

**Politechnika Rzeszowska**  
**Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki**

# **MECHANIKA TECHNICZNA 2**

**dr inż. Jacek S. Tutak**

**Rzeszów 2022**

**Wykład opracowany w oparciu o skrypt:**

**prof. dr hab. inż. Zenon Hendzel,**

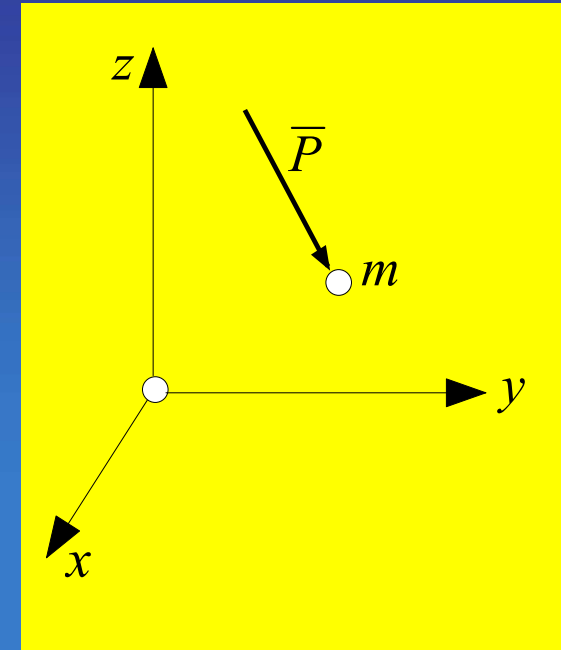
**prof. dr hab. inż. Wiesław Żylski**

**„Mechanika Ogólna - DYNAMIKA”**

Zjawisko ruchu układu można opisać stosując zasady energetyczne, którą jedną z nich jest, **zasada równowartości energii kinetycznej i pracy**.

Niech na punkt materialny o masie  $m$  działa siła  $\bar{P}$  (rys. 1). Równania ruchu punktu względem przyjętego układu odniesienia będą:

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{x} = P_x \\ m \cdot \ddot{y} = P_y \\ m \cdot \ddot{z} = P_z \end{cases} \quad (1)$$



Rys.1

pomnóżmy (1) przez prędkości i dodajmy do siebie:

$$m \cdot (\dot{x} \cdot \ddot{x} + \dot{y} \cdot \ddot{y} + \dot{z} \cdot \ddot{z}) = P_x \cdot \dot{x} + P_y \cdot \dot{y} + P_z \cdot \dot{z} \quad (2)$$

Wyrażenie w nawiasie jest pochodną energii kinetycznej po czasie:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{x} \cdot \ddot{x} + \dot{y} \cdot \ddot{y} + \dot{z} \cdot \ddot{z} \quad (3)$$

czyli:

$$dE = (P_x \cdot \dot{x} + P_y \cdot \dot{y} + P_z \cdot \dot{z})dt \quad (4)$$

gdzie:

$$\delta L = (P_x \cdot \dot{x} + P_y \cdot \dot{y} + P_z \cdot \dot{z})dt \quad (5)$$

Ostatecznie możemy zapisać:

$$dE = \delta L \quad (6)$$

Z równania (6) wynika, że elementarna energia kinetyczna równa jest elementarnej pracy. Jeżeli równanie (6) obustronnie scałkujemy to dostaniemy:

$$\int dE = \int \delta L \quad (7)$$

co po rozwiązaniu całki będzie:

$$E_{II} - E_I = L_{I-II} \quad (8)$$

Równanie (8) to tzw. zasada równowartości energii kinetycznej i pracy.

Określa ona, że przyrost energii kinetycznej układu jest równy pracy całkowitej wykonanej przez wszystkie siły w czasie, gdy przyrost ten następuje. Zasadę tą można stosować do opisu zjawiska ruchu zawsze!

Jeżeli:

$$L_{I-II} = 0 \quad (9)$$

to:

$$E_{II} - E_I = 0 \quad (10)$$

$$E_{II} = E_I = \text{const} \quad (11)$$

Równanie (11) to tzw. zasada zachowania energii kinetycznej.

Wiedząc że zjawisko ruchu układu zawsze można opisać stosując zasadę zachowania energii kinetycznej i pracy:

$$E_{II} - E_I = L_{I-II} \quad (12)$$

To jeżeli pracę wykonują tylko siły pola potencjalnego:

$$L_{I-II} = V_I - V_{II} \quad (13)$$

więc

$$E_{II} - E_I = V_I - V_{II} \quad (14)$$

Wyrażenie to możemy przekształcić:

$$E_{II} + V_{II} = E_I + V_I \quad (15)$$

Wielkość  $E + V = H$  nazywamy energią mechaniczną. Jeżeli zaistnieje sytuacja, że:

$$H_I = H_{II} = \text{const} \quad (16)$$

zależność tą nazywamy zasadą zachowania energii mechanicznej.

$H_I \rightarrow$  energia mechaniczna pierwszego położenia,

$H_{II} \rightarrow$  energia mechaniczna w położeniu drugim.

### **Uwaga!!!**

Potencjał układu jest sumą algebraiczną potencjałów pochodzących od poszczególnych pól potencjalnych.

Dziękuję