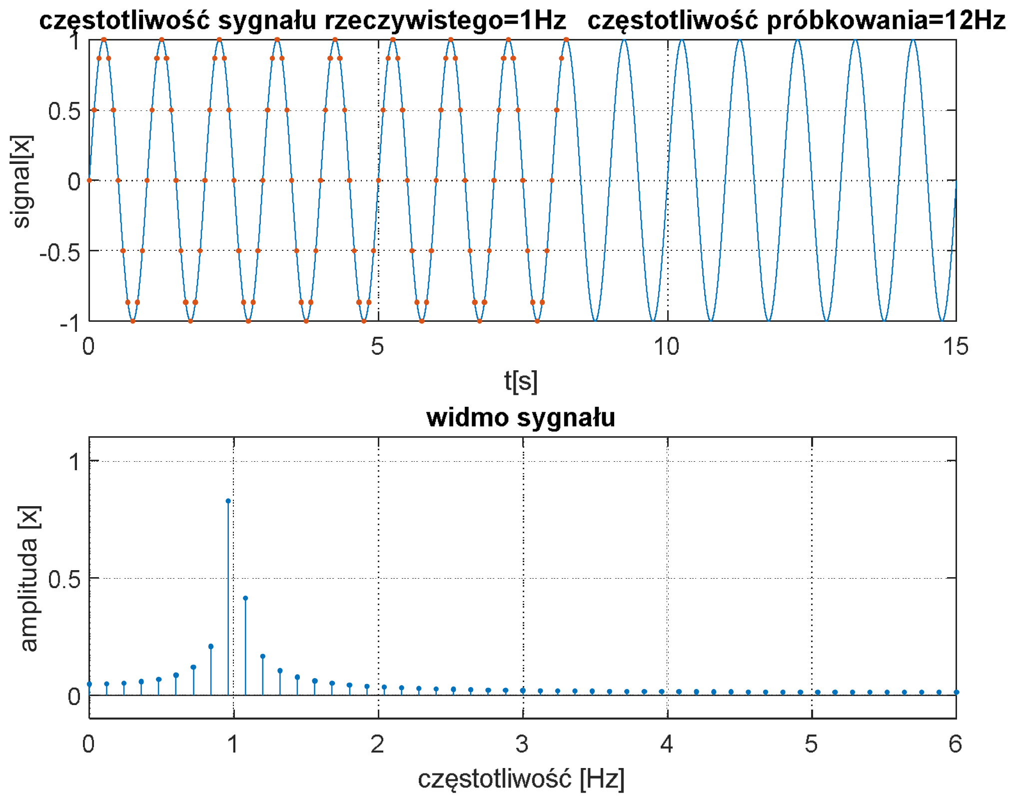
Częstotliwość próbkowania: 12 Hz

Rozmiar bufora: 100

Długość transformaty: 100

Rozdzielczość częstotliwościowa: 0.12 Hz

- *Rozmiar bufora jest równy długości transformaty*
- *Częstotliwość mierzonego sygnału nie jest całkowitą wielokrotnością rozdzielczości częstotliwościowej – możliwe jest reprezentowanie jedynie częstotliwości o wartościach: 0, 0.12, 0.24, …, 0.96, 1.08, … -*



Zjawisko „przecieku" widma: w widmie nie ma prążka odpowiadającego częstotliwości sygnału 1 Hz, zatem energia sygnału „przecieka" do innych prążków – najwięcej do najbliższych 1 Hz, najmniej do najdalszych

Analiza częstotliwościowa

niepełny bufor danych

Sygnał Asin(2πft)

A=1

f=1 Hz

Parametry analizy:

Czas pomiaru: 10 s

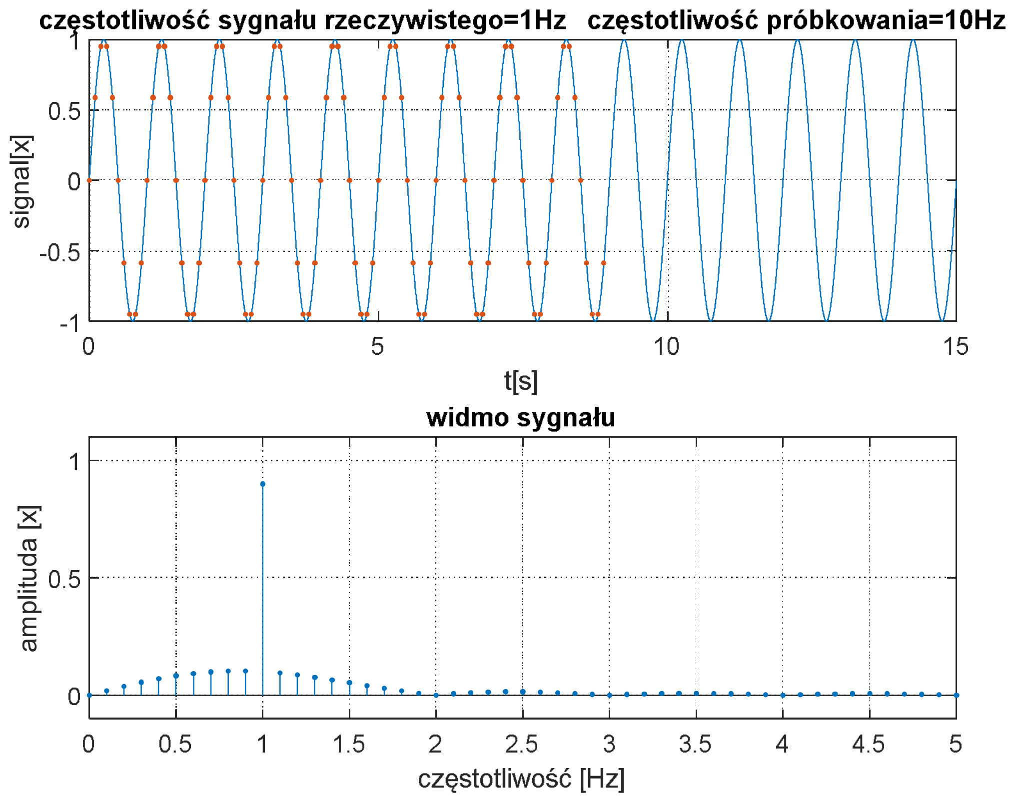
Częstotliwość próbkowania: 10 Hz

Rozmiar bufora: 90

Długość transformaty: 100

Rozdzielczość częstotliwościowa: 0.1 Hz

- *Rozmiar bufora jest mniejszy od długości transformaty – brakujące dane (10 próbek) są uzupełniane zerami*
- *Częstotliwość mierzonego sygnału jest całkowitą wielokrotnością rozdzielczości częstotliwościowej*



Uzupełnienie brakujących danych z bufora przez zera powoduje, że analizowany sygnał nie jest monoharmoniczny

Analiza częstotliwościowa

zwiększenie długości transformaty

Sygnał Asin(2πft)

A=1

f=1 Hz

Parametry analizy:

