Przykłady do samodzielnego rozwiązania

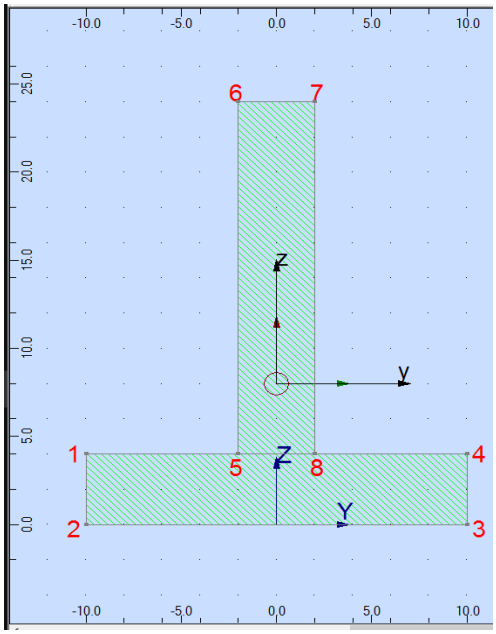
Wyniki są uzyskane w programie Autodesk Robot w module *Projektowanie profili*.

Wszystkie wymiary widoczne na rysunkach są wyrażone w [cm].

Niebieskie osie YZ, to osie początkowe względem, których wyznaczane jest położenie środka ciężkości.

Osie centralne przedstawione są na rysunkach w kolorze zielonym i brązowym – osie bez oznaczenia literowego.

Osie główne, centralne ($\mathbf{I_y > I_z}$) przedstawione są na rysunkach w kolorze czarnym i oznaczone są jako osie YZ.



Rezultaty względem osi głównych centralnych:

$\mathbf{I_y}$, $\mathbf{I_z}$: Momenty bezwładności [cm^4]

$\mathbf{i_y}$, $\mathbf{i_z}$: Promienie bezwładności [cm]

W_el_y, W_el_z: Wskaźniki wytrzymałości (**el**(astic) = sprężyte) na zginanie [cm^3]

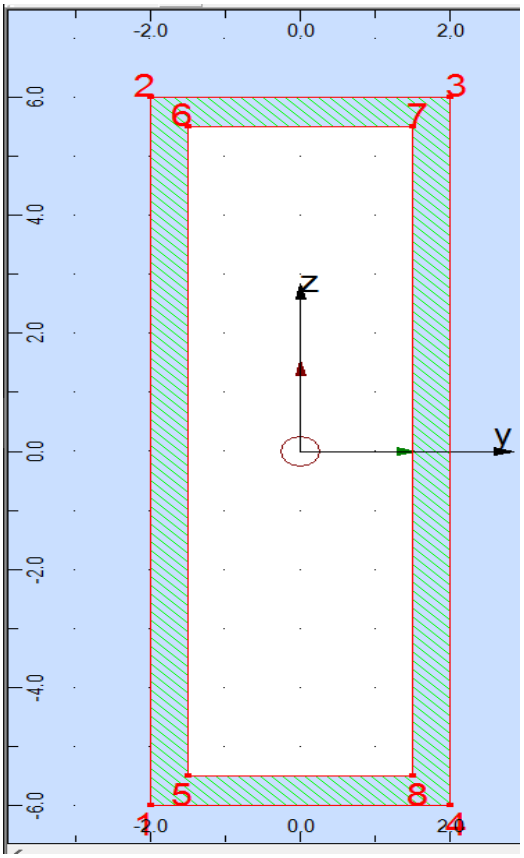
UWAGA: wszystkie wyniki liczbowe są podane z taką dokładnością jaka została wyświetlona w programie Autodesk Robot. Ma to na celu łatwą weryfikację poprawności obliczeń.

Zasadniczo, wyniki należy podawać z dokładnością do czwartej cyfry znaczącej. Taka dokładność będzie wymagana w projektach, na kolokwiach, na egzaminie.

