

**CYFROWE PRZYRZĄDY do POMIARU  
PARAMETRÓW CZASOWO-  
CZĘSTOTLIWOŚCIOWYCH SYGNAŁÓW  
OKRESOWYCH 2**

**Plan wykładu**

- 6. Modyfikowana metoda pomiarowa.  
Cyfrowy pomiar częstotliwości z  
zadaną dopuszczalną wartością błędu  
zliczania.**
- 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości**
- 8. Metoda zbiegu (koindcencji)**
- 9. Cyfrowy pomiar stosunku  
częstotliwości**
- 10. Cyfrowy pomiar kąta przesuwu fazy**

## 6. Modyfikowana metoda pomiarowa z zadaniem maksymalnym błędem zliczania

Względny błąd pomiaru okresu i częstotliwości:

**Bezpośredni pomiar częstotliwości**

Przy zliczonych  $N_x$  impulsach względny maksymalny błąd zliczania nie przekracza

$$\delta_{z,f,gr} = \frac{\Delta_{z,f,gr}}{N_x} 100\% = \frac{\pm 1}{f_x T_p} 100\% \quad (10^6 \text{ ppm})$$

**Pośredni pomiar częstotliwości przez pomiar okresu (lub m okresów sygnału)**

Liczba zliczonych impulsów:  $N_x = f_w \cdot m \cdot T_x = m \cdot f_w / f_x$

Wartość częstotliwości

$$f_x = \frac{m \cdot f_w}{N_x}$$

Przy zliczonych  $N_x$  impulsach względny maksymalny błąd zliczania nie przekracza

$$\delta_{z,f,gr(T_x)} = \frac{\pm 1}{f_w \cdot m} f_x \cdot 100\%$$

## 6. Modyfikowana metoda pomiarowa z zadaniem maksymalnym błędem zliczania

**Cyfrowy pomiar częstotliwości z zadaną dopuszczalną wartością maksymalnego błędu zliczania  $\delta_{kw,dop}$**

Najpierw należy wyznaczyć metodę (bezpośrednią lub pośrednią) pomiaru częstotliwości.

Podstawą do wyznaczania metody jest minimalna liczba zliczanych impulsów :

$$N_{x,min} = \frac{100\%}{\delta_{kw,dop}}$$

Wtedy dla wykonania tego warunku w **metodzie bezpośredniej** czas pomiaru (zliczania okresów sygnału mierzonego) wyznaczany jest z zależności

$$N_{x,min} = f_x \cdot T_{pom}, \quad \text{tj. jest równy } T_{pom} = \frac{N_{x,min}}{f_x}$$

Tj. jest zależny od częstotliwości mierzonej, inaczej, w tym przypadku czas pomiaru a priori nie może być zadany.

## 6. Modyfikowana metoda pomiarowa z zadaniem maksymalnym błędem zliczania

Cyfrowy pomiar częstotliwości zadaną dopuszczalną wartością błędem zliczania  $\delta_{kw,dop}$ .

Dla wykonania tego warunku w **metodzie pośredniej** liczba mierzonych okresów  $T_x$  powinna być nie mniejszą od wartości :

$$m \geq \frac{100\%}{T_x \cdot f_w \cdot \delta_{kw,dop}} = \frac{N_{x,min}}{T_x \cdot f_w}$$

Przy czasie pomiaru

$$T_{pom,postr} = m \cdot T_x = \frac{N_{x,min}}{f_w}$$

Otóż, jeśli częstotliwość wzorcowa jest większa od częstotliwości mierzonej ( $f_w > f_x$ ), to należy stosować metodę pośrednią, ponieważ ona zapewni krótszy czas pomiaru.

## 6. Modyfikowana metoda pomiarowa z zadaniem maksymalnym błędem zliczania

Cyfrowy pomiar częstotliwości zadaną dopuszczalną wartością błędem zliczania  $\delta_{kw,dop}$ .

Przy takim założeniu, podczas pomiaru częstotliwości należy:

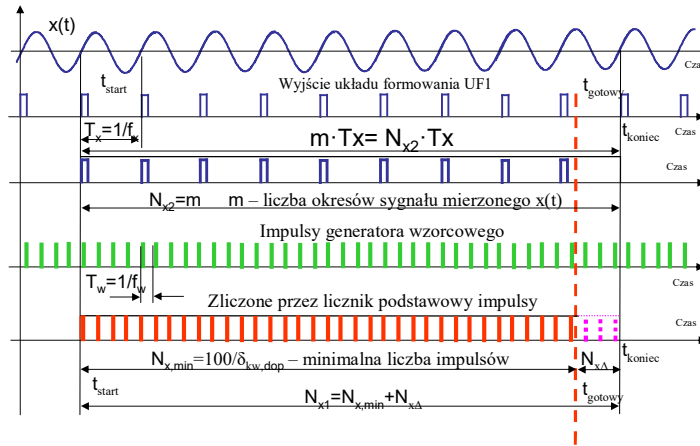
- ciągle porównywać liczbę  $N_x$  zliczonych (w podstawowym liczniku L1) impulsów o wzorcowej częstotliwości  $f_w$  z wartością minimalnie dopuszczalnej liczby impulsów  $N_{x,min}$  i
- zliczanie liczbę  $m$  (w dodatkowym liczniku L2) mierzonych okresów  $T_x$
- przy osiągnięciu w liczniku liczby impulsów  $N_{x,min}$  dodatkowo zliczyć liczbę  $N_{x,\Delta}$  w interwale czasu do zakończenia kolejnego okresu sygnału.

To jest w mierniku należy wykorzystać dwa liczniki:

- jeden (podstawowy L1) - do zliczania liczby okresów ( $T_w$ ) sygnału wzorcowego,
- drugi (dodatkowy L2) - do zliczania liczby okresów ( $T_x$ ) sygnału mierzonego.

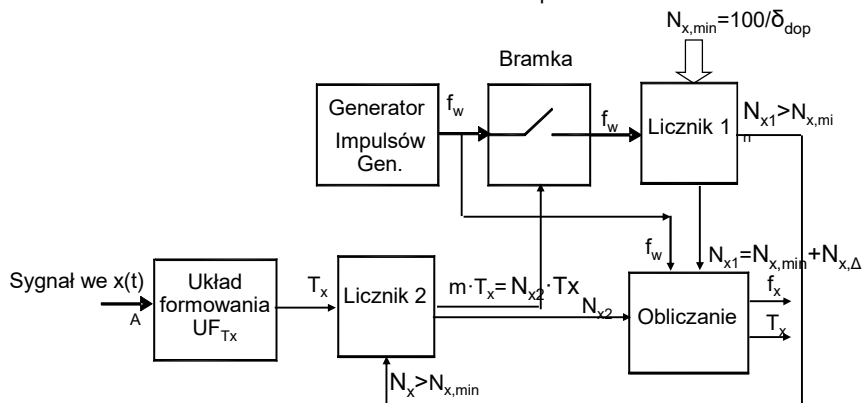
## 6. Modyfikowana metoda pomiarowa z zadaniem maksymalnym błędem zliczania

Cyfrowy pomiar częstotliwości z zadaną dopuszczalną wartością błędu zliczania  $\delta_{kw, dop}$



## 6. Modyfikowana metoda pomiarowa z zadaniem maksymalnym błędem zliczania

Uproszczony schemat blokowy układu pomiaru częstotliwości (okresu) przy zadanej dopuszczalnej wartości błędu zliczania  $\delta_{kw, dop}$



## 6. Modyfikowana metoda pomiarowa z zadaniem maksymalnym błędem zliczania

Cyfrowy pomiar częstotliwości z zadaną dopuszczalną wartością błędu zliczania  $\delta_{kw,dop}$ .  
Z warunku równości interwałów czasowych

$$t_{koniec} - t_{start} = m \cdot T_x = \frac{N_{x2}}{f_x} = (N_{x,min} + N_{x\Delta}) \cdot T_w = \frac{N_{x,min} + N_{x\Delta}}{f_w}$$

Wartości częstotliwości mierzonej i okresu równe

czas pomiaru jest równy  $f_x = \frac{N_{x2}}{N_{x,min} + N_{x\Delta}} f_w$ ;  $T_x = \frac{1}{f_x} = \frac{N_{x,min} + N_{x\Delta}}{N_{x2} \cdot f_w}$

$$T_{pom} \leq N_{x,min} T_w + T_x = \frac{N_{x,min}}{f_w} + \frac{1}{f_x} = \frac{100\%}{f_w \delta_{kw,dop}} + \frac{1}{f_x}$$

Zależy od dopuszczalnego błędu zliczania i częściowo od mierzonej częstotliwości.

Metoda ta jest bardzo przydatna do realizacji w wirtualnym mierniku bazującym na karcie pomiarowej z dwoma licznikami.

## 6. Modyfikowana metoda pomiarowa z zadaniem maksymalnym błędem zliczania

Cyfrowy pomiar częstotliwości z zadaną dopuszczalną wartością błędu zliczania  $\delta_{kw,dop}$ .