Czas pomiaru: 20 s

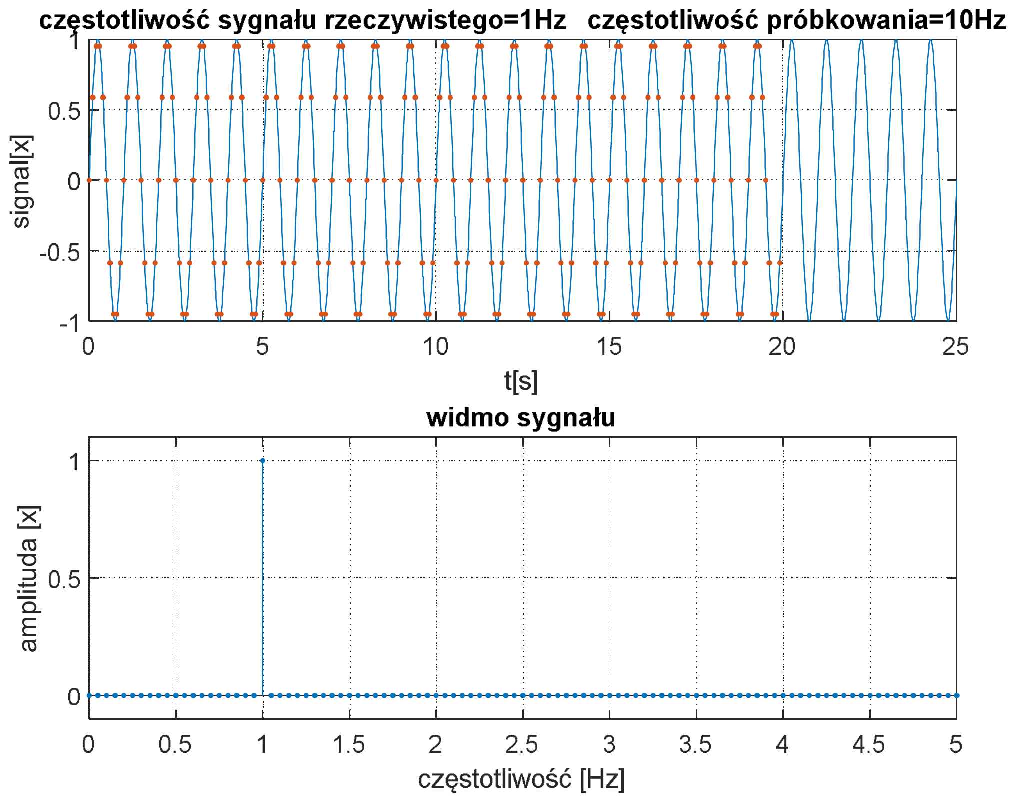
Częstotliwość próbkowania: 10 Hz

Rozmiar bufora: 200

Długość transformaty: 200

Rozdzielczość częstotliwościowa: 0.05 Hz

- *Rozmiar bufora jest równy długości transformaty*
- *Wzrasta rozdzielczość częstotliwościowa*
- *Częstotliwość mierzonego sygnału jest całkowitą wielokrotnością rozdzielczości częstotliwościowej*



Wzrosła rozdzielczość częstotliwościowa

Analiza częstotliwościowa

zwiększenie długości transformaty

Sygnał Asin(2πft)

A=1

f=1 Hz

Parametry analizy:

Czas pomiaru: 10 s

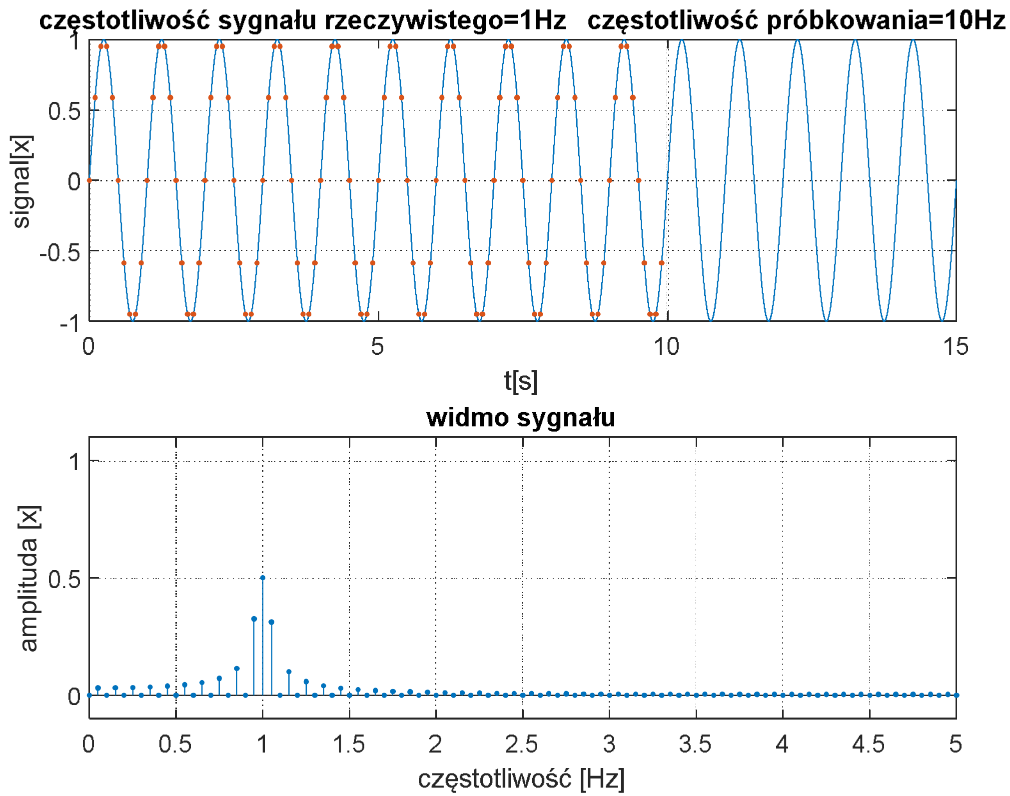
Częstotliwość próbkowania: 10 Hz

Rozmiar bufora: 100

Długość transformaty: 200

Rozdzielczość częstotliwościowa: 0.05 Hz

- *Rozmiar bufora jest mniejszy od długości transformaty – brakujące dane (100 próbek) są uzupełniane zerami*
- *Wzrasta rozdzielczość częstotliwościowa*
- *Częstotliwość mierzonego sygnału jest całkowitą wielokrotnością rozdzielczości częstotliwościowej*



Wzrosła rozdzielczość częstotliwościowa, ale uzupełnienie brakujących danych z bufora przez zera powoduje, że analizowany sygnał nie jest monoharmoniczny

Analiza częstotliwościowa

aliasing

Sygnał Asin(2πft)

A=1

f=1 Hz

Parametry analizy:

Czas pomiaru: 1 s

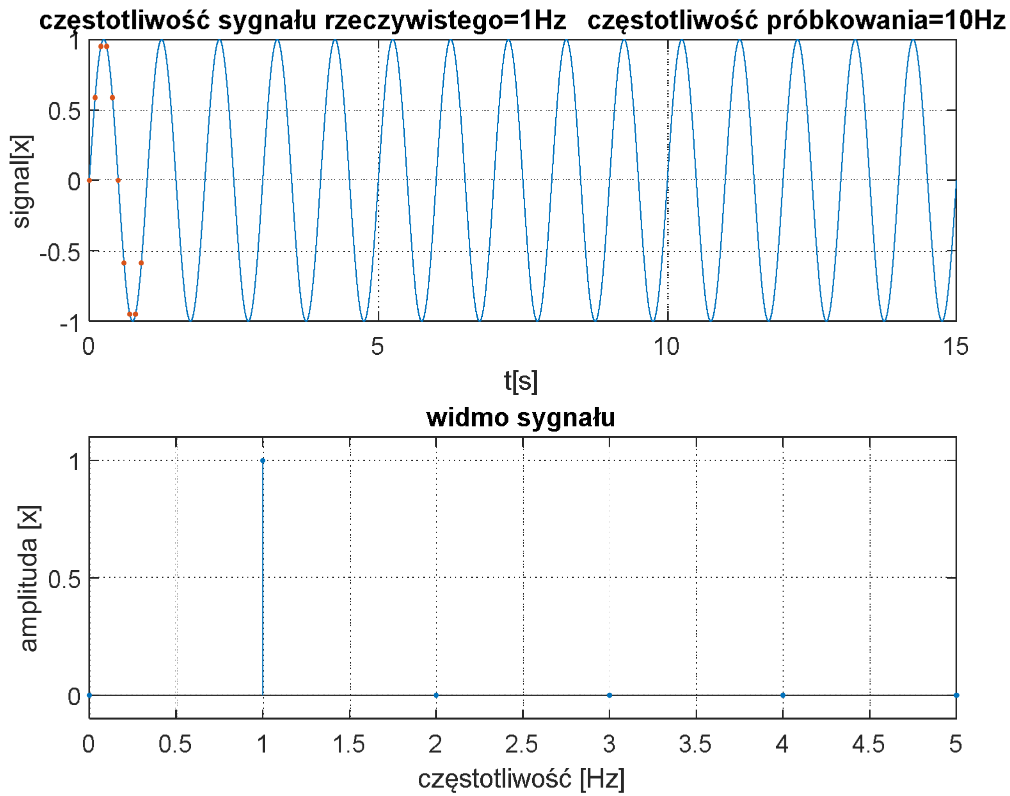
Częstotliwość próbkowania: 10 Hz

Rozmiar bufora: 10

Długość transformaty: 10

Rozdzielczość częstotliwościowa: 1 Hz

- *Pasmo analizy 5 Hz - nie występuje aliasing*



Analiza częstotliwościowa

aliasing

Sygnał Asin(2πft)

A=1

f=1 Hz

Parametry analizy:

Czas pomiaru: 2 s

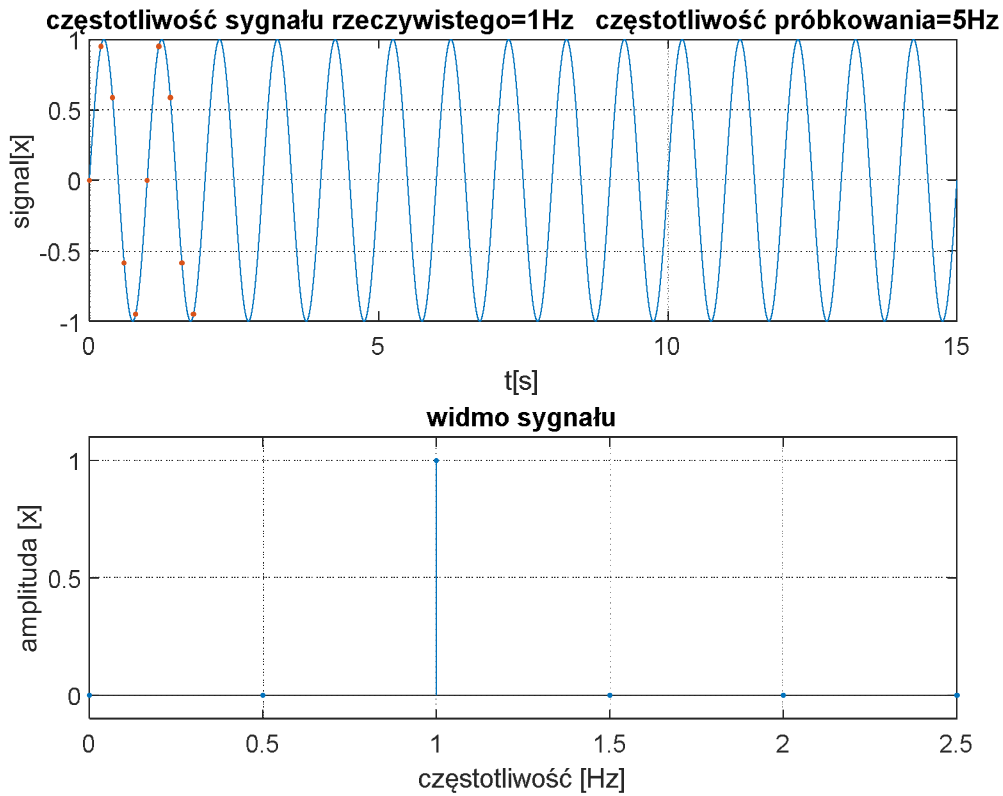
Częstotliwość próbkowania: 5Hz

Rozmiar bufora: 10

Długość transformaty: 10

Rozdzielczość częstotliwościowa: 0.5 Hz

- *Pasmo analizy 2.5 Hz - nie występuje aliasing*



Analiza częstotliwościowa

aliasing

Sygnał Asin(2πft)

A=1

f=1 Hz

Parametry analizy:

Czas pomiaru: 4 s

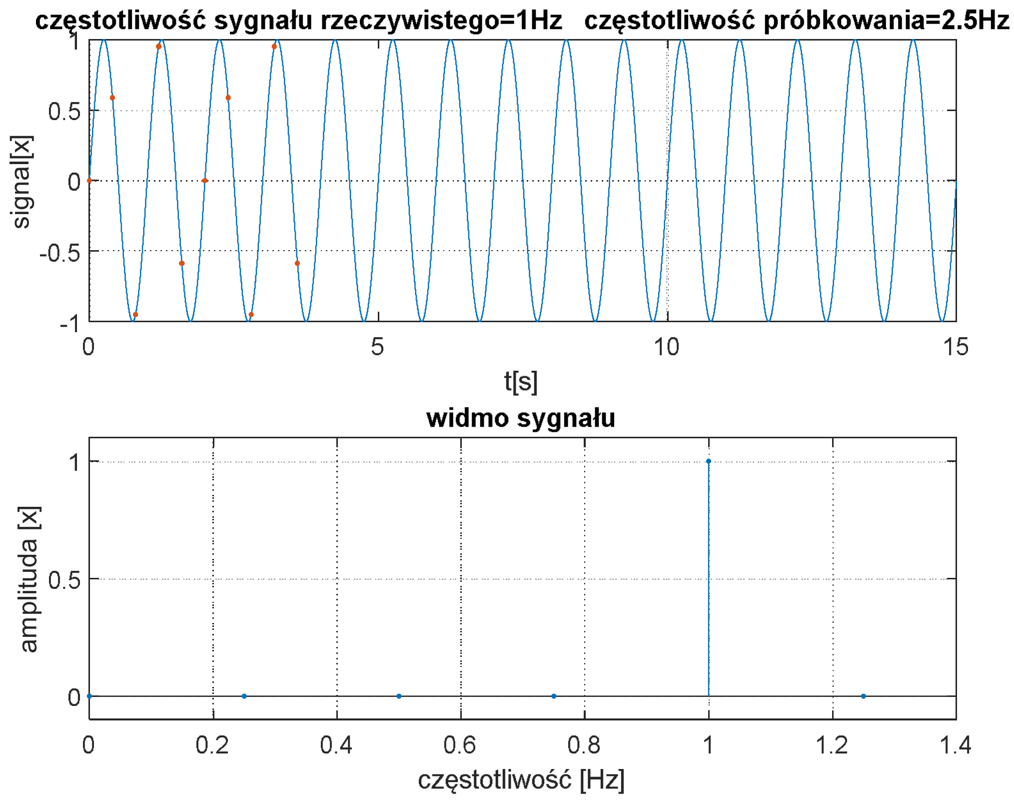
Częstotliwość próbkowania: 2.5Hz

Rozmiar bufora: 10

Długość transformaty: 10

Rozdzielczość częstotliwościowa: 0.25 Hz

- *Pasmo analizy 1.25 Hz - nie występuje aliasing*



Analiza częstotliwościowa

aliasing

Sygnał Asin(2πft)

A=1

f=1 Hz

Parametry analizy:

Czas pomiaru: 5 s

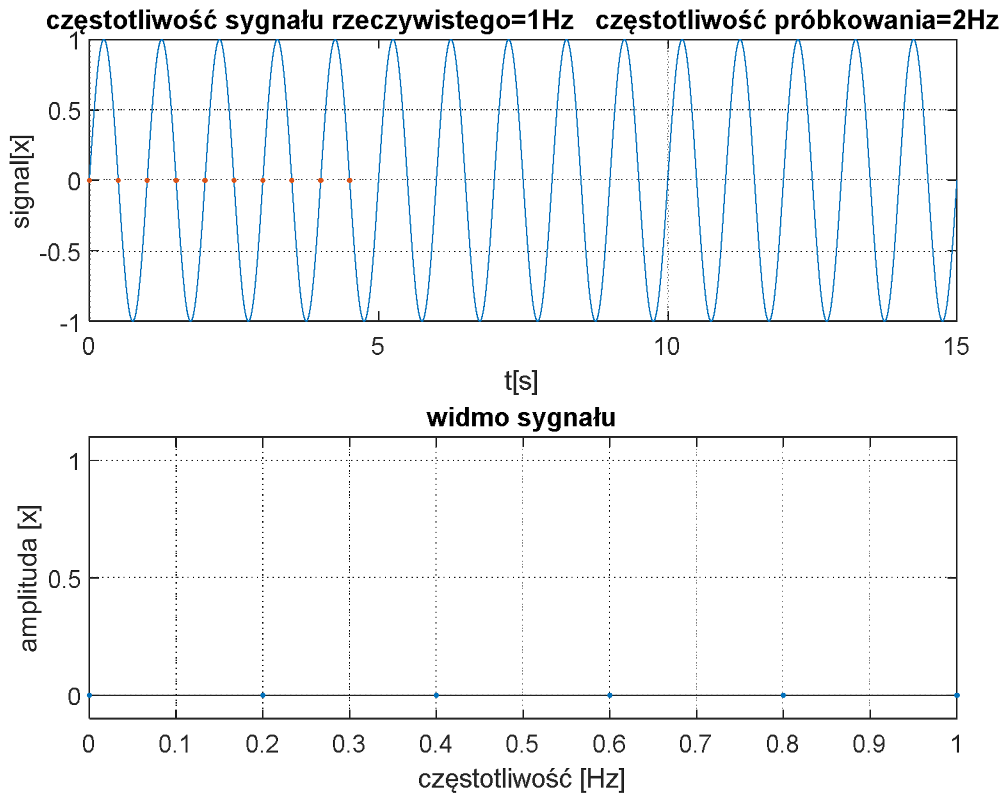
Częstotliwość próbkowania: 2Hz

Rozmiar bufora: 10

Długość transformaty: 10

Rozdzielczość częstotliwościowa: 0.2 Hz

- *Pasmo analizy 1 Hz – początek aliasingu*



Analiza częstotliwościowa

aliasing

Sygnał Asin(2πft)

A=1

f=1 Hz

Parametry analizy:

Czas pomiaru: 13.33 s

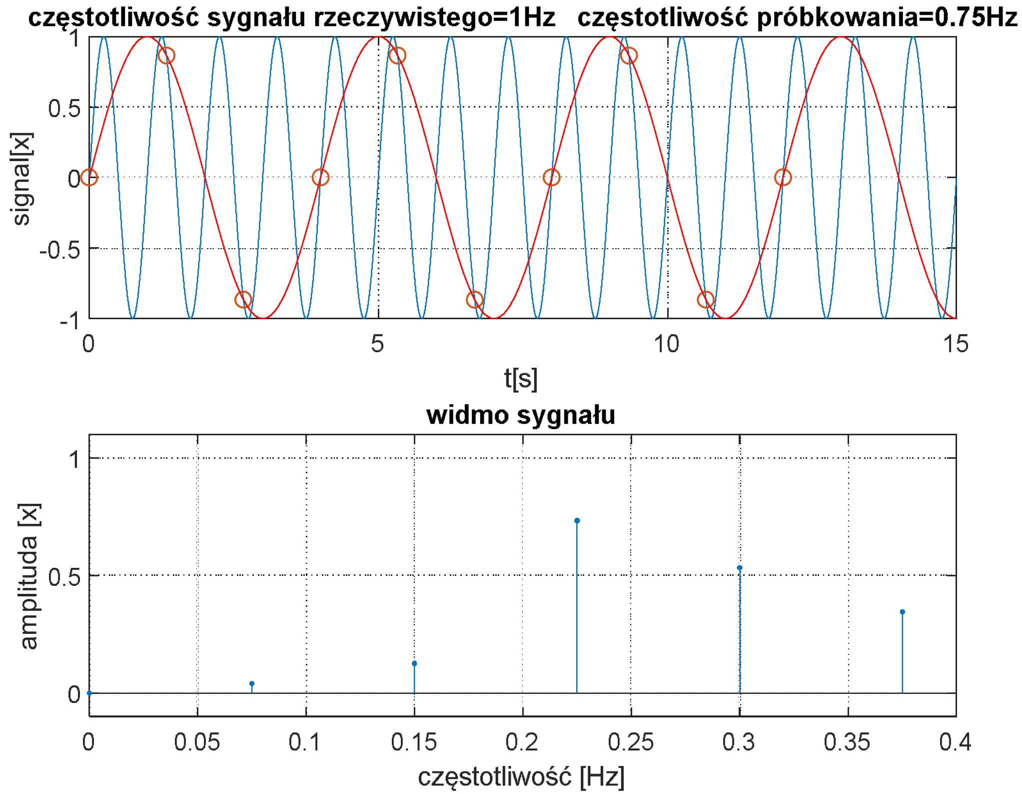
Częstotliwość próbkowania: 0.75 Hz

Rozmiar bufora: 10

Długość transformaty: 10

Rozdzielczość częstotliwościowa: 0.075 Hz

- *Zbyt rzadko próbkowany sygnał o częstotliwości 1 Hz „udaje" sygnał o niższej częstotliwości 0.25 Hz – „wydarzenia" pomiędzy pomiarami nie są widoczne w wynikach analizy (do tego w prezentowanych wynikach dochodzi jeszcze zjawisko „przecieku" widma)*



Podsumowanie

- *Pasmo analizy częstotliwościowej jest równe połowie częstotliwości próbkowania. Aby „zobaczyć" w widmie sygnały o wyższych częstotliwościach, należy zwiększyć częstotliwość próbkowania, czyli mierzyć sygnał odpowiednio często, żeby szybkozmienny sygnał nie „ukrył" się pomiędzy chwilami, w których następuje pomiar.*
- *Jeśli rozmiar bufora jest mniejszy od długości transformaty to brakujące dane są uzupełniane zerami, ale wówczas zmienia to zawartość częstotliwościową sygnału.*
- *Jeśli częstotliwość mierzonego sygnału jest całkowitą wielokrotnością rozdzielczości częstotliwościowej, to wówczas nie występuje zjawisko „przecieku" – sygnał jest reprezentowany przez jeden prążek o częstotliwości dokładnie odpowiadającej częstotliwości mierzonego sygnału*
- *W praktyce nie wiadomo jaki sygnał jest mierzony – gdyby to było wiadome, pomiar nie byłby potrzebny. Zatem aby „trafić" możliwie blisko częstotliwości mierzonego sygnału, rozdzielczość częstotliwościowa powinna być jak najlepsza. Rozdzielczość częstotliwościową poprawia się przez wydłużenie transformaty (zwiększenie L), natomiast samo zwiększenie częstotliwości próbkowania pogarsza rozdzielczość częstotliwościową.*

Podsumowanie

- *Zjawisko przecieku można minimalizować przez:*

  - poprawę rozdzielczości częstotliwościowej (wydłużenie transformaty Fouriera) tak aby częstotliwość sygnału rzeczywistego miała „szansę trafić” w dopuszczalne prążki, lub

  - przez stosowanie okien czasowych (miało to duże znaczenie dawniej, gdy technika pomiarowo-analityczna miała niskie parametry i wyliczanie długiej transformaty Fouriera zajmowało zbyt dużo czasu)

