Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki
Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska

METODY SZTUCZNEJ INTELIGENCJI

Laboratorium nr 10_2F

Temat: **Podejmowanie decyzji w otoczeniu rozmytym**

Podejmowanie decyzji w otoczeniu rozmytym

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z podstawowymi metodami podejmowania decyzji w otoczeniu rozmytym. Ćwiczenie zostanie wykonane z zastosowaniem pakietu Matlab.

2. Przykład operacji na zbiorach rozmytych

Jako przykład operacji matematycznych na zbiorach rozmytych przeanalizujemy podejmowanie decyzji w otoczeniu rozmytym. Załóżmy, że przez otoczenie rozmyte rozumiemy cel rozmyty, ograniczenia rozmyte oraz decyzję rozmytą.

Rozważmy pewien zbiór opcji $X_{op} = \{x\}$. Cel rozmyty definiuje się jako zbiór rozmyty J określony w zbiorze opcji X_{op}. Zbiór rozmyty J opisany jest funkcją przynależności $\mu_J : X_{op} \to [0,1]$. Funkcja $\mu_J(x) \in [0,1]$ dla konkretnego x określa stopień przynależności opcji x do zbioru rozmytego J (celu rozmytego). Ograniczenie rozmyte definiuje się jako zbiór rozmyty C również określony w zbiorze opcji X_{op}. Funkcja $\mu_C(x) \in [0,1]$ dla konkretnego x określa stopień przynależności opcji x do zbioru rozmytego C (ograniczenie rozmyte). Rozważmy zadanie wyznaczenia decyzji jednocześnie osiągającej cel rozmyty J i spełniającej ograniczenie rozmyte C.
Decyzja rozmyta U jest zbiorem rozmytym powstałym w wyniku przecięcia celu rozmytego i ograniczenia rozmytego

$$U = J \cap C, \tag{1}$$

przy czym np.

$$\mu_U(x) = min(\mu_J(x), \mu_C(x)), \tag{2}$$

dla każdego $x \in X_{op}$. Na podstawie (2) można stwierdzić, że podejmowanie decyzji w otoczeniu rozmytym to osiągnąć J i spełnić C. Załóżmy, że mamy n>1 celów rozmytych $J_1, J_2, ..., J_n$ i m>1 ograniczeń rozmytych $C_1, C_2, ..., C_n$, a wszystkie są określone jako zbiory rozmyte w zbiorze opcji X_{op}. Decyzję rozmytą wyznacza się z zależności

$$U = J_1 \cap ... \cap J_n \cap C_1 \cap ... \cap C_m, \tag{3}$$

gdzie

$$\mu_U(x) = min(\mu_{J1}(x), ..., \mu_{Jn}(x), \mu_{C1}(x), ..., \mu_{Cm}(x)), \tag{4}$$

dla każdego $x \in X_{op}$. Decyzją maksymalizującą jest opcja $\hat{x} \in X_{op}$, taka że

$$\mu_U(\hat{x}) = \max(\mu_U(x)), \tag{5}$$

dla każdego $x \in X_{op}$.

Jeżeli X jest przestrzenią o skończonej liczbie elementów $X = \{x_1, ..., x_n\}$, to zbiór rozmyty $A \subseteq X$ zapisujmy jako

$$A = \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \ldots + \frac{\mu_A(x_n)}{x_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mu_A(x_i)}{x_i}. \tag{6}$$

Elementami x_i mogą być liczby, osoby, przedmioty lub inne pojęcia. Kreska ułamkowa oznacza przyporządkowanie poszczególnym elementom $x_1,\ldots,x_n$ stopni przynależności $\mu_A(x_1),\ldots,\mu_A(x_n)$, a znak „+" oznacza sumę mnogościową.

Załóżmy, że Absolwent po złożeniu dokumentów został przyjęty do czterech uczelni, które tworzą zbiór opcji $X_{op} = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$. Celem Absolwenta jest wybór renomowanej uczelni *J(x)*. Jednocześnie przyszły student chciałby, aby były spełnione pewne warunki, które zostały zapisane za pomocą zbiorów rozmytych, a mianowicie:

- uczelnia powinna znajdować się w niezbyt dużej odległości od miejsca zamieszkania,

$$C_1 = \frac{0.8}{x_1} + \frac{0.9}{x_2} + \frac{0.4}{x_3} + \frac{0.5}{x_4},$$

- w uczelni powinien istnieć program wymiany międzynarodowej,

$$C_2 = \frac{0.2}{x_1} + \frac{0.2}{x_2} + \frac{0.9}{x_3} + \frac{0.6}{x_4},$$

- uczelnia powinna posiadać dobre zaplecze techniczne (lab., wyposażenie sal, itp.),

$$C_3 = \frac{0.5}{x_1} + \frac{0.3}{x_2} + \frac{0.6}{x_3} + \frac{0.7}{x_4},$$

- po ukończeniu Absolwent miałby duże możliwości znalezienia pracy,

$$C_4 = \frac{0.6}{x_1} + \frac{0.5}{x_2} + \frac{0.7}{x_3} + \frac{0.7}{x_4}.$$

Na podstawie rankingu uczelni Absolwent utworzył cel rozmyty (uczelnia ze stopniem przynależności 1 to uczelnia zajmująca pierwsze miejsce w rankingu itd.)

