

**POCHODNA FUNKCJI - ZASTOSOWANIA**  
**zadania przykładowe**

**Zad. 1** Wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema lokalne funkcji:

A)  $f(x) = -2x^4 + 24x^3 - 92x^2 + 120x + 2$

B)  $f(x) = 3x^4 + 16x^3 + 30x^2 + 24x$

C)  $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$

D)  $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$

E)  $f(x) = \frac{x}{x^2+2}$

F)  $f(x) = \frac{e^x}{x+4}$

G)  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

H)  $f(x) = \frac{x}{\ln x}$

I)  $f(x) = x^2 \ln x$

J)  $f(x) = e^{-x}x^3$

**Zad. 2** Wyznaczyć przedziały wklęsłości i wypukłości oraz punkty przegięcia funkcji:

A)  $f(x) = x(3-x)^2$

B)  $f(x) = \frac{3x^2-1}{3x^2+1}$

C)  $f(x) = (1+x^2)e^x$

D)  $f(x) = x + \frac{\ln x}{x}$

E)  $f(x) = \frac{1}{56}x^8 - \frac{1}{42}x^7 - \frac{1}{30}x^6 + \frac{1}{20}x^5$

F)  $f(x) = x - 2\arctg x$

**Zad.3** Obliczyć podane granice, wykorzystując regułę de l'Hospitala:

A)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x - 1}{\cos x + \frac{1}{2}x^2 - 1}$

B)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+6x}-1}{x}$

C)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - 3x}{x^3}$

D)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sqrt{x}}-1}{\sqrt{\sin x}}$

E)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$

F)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\tan x)^{\tan 2x}$

$$\text{G) } \lim_{x \rightarrow \pi} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\pi - x} \right)$$

$$\text{H) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x}$$

$$\text{I) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x} \right)^{\sin x}$$

$$\text{J) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

$$\text{K) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$$

$$\text{L) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\operatorname{tg} x}$$

$$\text{M) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{(\pi - 2x)^2}$$

$$\text{N) } \lim_{x \rightarrow 1^+} \left( \frac{3}{x^3 - 1} - \frac{4}{x^4 - 1} \right)$$

$$\text{O) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

$$\text{P) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \ln x$$

$$\text{Q) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\pi - 2 \arctan x) \cdot \ln x$$

$$\text{R) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \ln \frac{1}{x} \right)^x$$

$$\text{S) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{\ln x}}$$