Przykład: wynik z Robota: 1166666,67 cm^4

wynik podany z dokładnością **do 4 cyfry** znaczącej: 1167000 cm^4

PRZYKŁAD 1



Opis geometrii:

Punkt nr	Y	Z
1	-2.0 cm	-6.0 cm
2	-2.0 cm	6.0 cm
3	2.0 cm	6.0 cm
4	2.0 cm	-6.0 cm
5	-1.5 cm	-5.5 cm
6	-1.5 cm	5.5 cm
7	1.5 cm	5.5 cm
8	1.5 cm	-5.5 cm

Środek ciężkości:

Powierzchnia

A = 15.00 cm2

Środek ciężkości

Yc = 0.0 cm
Zc = 0.0 cm

Rezultaty dla osi głównych centralnych:

Kąt

alpha = 0.0 Deg

Momenty bezwładności

Iy = 243.25 cm4
Iz = 39.25 cm4

Promienie bezwładności

iy = 4.0 cm
iz = 1.6 cm

Wskaźniki wytrzymałości na zginanie

Wely = 40.54 cm3
Welz = 19.63 cm3

WSKAZÓWKA:
Momenty I_Y i I_Z łatwo jest obliczyć wykorzystując odejmowanie charakterystyk figur składowych:

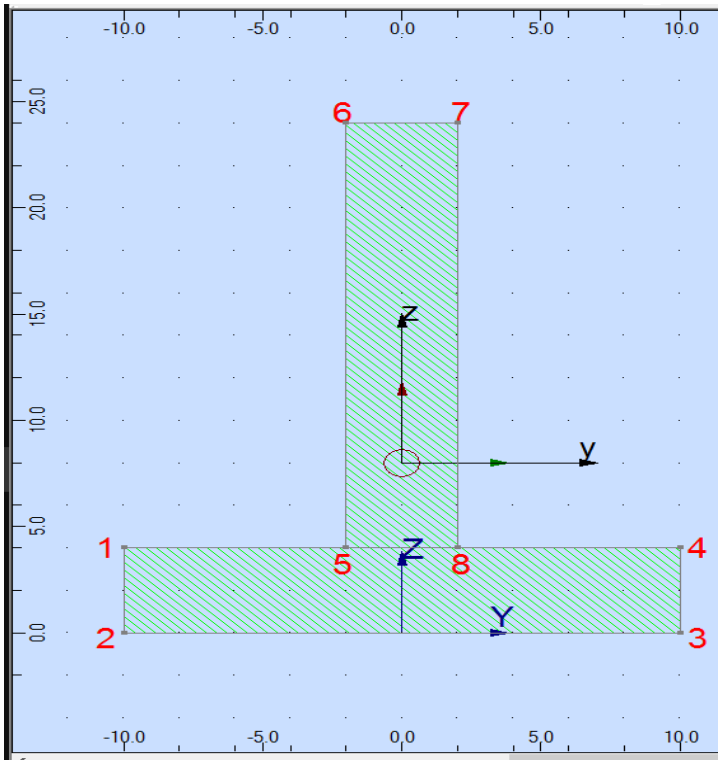
$$I_Y = I_{Y_1} - I_{Y_2}$$
$$I_Y = 576\,cm^4 - 332{,}75\,cm^4$$

$$\boldsymbol{I_Y = 243{,}25\,cm^4}$$

$$I_Z = I_{Z_1} - I_{Z_2}$$
$$I_Z = 64\,cm^4 - 24{,}75\,cm^4$$

$$\boldsymbol{I_Z = 39{,}25\,cm^4}$$

PRZYKŁAD 2



Opis geometrii

Punkt nr	Y	Z
1	-10.0 cm	4.0 cm
2	-10.0 cm	0.0 cm
3	10.0 cm	0.0 cm
4	10.0 cm	4.0 cm
5	-2.0 cm	4.0 cm
6	-2.0 cm	24.0 cm
7	2.0 cm	24.0 cm
8	2.0 cm	4.0 cm

Środek ciężkości:

Powierzchnia

A = 160.00 cm2

Środek ciężkości

Yc = 0.0 cm
Zc = 8.0 cm

Rezultaty dla osi głównych centralnych:

Kąt

alpha = 0.0 Deg

Momenty bezwładności

Iy = 8533.33 cm4
Iz = 2773.33 cm4

Promienie bezwładności

iy = 7.3 cm
iz = 4.2 cm

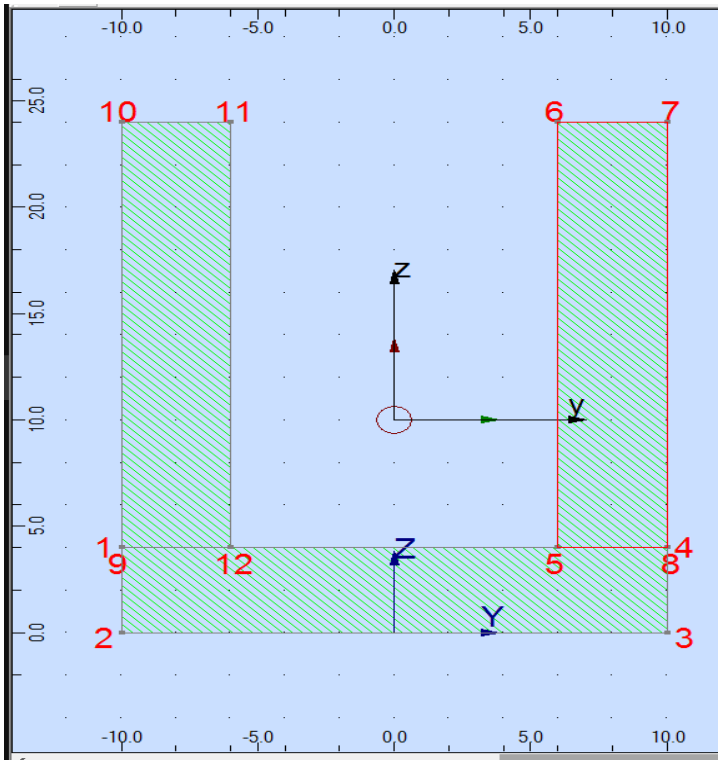
Wskaźniki wytrzymałości na zginanie

Wely = 533.33 cm3
Welz = 277.33 cm3

PRZYKŁAD 3

Opis geometrii:

Punkt nr	Y	Z
1	-10.0 cm	4.0 cm
2	-10.0 cm	0.0 cm
3	10.0 cm	0.0 cm
4	10.0 cm	4.0 cm
5	6.0 cm	4.0 cm
6	6.0 cm	24.0 cm
7	10.0 cm	24.0 cm
8	10.0 cm	4.0 cm
9	-10.0 cm	4.0 cm
10	-10.0 cm	24.0 cm
11	-6.0 cm	24.0 cm
12	-6.0 cm	4.0 cm



Środek ciężkości:

Powierzchnia

A = 240.00 cm2

Środek ciężkości

Yc = 0.0 cm
Zc = 10.0 cm

Rezultaty dla osi głównych centralnych:

Kąt

alpha = 0.0 Deg

Momenty bezwładności

Iy = 13120.00 cm4
Iz = 13120.00 cm4

Promienie bezwładności

iy = 7.4 cm
iz = 7.4 cm

Wskaźniki wytrzymałości na zginanie

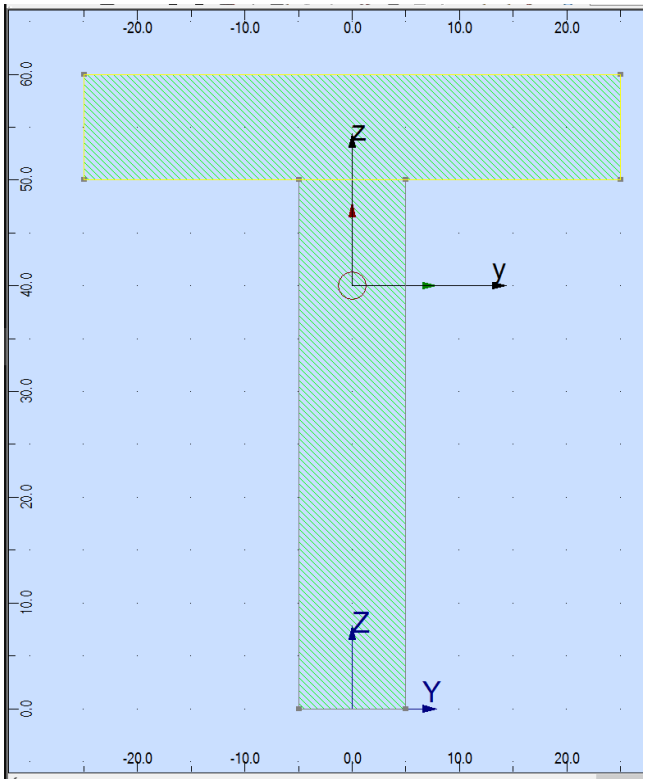
Wely = 937.14 cm3
Welz = 1312.00 cm3

WSKAZÓWKA:
Moment I_Z łatwo jest obliczyć wykorzystując odejmowanie charakterystyk figur składowych:

$$I_Z = I_{Z_1} - I_{Z_2}$$
$$I_Z = 16000\,cm^4 - 2880\,cm^4$$

$$\boldsymbol{I_Z = 13120\,cm^4}$$

PRZYKŁAD 4



Środek ciężkości:

Powierzchnia

A = 1000.00 cm2

Środek ciężkości

Yc = 0.0 cm
Zc = 40.0 cm

Rezultaty dla osi głównych centralnych:

Kąt

alpha = 0.0 Deg

Momenty bezwładności

Iy = 333333.33 cm4
Iz = 108333.33 cm4

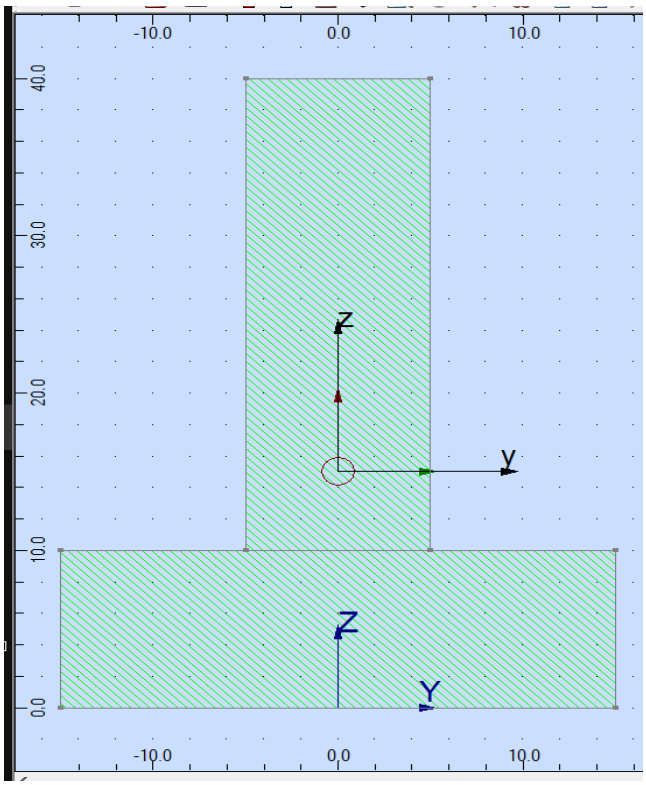
Promienie bezwładności

iy = 18.3 cm
iz = 10.4 cm

Wskaźniki wytrzymałości na zginanie

Wely = 8333.33 cm3
Welz = 4333.33 cm3

PRZYKŁAD 5



Środek ciężkości:

Powierzchnia

A	=	600.00 cm2

Środek ciężkości

Yc	=	0.0 cm
Zc	=	15.0 cm

Rezultaty dla osi głównych centralnych:

Kąt

alpha	=	0.0 Deg

Momenty bezwładności

Iy	=	85000.00 cm4
Iz	=	25000.00 cm4

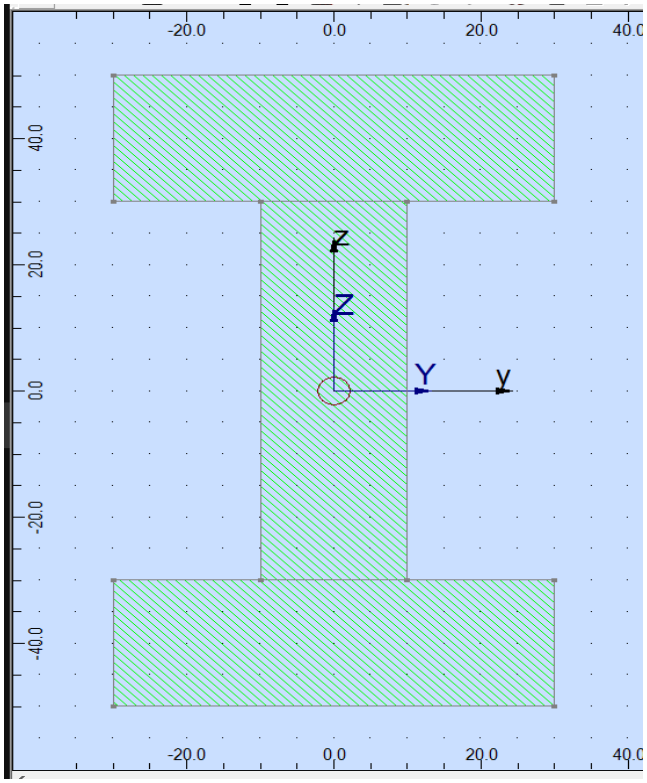
Promienie bezwładności

iy	=	11.9 cm
iz	=	6.5 cm

Wskaźniki wytrzymałości na zginanie

Wely	=	3400.00 cm3
Welz	=	1666.67 cm3

PRZYKŁAD 6



Środek ciężkości:

Powierzchnia

A = 3600.00 cm2

Środek ciężkości

Yc = 0.0 cm
Zc = 0.0 cm

Rezultaty dla osi głównych centralnych:

Momenty bezwładności

Iy = 4280000.00 cm4
Iz = 760000.00 cm4

Promienie bezwładności

iy = 34.5 cm
iz = 14.5 cm

Wskaźniki wytrzymałości na zginanie

Wely = 85600.00 cm3
Welz = 25333.33 cm3

Oba główne , centralne momenty bezwładności zostały obliczone na podstawie podziału przekroju na trzy figury podstawowe .

UWAGA :
podział jest inny dla obliczania I_Y , a inny dla dla obliczania I_Z

$$I_{Y_1}=\frac{(60\,cm)\cdot(100\,cm)^3}{12}=5000000\,cm^4$$
$$I_{Y_2}=\frac{(20\,cm)\cdot(60\,cm)^3}{12}=360000\,cm^4$$
$$I_{Y_3}=I_{Y_2}$$

$$I_Y=I_{Y_1}-I_{Y_2}-I_{Y_3}$$
$$I_Y=5000000\,cm^4-360000\,cm^4-360000\,cm^4$$

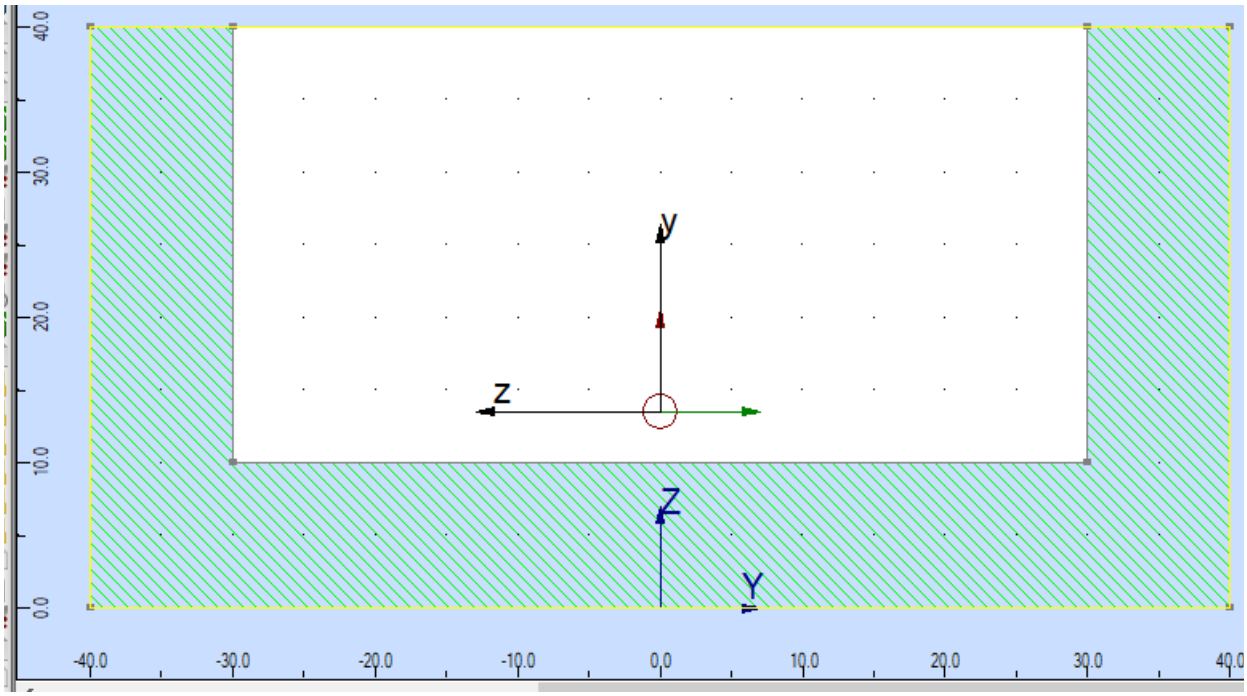
$$\boldsymbol{I_Y=4280000\,cm^4}$$

$$I_{Z_1}=\frac{(60\,cm)^3\cdot 20\,cm}{12}=360000\,cm^4$$
$$I_{Z_2}=I_{Z_1}$$
$$I_{Z_3}=\frac{(20\,cm)^3\cdot 60\,cm}{12}=40000\,cm^4$$

$$I_Z=I_{Z_1}+I_{Z_2}+I_{Z_3}$$
$$I_Z=360000\,cm^4+360000\,cm^4+40000\,cm^4$$

$$\boldsymbol{I_Z=760000\,cm^4}$$

PRZYKŁAD 7



Środek ciężkości:

Powierzchnia

	A	=	1400.00 cm2

Środek ciężkości

	Yc	=	0.0 cm
	Zc	=	13.6 cm

Rezultaty dla osi głównych centralnych:

Kąt

	alpha	**=**	**90.0 Deg**

Momenty bezwładności

	Iy	=	1166666.67 cm4
	Iz	=	188809.52 cm4

Promienie bezwładności

	iy	=	28.9 cm
	iz	=	11.6 cm

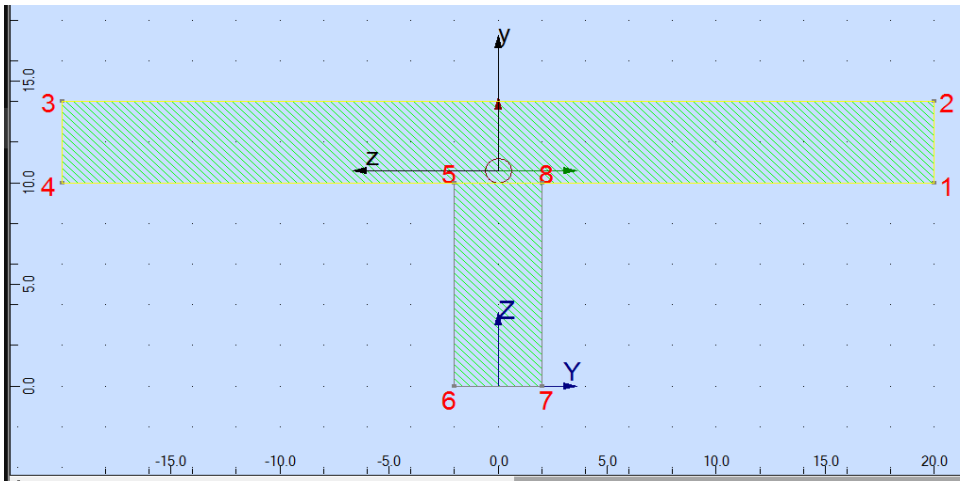
Wskaźniki wytrzymałości na zginanie

	Wely	=	29166.67 cm3
	Welz	=	7144.14 cm3

Jeżeli kąt obrotu wynosi 90°, to oznacza, że osie główne są obrócone w stosunku do osi centralnych (osie centralne: zielona pozioma i brązowa pionowa).
Po obrocie oś główna centralna Y jest pionowa, a oś główna centralna Z jest pozioma (obie osie w kolorze czarnym).
Dzięki obrotowi spełniony jest warunek, że zawsze:

$$I_y > I_z$$

PRZYKŁAD 8



Opis geometrii:

Punkt nr	Y	Z
1	20.0 cm	10.0 cm
2	20.0 cm	14.0 cm
3	-20.0 cm	14.0 cm
4	-20.0 cm	10.0 cm
5	-2.0 cm	10.0 cm
6	-2.0 cm	0.0 cm
7	2.0 cm	0.0 cm
8	2.0 cm	10.0 cm

Środek ciężkości:

Powierzchnia

A = 200.00 cm2

Środek ciężkości

Yc = 0.0 cm
Zc = 10.6 cm

Rezultaty dla osi głównych centralnych:

Kąt

alpha = 90.0 Deg

Momenty bezwładności

Iy = 21386.67 cm4
Iz = 2114.67 cm4

Promienie bezwładności

iy = 10.3 cm
iz = 3.3 cm

Wskaźniki wytrzymałości na zginanie

Wely = 1069.33 cm3
Welz = 199.50 cm3

Jeżeli kąt obrotu wynosi 90°, to oznacza, że osie główne są obrócone w stosunku do osi centralnych (osie centralne: zielona pozioma i brązowa pionowa).
Po obrocie oś główna centralna Y jest pionowa, a oś główna centralna Z jest pozioma (obie osie w kolorze czarnym).
Dzięki obrotowi spełniony jest warunek, że zawsze:

$$I_y > I_z$$