- *Zjawisko aliasingu polega na przenoszeniu składowych sygnałów o częstotliwości większej niż częstotliwość próbkowania f_S do widma ograniczonego do $f_S/2$.*

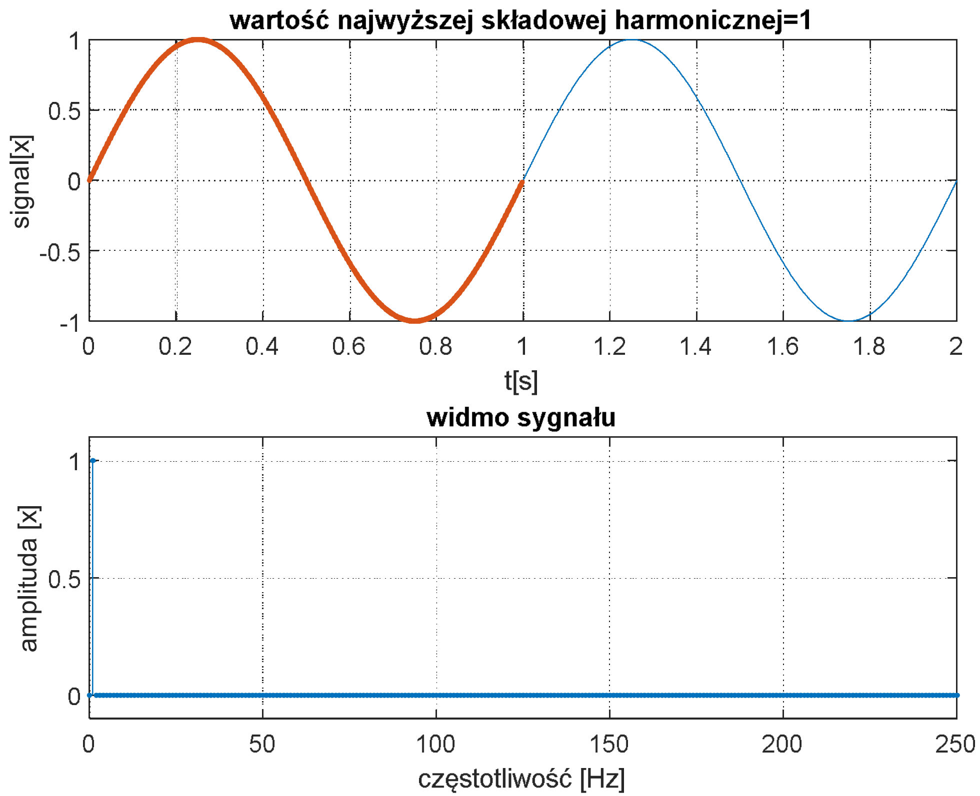
Analiza częstotliwościowa

$$\text{sygnał} = \sum_{i=1}^{n} A_i sin(2\pi f_i t)$$

$$i = 1,3,5,7, \ldots$$

$$A_i = \frac{1}{i}$$

$$f_i = i$$



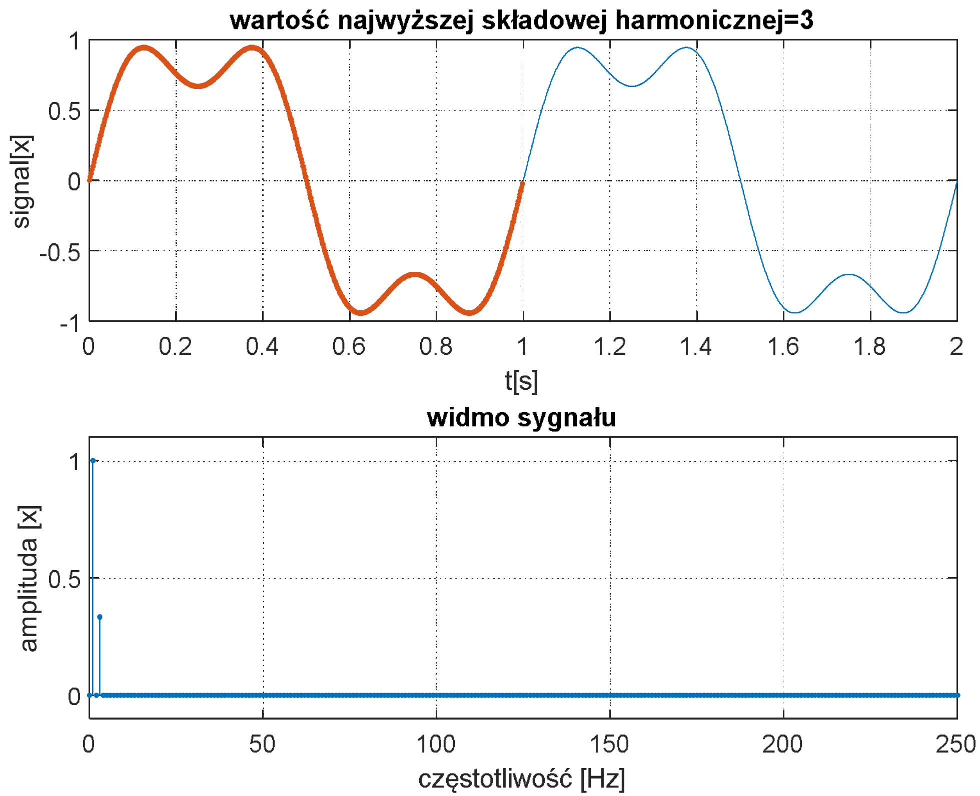
Analiza częstotliwościowa

$$\text{sygnał} = \sum_{i=1}^{n} A_i sin(2\pi f_i t)$$

$$i = 1{,}3{,}5{,}7, \dots$$

$$A_i = \frac{1}{i}$$

$$f_i = i$$



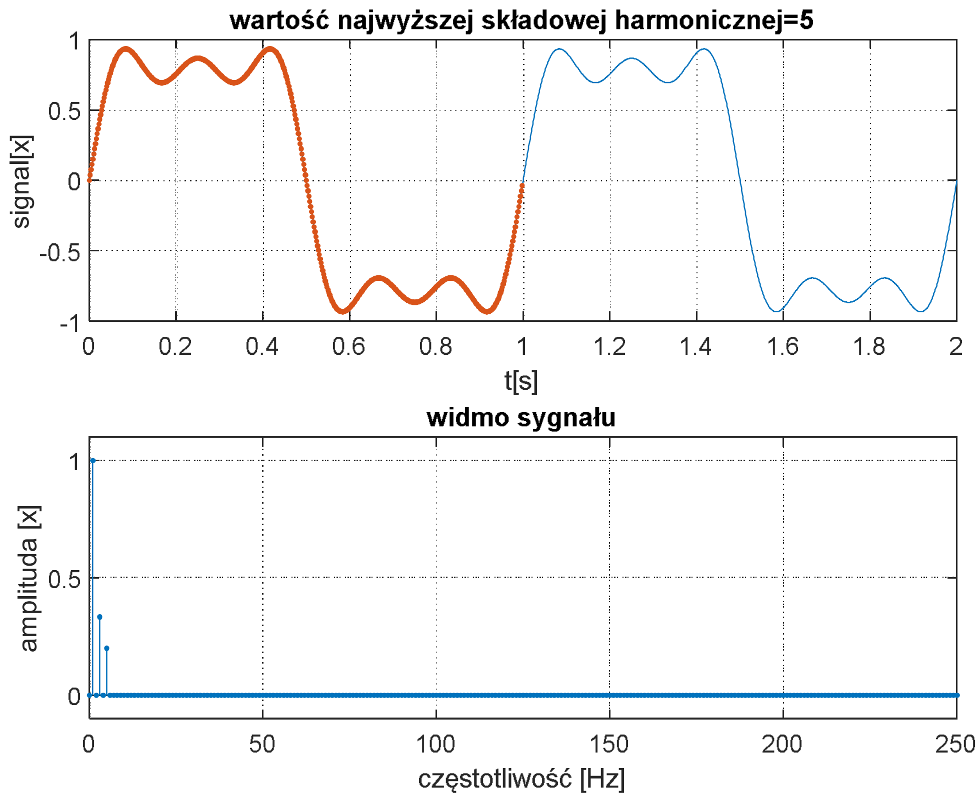
Analiza częstotliwościowa