**Przykład**

Mierzono częstotliwość z dopuszczalną wartością błędu zliczania  $\delta_{kw,dop} = 0,005\%$ .

Częstotliwość generatora wzorcowego jest równa  $f_w = 100$  kHz.

Licznik podstawowy po zliczeniu minimalnej liczby impulsów  $N_{x,min}$  w interwale czasu  $t_{gotowy}$  i  $t_{koniec}$  dodatkowo zliczył  $N_{x\Delta} = 481$  impulsów.

Dodatkowy licznik L2 obliczył  $N_{x2} = 41$  okresów  $T_x$  sygnału mierzonego

Wyznaczyć wartość częstotliwości sygnału mierzonego.

**Rozwiązanie:**

Dla dopuszczalnej wartości błędu zliczania  $\delta_{kw,dop} = 0,005\%$  minimalna liczba zliczonych impulsów jest równa

$$N_{x,min} \geq \frac{100\%}{0,005\%} = 20\ 000$$

## 6. Modyfikowana metoda pomiarowa z zadaniem maksymalnym błędem zliczania

Cyfrowy pomiar częstotliwości zadaną dopuszczalną wartością niepewnością zliczania  $\delta_{kw,dop}$

**Rozwiązanie:**

Przy zadanych wartościach  $f_w=100$  kHz,  $N_{x\Delta}=481$ ,  $m=41$  wynik pomiaru częstotliwości oraz okresu

$$f_x = \frac{N_{x2}}{N_{x,min} + N_{x\Delta}} f_w = \frac{41}{20000 + 481} 10^5 \text{ Hz} \approx 200,186 \text{ Hz};$$
$$T_x = \frac{1}{f_x} = \frac{1}{200,186 \text{ Hz}} \approx 4,99535 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 4,99535 \text{ ms}$$

Czas (trwałość) pomiaru jest równa

$$T_{pom} = \frac{N_{x,min} + N_{x\Delta}}{f_w} = \frac{N_{x2}}{f_x} = \frac{41}{200,186 \text{ Hz}} \approx 0,205 \text{ s}$$

## 6. Modyfikowana metoda pomiarowa z zadaniem maksymalnym błędem zliczania

Cyfrowy pomiar częstotliwości zadaną dopuszczalną wartością niepewnością zliczania  $\delta_{kw,dop}$

**Rozwiązanie:**

Dla dopuszczalnej wartości błędu zliczania  $\delta_{kw,dop}=0,005\%$  minimalna liczba zliczanych impulsów jest równa

$$N_{x,min} \geq \frac{100\%}{0,005\%} = 20\,000$$

Przy zadanych wartościach  $f_w=100$  kHz,  $N_{x\Delta}=481$ ,  $m=41$  wynik pomiaru częstotliwości

$$f_x = \frac{N_{x2}}{N_{x,min} + N_{x\Delta}} f_w = \frac{41}{20000 + 481} 10^5 \text{ Hz} \approx 200,186 \text{ Hz}$$

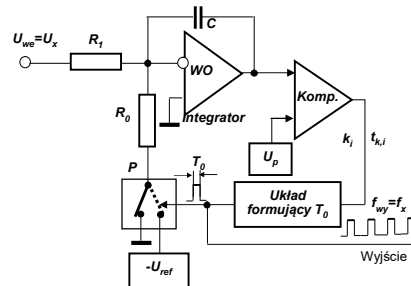
## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Ta metoda może być zastosowana do pomiaru częstotliwości w ograniczonym interwale czasowym lub kiedy trwałość samego sygnału jest ograniczona, na przykład w przypadku stosunkowo krótkich radio-impulsów.

Oprócz tego, metoda ta jest bardzo przydatna do pomiaru częstotliwości na wyjściu przetwornika U/f (napięcie/częstotliwość), jeśli podczas przetwarzania U/f napięcie wejściowe zawierało składowe zakłócające, na przykład sieciowe lub inne składowe harmoniczne w szerokim paśmie częstotliwości.

## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Uproszczony schemat układu przetwornika z integracyjnym przetwarzaniem U/f



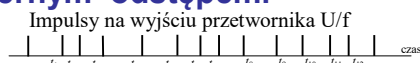
**Funkcja przetwarzania integracyjnego przetwornika U/f**

$$f_x = \frac{R_0}{U_{ref} \cdot R_1 \cdot T_0} \overline{U_x} = k_{U/f} \cdot \overline{U_x} \quad k_{U/f} = \frac{f_x}{U_x} = \frac{R_0}{U_{ref} \cdot R_1 \cdot T_0} \quad \overline{U_x} = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} u_x(t) dt$$

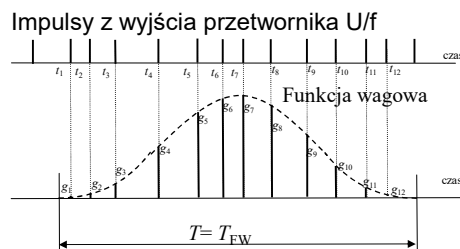
jest wartością średnią napięcia wejściowego w czasie jednego okresu sygnału wyjściowego:  $T_{xi} = t_{i+1} - t_i$ .

## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

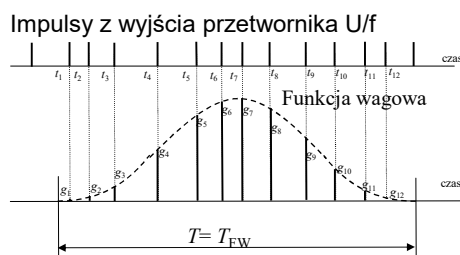
Jeśli napięcie wejściowe jest zakłócone wtedy częstotliwość wyjściowa będzie modulowana tym zakłóceniem. Tj. impulsy wyjściowe też będą modulowane, z nierównomiernym odstępem.



Istota metody wagowej polega na tym, że impulsy sformowane z sygnału wejściowego nie są zliczane bezpośrednio licznikiem, a wykorzystywane są jako momenty próbkowania funkcji wagowej z następnym sumowaniem wartości tej funkcji w sumatorze.



## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości



Wynik pomiaru częstotliwości jest proporcjonalny do sumy próbek funkcji wagowej  $g_i$

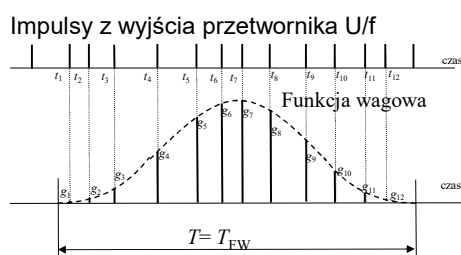
$$f_x = C_{FW} \cdot \sum_{i=1}^N g_i$$

Gdzie  $N$  jest liczbą próbek funkcji wagowej w czasie jej trwania



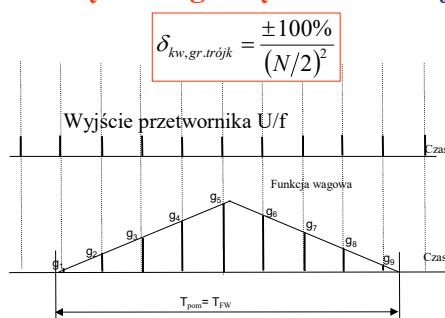
## 6. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Ponieważ na krańcach funkcja wagowa ma mniejsze wartości w porównaniu z wartościami po środku, wpływ efektu kwantowania podczas pomiaru częstotliwości zmniejsza się. Przy tym stopień zmniejszenia zależy od kształtu funkcji wagowej.



## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Przy zastosowaniu trójkątnej funkcji wagowej wartość teoretyczna maksymalnego błędu zliczania jest równa



A w zwykłej metodzie

$$\delta_{kw,gr.zw} = \frac{\pm 100\%}{N}$$

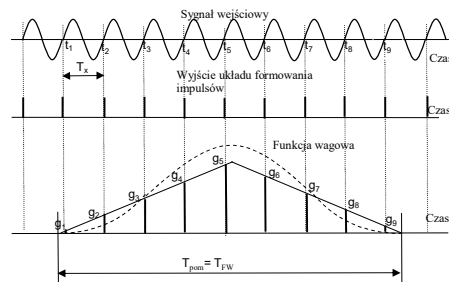
## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Na przykład przy  $N=100$  okresach sygnału w czasie pomiaru w zwykłej metodzie **wartość teoretyczna maksymalnego błędu zliczania**

$$\delta_{kw,gr.zw} = \frac{\pm 100\%}{N} = \frac{\pm 100\%}{100} = \pm 1\%$$

A przy zastosowaniu trójkątnej funkcji wagowej 25 razy mniej:

$$\delta_{kw,gr.trójk} = \frac{\pm 100\%}{(N/2)^2} = \frac{\pm 100\%}{(100/2)^2} = \pm 0,04\%$$



