

## Analiza matematyczna III, mek 1, 20.11.2023

### Zadania na ocenę 3,0

1. Wyznaczyć i narysować dziedzinę funkcji  $f(x, y) = \ln(-x - y)$ .
2. Obliczyć granice (lub pokazać, że nie istnieją):

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3}{3x^2 + y^4},$

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2 \sin(x^2 y^2)}{xy}.$

3. Zbadać ciągłość funkcji  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2} & , \text{ gdy } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , \text{ gdy } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  w punkcie  $(0, 0)$ .

### Zadania na wyższą ocenę

4. Wyznaczyć i narysować dziedzinę funkcji  $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{y^2 - 1}$ .
5. Obliczyć granice (lub pokazać, że nie istnieją):

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{x + 2y - 1}{x^2 + 4y^2 - 1},$

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x^2 y^2 \sin \frac{1}{xy}.$

6. Dobrać wartość parametru  $c \in \mathbb{R}$  tak, aby funkcja

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2} & , \text{ gdy } (x, y) \neq (0, 0) \\ c & , \text{ gdy } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

była ciągła na  $\mathbb{R}^2$ .

7. Zbadać ciągłość funkcji

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{ gdy } x > 0 \\ \sqrt{x^2 + y^2}, & \text{ gdy } x \leq 0 \end{cases}.$$