Tablica 4 Zadanie 4 (str. 71)

Dla układu pokazanego na rysunku podać różniczkowe równania ruchu, zależności. Znając warunki początkowe, określić parametry kinematyczne układu po czasie t[s].

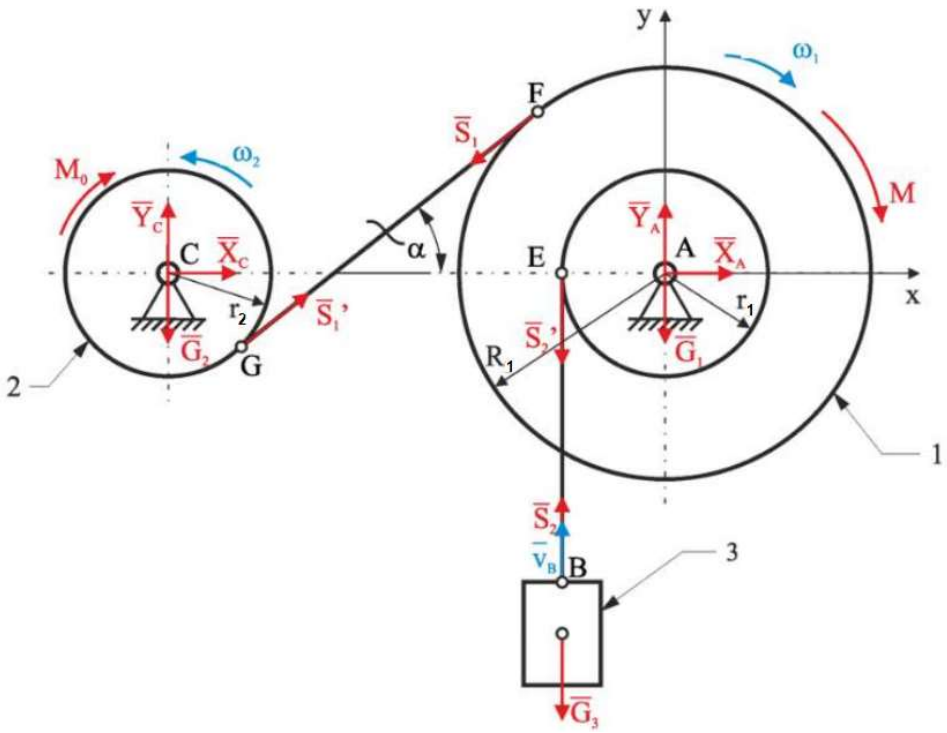
Dane:

$G_1, G_2, G_3[N]$

$M, M_0[Nm]$

$R_1 = 2r_1 = 2r_2 = 2r[m]$

$i_A^{(1)} = 2r[m]$



Bryła 1 oraz bryła 2 są w ruchu obrotowym. Natomiast bryła 3 w ruchu postępowym.

Z kinematyki układu wiadomo, że:

$\overline{V}_E = \overline{V}_B$,
$V_E = V_B$

$V_E = \omega_1 r_1$

$V_B = \dot{y_B} = \dot{\varphi_1} r_1$

$\ddot{y_B} = \ddot{\varphi_1} r_1$

$V_F = V_G$

$V_F = \omega_1 R_1$

$$V_G = \omega_2 r_2$$

Następnie wyznaczamy ω_1:

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 r_2$$

$$\omega_1 = \frac{\omega_2 r_2}{R_1} = \frac{\omega_2 r}{2r} = \frac{1}{2}\omega_2$$

$$\ddot{\varphi}_1 = \frac{1}{2}\ddot{\varphi}_2$$

Równania opisujące ruch bryły 1 (ruch obrotowym):

$$I_A^{(1)}\ddot{\varphi}_1 = M - S_1 R_1 - S_2' r_1$$

Dodatkowo (np. w celu wyznaczenia X_A, Y_A) układamy równania:

$$m_1 \ddot{x}_A = X_A - S_1 \cos\alpha = 0$$

$$m_1 \ddot{y}_A = Y_A - G_1 - S_1 \sin\alpha - S_2' = 0$$

Równania opisujące ruch bryły 2 (ruch obrotowym):

$$I_C^{(2)}\ddot{\varphi}_2 = -M_0 + S_1' r_2$$

Dodatkowo (np. w celu wyznaczenia X_C, Y_C) układamy równania:

$$m_2 \ddot{x}_C = S_1' \cos\alpha + X_C = 0$$

$$m_2 \ddot{y}_C = Y_C - G_2 + S_1' \sin\alpha = 0$$

Równania opisujące ruch bryły 3 (ruch postępowy):

$$m_3 \ddot{y}_B = -G_3 + S_2$$

Zależności siłowe:

$$S_1' = S_1$$

$$S_2' = S_2$$

Wyliczanie momentów bezwładności:

$$I_A^{(1)} = m_1 (i_A^{(1)})^2 = m_1 (2r)^2 = m_1 4r^2$$

$$I_C^{(2)} = \frac{1}{2} m_2 {r_2}^2 = \frac{1}{2} m_2 r^2 = \frac{1}{2} m_2 r^2$$

z zależności wyznaczmy S_1':

$$I_C^{(2)}\ddot{\varphi}_2 = -M_0 + S_1' r_2$$

$$S_1' = I_C^{(2)}\ddot{\varphi}_2 + M_0 = \left(\frac{1}{2} m_2 r^2 2\ddot{\varphi}_1 + M_0\right)/r$$

z zależności wyznaczmy S_2:

$$m_3\ddot{y}_B = -G_3 + S_2$$

$$S_2 = m_3\ddot{y}_B + G_3 = m_3\ddot{\varphi}_1 r_1 + G_3 = m_3\ddot{\varphi}_1 r + G_3$$

Następnie przeprowadzamy kolejne obliczenia w celu wyznaczenia parametrów kinematycznych bryły 1:

$$I_A^{(1)}\ddot{\varphi}_1 = M - S_1R_1 - S_2'r_1$$

$$m_1 4r^2\ddot{\varphi}_1 = M - \frac{\left(\frac{1}{2}m_2r^2 2\ddot{\varphi}_1 + M_0\right)}{r}2r - (m_3\ddot{\varphi}_1 r + G_3)r_1$$

$$m_1 4r^2\ddot{\varphi}_1 = M - m_2r^2 2\ddot{\varphi}_1 - 2M_0 - m_3\ddot{\varphi}_1 r^2 - G_3 r$$

$$\ddot{\varphi}_1(m_1 4r^2 + m_2r^3 2 + m_3r^2) = M - 2M_0 - G_3 r$$

$$\ddot{\varphi}_1 = \frac{M - 2M_0 - G_3 r}{(m_1 4r^2 + 2m_2r^2 + m_3r^2)} = \frac{M - 2M_0 - G_3 r}{r^2(4\frac{G_1}{g} + 2\frac{G_2}{g} + \frac{G_3}{g})}$$

$$\dot{\varphi}_1 = \frac{M - 2M_0 - G_3 r}{r^2(4\frac{G_1}{g} + 2\frac{G_2}{g} + \frac{G_3}{g})}gt + C_1$$

$$\varphi_1 = \frac{1}{2}\frac{M - 2M_0 - G_3 r}{r^2(4\frac{G_1}{g} + 2\frac{G_2}{g} + \frac{G_3}{g})}gt^2 + C_1 t + C_2$$

//