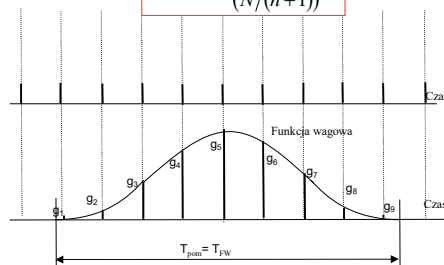
## 6. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Przy zastosowaniu **parabolicznej funkcji wagowej (rzędu 2)** **wartość teoretyczna maksymalnego błędu zliczania jest równa**

$$\delta_{kw,gr.parab} = \frac{\pm 100\%}{(N/3)^3}, \text{ przy } N = 100 \delta_{kw,gr.parab} = \pm 0,0027\%$$

A w przypadku **funkcji wagowej rzędu n** **wartość teoretyczna maksymalnego błędu zliczania jest równa**

$$\delta_{kw,gr.nap.} = \frac{\pm 100\%}{(N/(n+1))^{n+1}}$$



## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

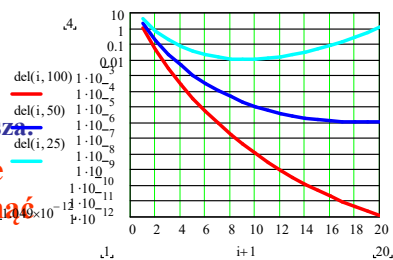
Z ostatniego wzoru widać, że przy **zwiększenie** rzędu  $n$  **funkcji wagowej** i stałej wartości  $N$  **wartość teoretyczna maksymalnego błędu zliczania zmniejsza się**, jednak **zmniejszenie jest ograniczone** i dalej wartość błędu zliczania **zwiększa się**.

$$\delta_{\text{os. sp. nap.}} = \frac{\pm 100\%}{(N/(n+1))^{n+1}}$$

Przy małych wartościach liczby próbek  $N$  funkcji wagowej minimalna wartość maksymalnego błędu zliczania jest co raz **większa**.

Na przykład przy  $N=25$  teoretycznie wartość błędu zliczania nie może osiągnąć **mniej niż 0,01%** (nawet gdy rząd  $n=8$ ),

Przy  $N=10$  teoretycznie wartość błędu zliczania nie może osiągnąć **mniej niż 2,56%** (rząd  $n=3$ )



## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Dla tłumienia obecnych razem z napięciem korzystnym podczas przetwarzania zakłóceń z jednoczesnym zapewnieniem małej wartości maksymalnego błędu zliczania należy wykorzystać **inne funkcje wagowe** (okna) o innych parametrach, mianowicie, zapewniające zadany poziom tłumienia składowych przemiennych w szerokim paśmie częstotliwości.

Przydatnymi oknami (funkcjami wagowymi) są trygonometryczne okna **Blackman'a**, **Blackman'a-Harris'a** oraz **inne**, na przykład **Dolph-Chebysheva**.

## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Trwałość funkcji wagowej zależy nie tylko od zapewnienia zadanego poziomu błędu zliczania, ale też od okresu zakłócenia w sygnale wejściowym.

Przykładowo, przy zastosowaniu okna Hamminga trwałość uśredniania ma być nie mniej niż 2 okresy zakłócenia. Dla zakłócenia 50 Hz trwałość ma wynosić nie mniej 40ms.

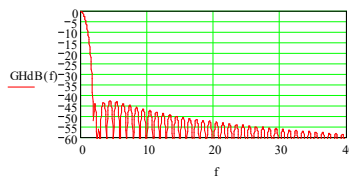
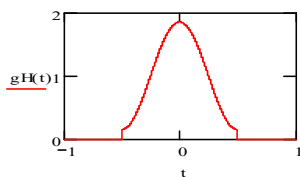
Przy zastosowaniu okna Blackmana trwałość uśredniania ma być nie mniej jak 3 okresy zakłócenia. Dla zakłócenia 50 Hz trwałość ma wynosić nie mniej 60ms.

A Przy zastosowaniu okna Blackmana- Harrisa trwałość uśredniania ma być nie mniej jak 4 okresy zakłócenia. Dla zakłócenia 50 Hz trwałość ma wynosić nie mniej 80ms.

## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Funkcja (okno) Hamminga jest jedną z najprostszych, unormowana względem powierzchni opisywana jest wzorem:

$$g_H(t) = \frac{1}{T} \begin{cases} 1 + \frac{0.46}{0.54} \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right), & 0 \leq \frac{t}{T} \leq \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{inaczej} \end{cases}$$



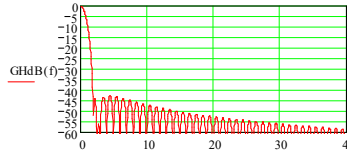
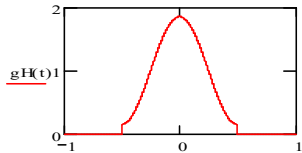
Ta funkcja zapewnia tłumienie składowych harmoniczných na poziomie ponad **42 dB**. W wielu przypadkach takie tłumienie może być wystarczającym.