$$J = \frac{0.75}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{0.25}{x_3} + \frac{0.5}{x_4}.$$

Na podstawie zależności (3), otrzymujemy następującą decyzję rozmytą

$$U = J \cap C_1 \cap \ldots \cap C_4.$$

Wykorzystując zależność (4) otrzymamy decyzję rozmytą typu *MIN*

$$U = \frac{0.2}{x_1} + \frac{0.2}{x_2} + \frac{0.25}{x_3} + \frac{0.5}{x_4}.$$

Decyzją maksymalizującą jest opcja $\hat{x} \in X_{op} = x_4$. Największy stopień przynależności wynosi 0.5, a zatem Absolwent wybierze uczelnię oznaczoną x_4.

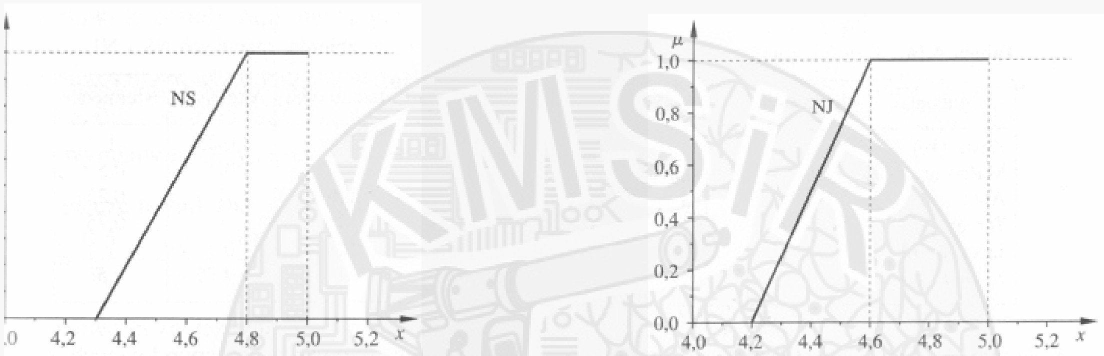
3. Zadania do wykonania

Ufundowano nagrodę dla studentów, którzy uzyskali najlepsze wyniki z informatyki, matematyki, fizyki oraz z języków angielskiego i niemieckiego. Słowo *najlepszy* to wartość lingwistyczna, którą opisano oddzielnie dla przedmiotów ścisłych NS i języków NJ dla skali ocen [2,5].

Funkcje przynależności zbiorów rozmytych NS, NJ opisano następująco

$$\mu_{NS}(x)=\begin{cases} 0 & \text{dla } 2 \le x \le 4.3 \\ \dfrac{x-4.3}{0.5} & \text{dla} 4.3 \le x \le 4.8 \\ 1 & \text{dla} 4.8 \le x \le 5 \end{cases} \qquad \mu_{NJ}(x)=\begin{cases} 0 & \text{dla } 2 \le x \le 4.2 \\ \dfrac{x-4.2}{0.4} & \text{dla} 4.2 \le x \le 4.6 \\ 1 & \text{dla} 4.6 \le x \le 5 \end{cases}$$

i pokazano na rys. 1.



Rys.1. Funkcje przynależności NS, NJ

O nagrodę ubiega się sześciu studentów. Zbiór opcji to $X_{op} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$.

Oceny z poszczególnych przedmiotów podano w tablicy

Student	informatyka	matematyka	fizyka	j.angielski	j.niemiecki
X_1	4.8	5.0	4.7	4.2	4.7
X_2	4.4	4.7	4.8	4.5	4.4
X_3	4.9	4.9	4.6	4.7	4.4
X_4	4.7	4.8	4.9	4.8	4.5
X_5	5.0	4.6	4.7	5.0	5.0
X_6	4.9	4.4	4.9	4.3	4.2

Obliczenia przeprowadzić w *m*-pliku.

a) Narysować funkcje przynależności NS, NJ.
b) Wyznaczyć stopnie przynależności do zbiorów rozmytych NS, NJ.
c) Zdefiniować cel rozmyty np. najlepszy z informatyki.
d) Wyznaczyć decyzję rozmytą typu *MIN*.
e) Wyznaczyć decyzję *MAX* (czyli studenta któremu należy przyznać nagrodę).

Sprawozdanie powinno zawierać:

1. Wstęp teoretyczny
   - podstawowe wiadomości na temat układów z logiką rozmytą.
2. Przebieg ćwiczenia
   - wykresy funkcji przynależności do zbiorów rozmytych dla poszczególnych ocen z przedmiotów językowych oraz ścisłych,
   - przebieg procesu definicji celu rozmytego, oraz wyznaczania decyzji rozmytej (wartości funkcji przynależności ocen dla poszczególnych studentów - patrz przykład).
3. Wnioski

Uwaga. Każdy realizowany podpunkt sprawozdania powinien być odpowiednio skomentowany.