$$\text{sygnał} = \sum_{i=1}^{n} A_i sin(2\pi f_i t)$$

$$i = 1,3,5,7, \ldots$$

$$A_i = \frac{1}{i}$$

$$f_i = i$$



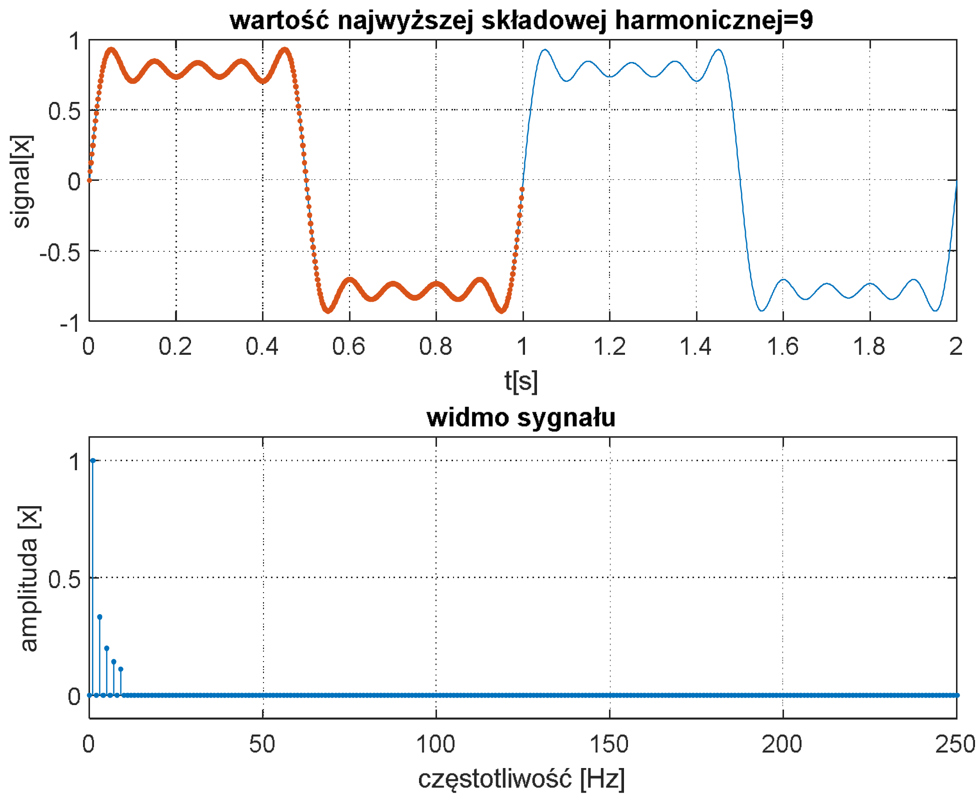
Analiza częstotliwościowa

$$\text{sygnał} = \sum_{i=1}^{n} A_i sin(2\pi f_i t)$$

$$i = 1,3,5,7,\ldots$$

$$A_i = \frac{1}{i}$$

$$f_i = i$$



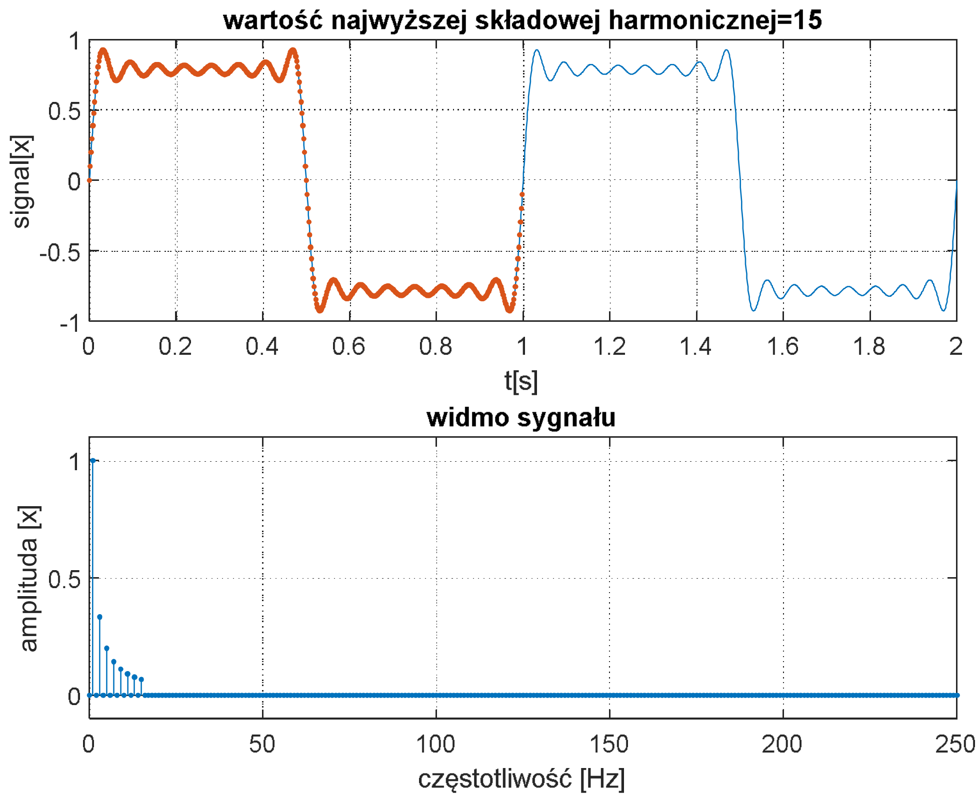
Analiza częstotliwościowa

$$\text{sygnał} = \sum_{i=1}^{n} A_i sin(2\pi f_i t)$$

$$i = 1,3,5,7, \ldots$$

$$A_i = \frac{1}{i}$$

$$f_i = i$$



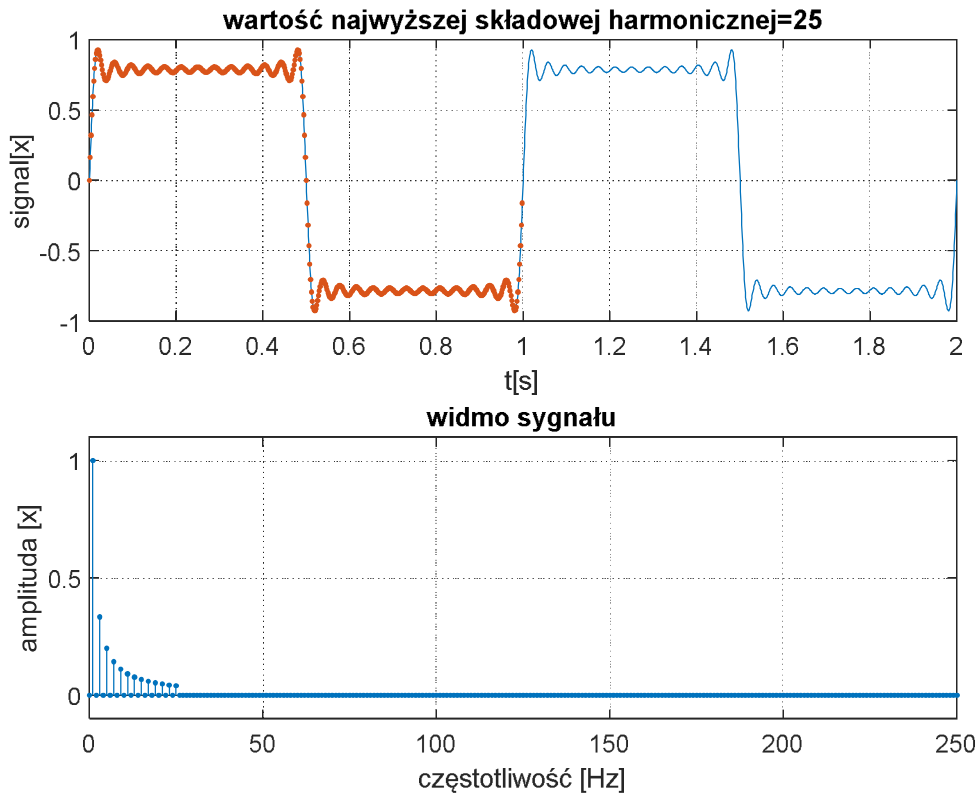
Analiza częstotliwościowa

$$\text{sygnał} = \sum_{i=1}^{n} A_i sin(2\pi f_i t)$$

$$i = 1,3,5,7,\ldots$$