Szerokość głównego listka charakterystyki widmowej  $\nu_0=2$ , tj. dla tłumienia składowych harmoniczných począwszy od dolnej częstotliwości  $f_d$  pasma tłumienia potrzebnie minimalnie **2 okresy zakłócenia**.

## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Funkcja (okno) Hamminga jest jedną z najprostszych, unormowana względem powierzchni opisywana jest wzorem:

$$g_H(t) = \frac{1}{T} \begin{cases} 1 + \frac{0.46}{0.54} \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right), & 0 \leq \frac{|t|}{T} \leq \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{inaczej} \end{cases}$$



Przy zastosowaniu tej funkcji względny błąd próbkowania zmniejsza się liniowo do  $N_x$ :

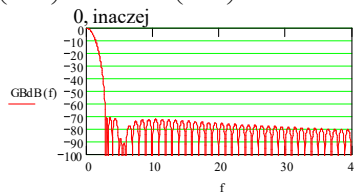
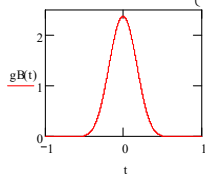
$$\delta_{2,s,H} = \frac{1}{N_x} \left( 1 - \frac{0.46}{0.54} \frac{\sin(2\pi/N_x)}{2\pi/N_x} \right) \approx \frac{0.15}{N_x} = \frac{15\%}{N_x}$$

Tj. wartość błędu spowodowanego próbkowaniem funkcja Hamminga nie jest wystarczająca do realizacji uśredniania wagowego impulsów modulowanych częstotliwościowo.

## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Unormowaną względnie powierzchni funkcja wagowa Blackmana opisywana jest zależnością:

$$g_B(t) = \frac{1}{T} \begin{cases} 1 + 1.1756 \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right) + 0.18772 \cos\left(4\pi \frac{t}{T}\right), & 0 \leq \frac{|t|}{T} \leq \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{inaczej} \end{cases}$$

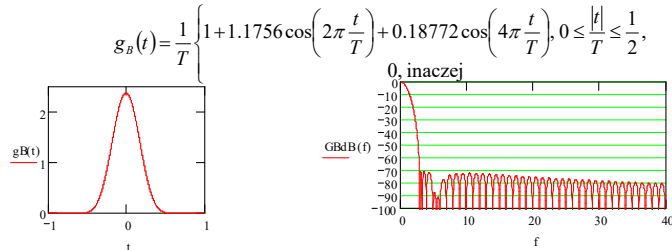


Ta funkcja zapewnia tłumienie składowych harmonicznnych na poziomie ponad **70 dB**.

Szerokość głównego listka charakterystyki widmowej  $\nu_0=3$ , tj. dla tłumienia składowych harmonicznnych począwszy od dolnej częstotliwości  $f_d$  pasma tłumienia potrzebne minimalnie **3 okresy zakłócenia**.

## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Unormowaną względnie powierzchni funkcja wagowa Blackmana opisywana jest zależnością:



Przy zastosowaniu tej funkcji względny oraz bezwzględny błąd spowodowany próbkowaniem jest ponad około 13 razy mniejszy w porównaniu z wartością dla funkcji Hamminga oraz około 90 razy mniejszy w porównaniu ze zwykłym zliczaniem impulsów:

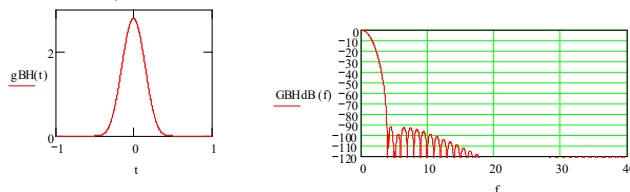
$$\delta_{2,s,B} \approx \frac{1.16\%}{N_x}$$

choć też zmniejsza się liniowo od  $N_x$ .

## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Funkcja wagowa **Blackmana-Harrisa**. Istnieje kilka wariantów takich funkcji. Jedną z nich, cztery składnikowa funkcja opisywana jest unormowaną zależnością:

$$g_{BH}(t) = \frac{1}{T} \begin{cases} 1 + 1.36109 \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right) + 0.39381 \cos\left(4\pi \frac{t}{T}\right) + 0.03256 \cos\left(6\pi \frac{t}{T}\right), & 0 \leq \frac{|t|}{T} \leq \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{inaczej} \end{cases}$$



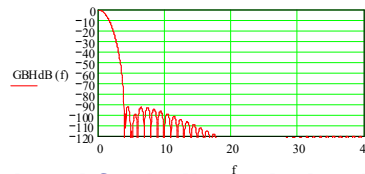
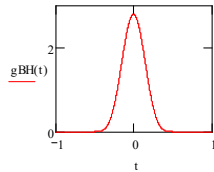
Ta funkcja zapewnia tłumienie składowych harmonicznych na poziomie ponad **90 dB**.

Szerokość głównego listka charakterystyki widmowej  $\nu_0=4$ , tj. dla tłumienia składowych harmonicznych począwszy od dolnej częstotliwości  $f_d$  pasma tłumienia potrzebne minimalnie **4 okresy zakłócenia**.

## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Funkcja wagowa **Blackmana-Harrisa**. Istnieje kilka wariantów takich funkcji. Jedną z nich, cztery składnikowa funkcja opisywana jest unormowaną zależnością:

$$g_{BH}(t) = \frac{1}{T} \begin{cases} 1 + 1.36109 \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right) + 0.39381 \cos\left(4\pi \frac{t}{T}\right) + 0.03256 \cos\left(6\pi \frac{t}{T}\right), & 0 \leq \frac{|t|}{T} \leq \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{inaczej} \end{cases}$$



Przy zastosowaniu tej funkcji względny błąd próbkowania jest istotnie mniejszy niż w poprzednich funkcjach, mianowicie, przy  $N_x > 200$  asymptotyczna wartość błędu

$$\delta_{2,s,BH} \approx \frac{0.017\%}{N_x}$$

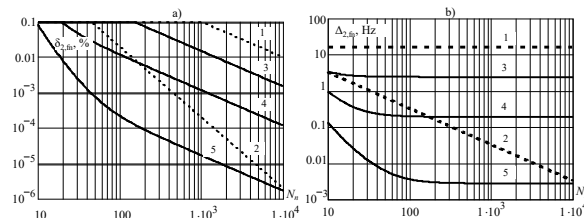
## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Z podanych wyżej danych widać, że funkcja **Blackmana-Harrisa** zapewnia duże (**90 dB**) tłumienie zakłóceń oraz bardzo małą wartość błędu próbkowania. Jednak trwałość uśredniania jest stosunkowo duża – **4 okresy harmonicznej z najniższą częstotliwością**.

Unormowane do zakresu  $f_n$  informacyjnej składowej częstotliwości błędy dla liczby impulsów  $N_n$ :

a) względne, b) bezwzględne.

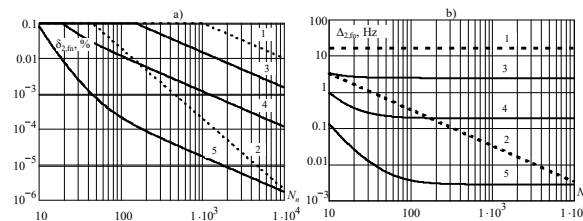
Funkcje wagowe: 1 – równomierna, 2 – trójkątna, 3 – Hamminga, 4 – Blackmana, 5 – Blackmana-Harrisa.



## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Jak widać z tych rysunków, przy liczebności  $N_n > 100$  poziom błędu związanego z próbkowaniem funkcji wagowej **0.01%** może być osiągnięty przy zastosowaniu funkcji wagowych **Blackmana i Blackmana Harrisa** a także **trójkątnej**.

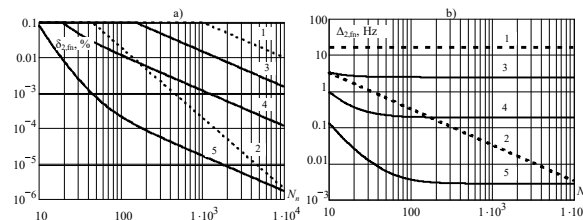
Jednak ostatnia nie zapewnia wystarczającego poziomu tłumienia zakłóceń harmoniczných w szerokim zakresie częstotliwości – poziom bocznego listka charakterystyki widmowej jest około 27 dB.



## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Przy zastosowaniu funkcji wagowej **Blackmana**, dla której czas uśredniania wagowego równa się 3 okresom harmoniczných z najniższą częstotliwością ( $T=3/f_d$ ), przy stosunkowo dobrym tłumieniu (**70 dB**) zakłóceń, jeśli dobrać  $N_x \geq 1000$  przy minimalnej wartości sygnału informacyjnego ( $U_x=U_n$ ) wartość błędu próbkowania wynosi  $\leq 0.0012\%$ . Nawet przy  $N_x \geq 100$  wartość błędu próbkowania wynosi  $\leq 0.012\%$ .