$$A_i = \frac{1}{i}$$

$$f_i = i$$



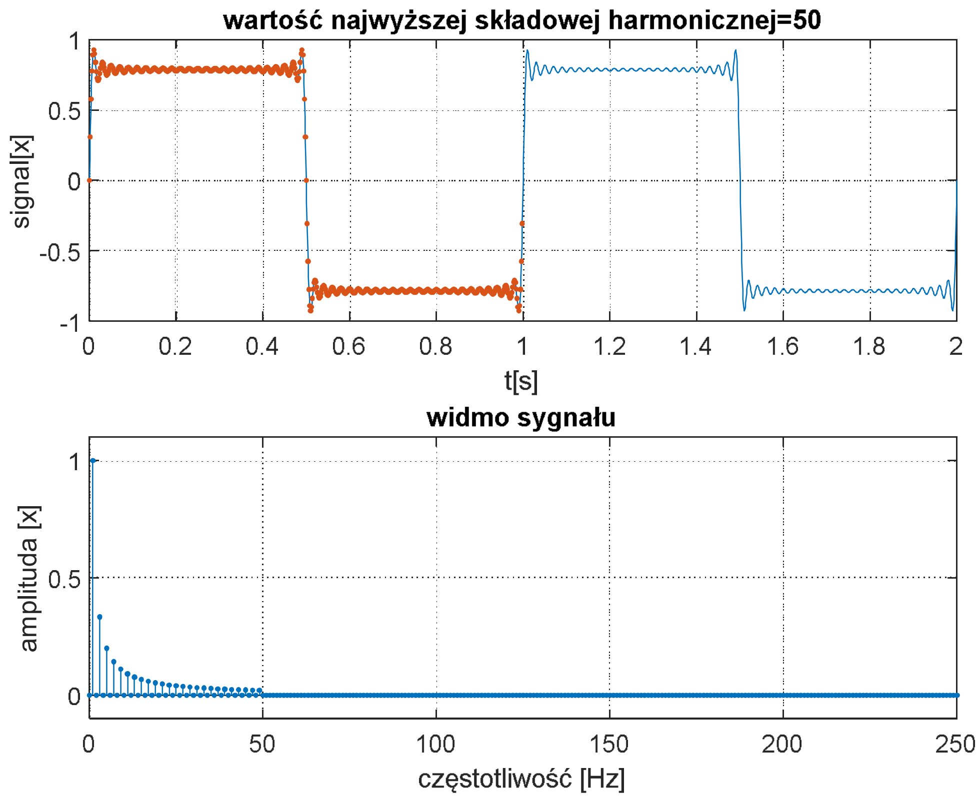
Analiza częstotliwościowa

$$\text{sygnał} = \sum_{i=1}^{n} A_i sin(2\pi f_i t)$$

$$i = 1,3,5,7,\ldots$$

$$A_i = \frac{1}{i}$$

$$f_i = i$$



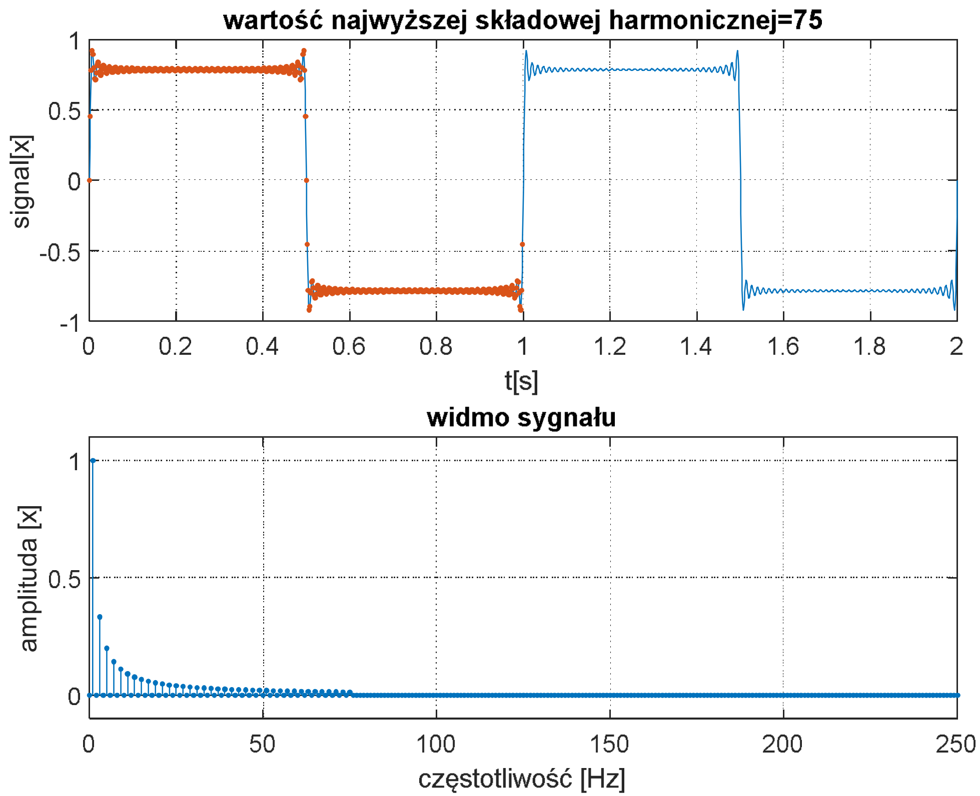
Analiza częstotliwościowa

$$\text{sygnał} = \sum_{i=1}^{n} A_i sin(2\pi f_i t)$$

$$i = 1,3,5,7, \ldots$$

$$A_i = \frac{1}{i}$$

$$f_i = i$$



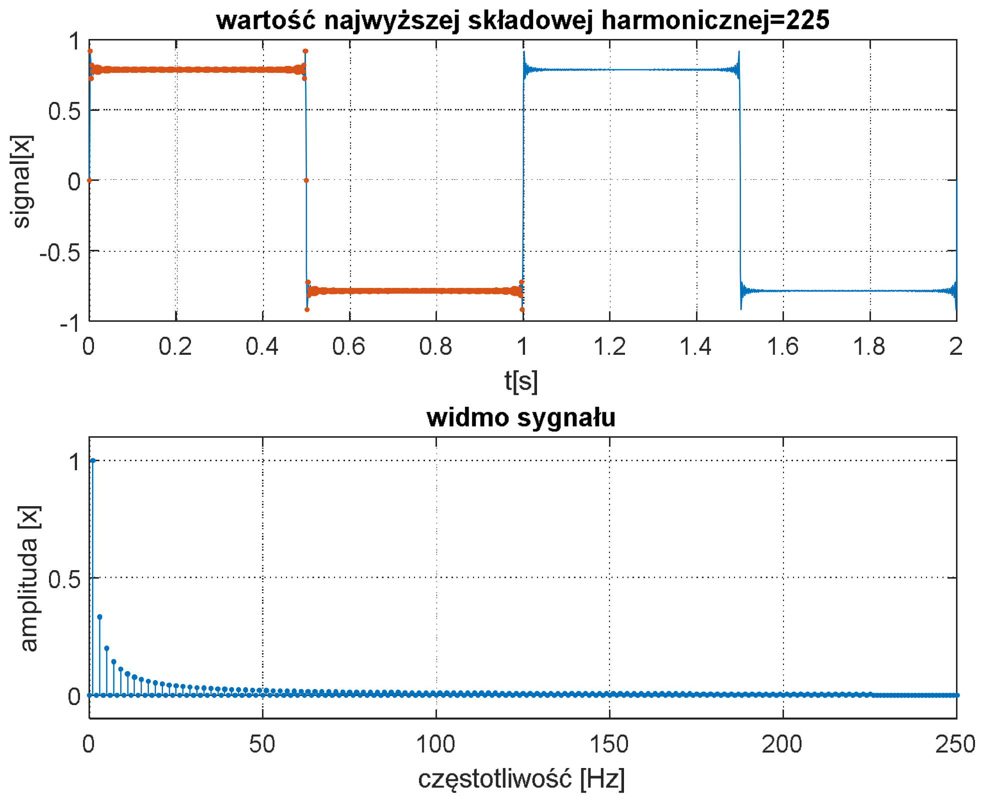
Analiza częstotliwościowa

$$\text{sygnał} = \sum_{i=1}^{n} A_i sin(2\pi f_i t)$$

$$i = 1,3,5,7,\ldots$$

$$A_i = \frac{1}{i}$$

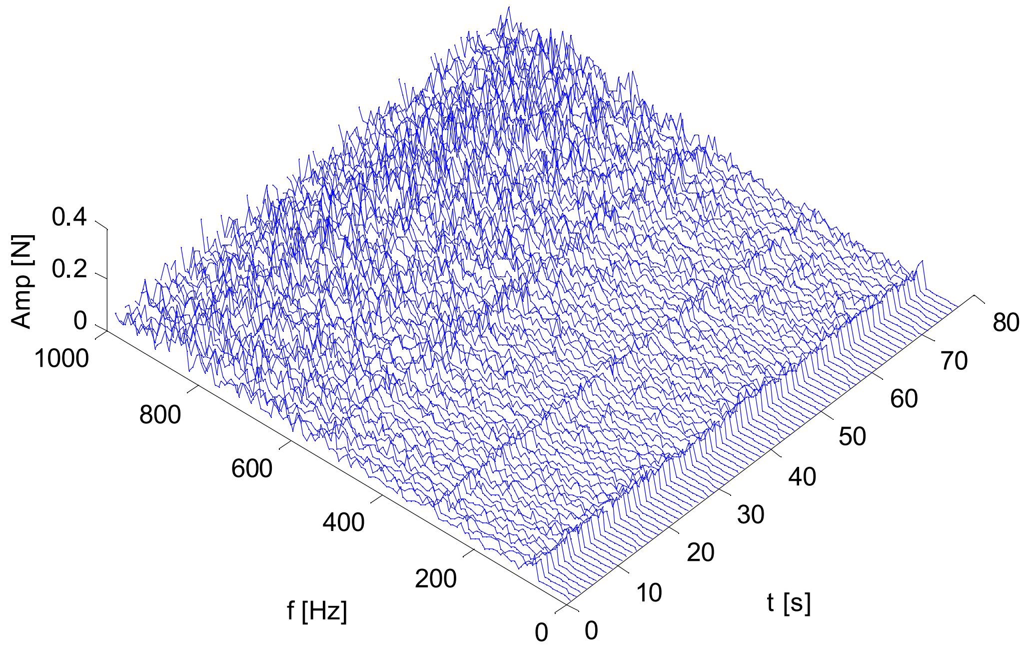
$$f_i = i$$



Spektrogramy

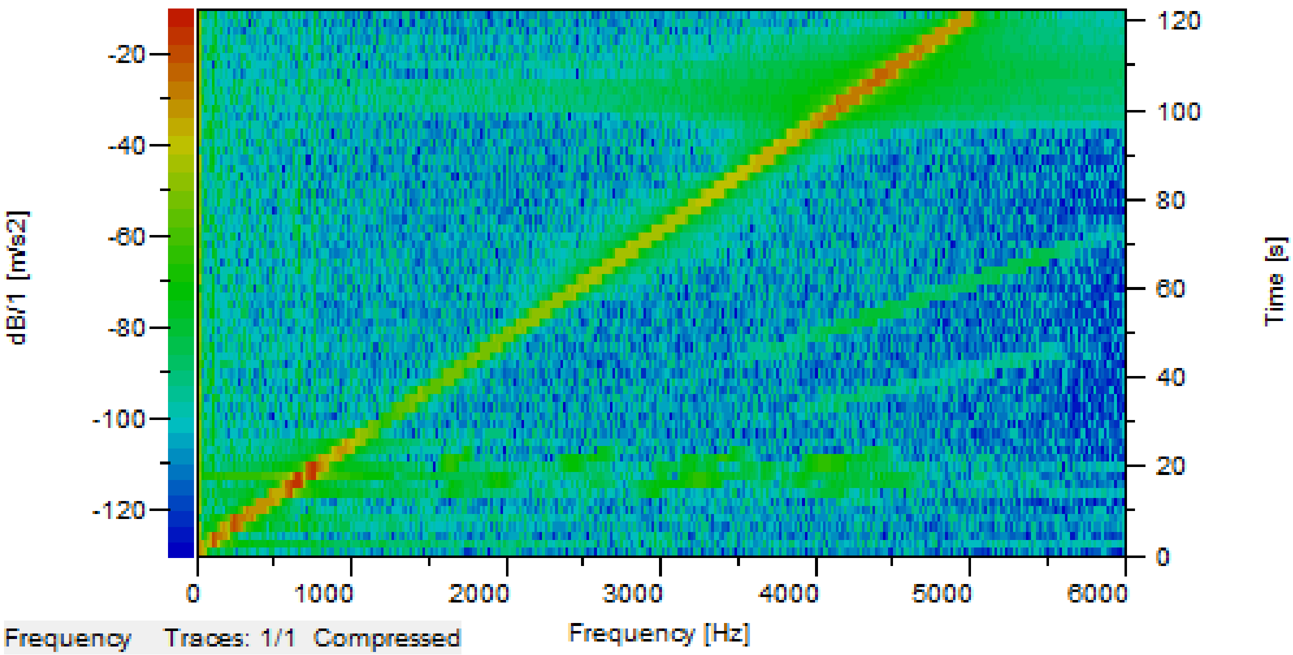
Spektrogram – wykres widma amplitudowego sygnału dla każdej chwili t, dla której sygnał jest określony.

Konstruuje się go dzieląc cały sygnał na części, dla których obliczone amplitudy składowych harmonicznych są wartościami spektrogramu. Argumentami są więc częstotliwość i czas.



Spektrogramy

Często wykres jest redukowany do dwóch wymiarów i wtedy intensywność jest oznaczana poprzez np. kolor czy odcień szarości.



Spektrogramy

Często wykres jest redukowany do dwóch wymiarów i wtedy intensywność jest oznaczana poprzez np. kolor czy odcień szarości.