**Stąd można polecać zastosowanie funkcji Blackmana do pomiaru częstotliwości metodą uśredniania wagowego.**





### 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Przykładowo, jeśli częstotliwość na wyjściu przetwornika U/f jest w zakresie **10 kHz**, wtedy dla zapewnienia maksymalnego błędu zliczania do około **0.01%** czas zwykłego pomiaru ma być równy około **1 s**.

Ponieważ na wyjściu przetwornika U/f może być modulowany zakłóceniem, na przykład sieciowym o częstotliwości **50Hz**, dlatego metoda pomiaru z zadaniem błędem zliczania może powodować niepoprawny wynik.

### 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Natomiast przy zastosowaniu funkcji wagowej **Blackmana**, dla której czas uśredniania wagowego równa się 3 okresom harmonicznym z najniższą częstotliwością, tj.  $T=3/f_z=60\text{ms}$  (około **17 razy krótszy**),

przy  $N_x=T \cdot f_x = 0.06 \cdot 10000 = 600$  impulsów zapewni wartość błędu próbkowania mniej niż **0.001%**, przy dobrym tłumieniu (**70 dB**) zakłóceń, amplituda których jest porównywalna z wartością sygnału informacyjnego.

## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

### Problemy:

W wyniku tego, że momenty czasowe formowania cyfrowej funkcji wagowej skwantowane okresem sygnału zegarowego  $T_w$ , faktyczna skuteczność zmniejszenia maksymalnego błędu zliczania podczas pomiaru częstotliwości metodą funkcji wagowej jest ograniczona, często zdecydowanie mniejsza od teoretycznej.

Spowodowano to jest tym, że przy **zmienności momentu formowania z sygnału wejściowego impulsu w przydziale okresu sygnału zegarowego  $T_w$  pobiera się ta sama wartość próbki funkcji wagowej.**

To jest zmienność okresu sygnału wejściowego o wartość okresu sygnału zegarowego  $T_w$  nie zmienia wartości danej próbki funkcji wagowej.

## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

### Problemy:

W sytuacji granicznej, jeśli w czasie trwania funkcji wagowej  $T_{FW}$  okres sygnału wejściowego zmieni się o wartość okresu sygnału zegarowego  $T_w$ , wtedy wartości wszystkich próbek funkcji wagowej nie będą zmienione, to jest wynik pomiaru częstotliwości się nie zmieni.

**W tym przypadku względna zmiana częstotliwości**

$$\delta_f = \frac{T_w}{T_{FW}} \cdot 100\% = \frac{100\%}{f_w \cdot T_{FW}}$$

jest wartością ograniczającą czułość metody wagowej

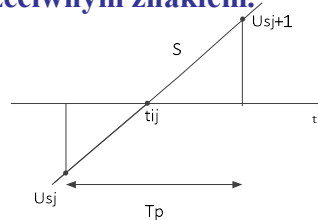
W metodzie pośredniej (przez pomiar okresu) wartość błędu zliczania ma praktycznie tą samą wartość

$$\delta_{f, \text{posr}} = \frac{100\%}{f_w \cdot m \cdot T_x} \approx \frac{100\%}{f_w \cdot T_{\text{pom}}}$$

## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Przy zastosowaniu wejść analogowych karty pomiarowej skuteczność metody wagowej można zwiększyć przez wykorzystanie interpolacji momentów formowania impulsów z sygnału wejściowego, które są następnie wykorzystywane do interpolacji funkcji wagowej w przedziale okresu próbkowania  $T_p$ .

Moment czasowy do wyznaczania wartości funkcji wagowej wyznaczany jest na drodze interpolacji dwóch wartości próbek sygnałów z przeciwnym znakiem.



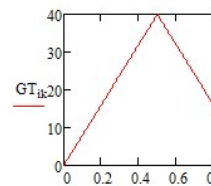
$$t_{ij} = T_p \cdot \left( j - \frac{U_{sj}}{U_{sj+1} - U_{sj}} \right)$$

Punkt przecięcia z osią  $0t$  metodą interpolacyjną ( $T_p = T_w$ ) gdzie  $j$  jest numerem próbki sygnału.

## 7. Metoda wagowa pomiaru częstotliwości

Przykładowo, wartości trójkątnej funkcji wagowej wyznaczane są wg wzoru ( $C_T$ -stała)

$$g_T(t) = C_T \begin{cases} 2 \cdot \frac{t}{T_{FW}}, & 0 \leq \frac{t}{T_{FW}} \leq \frac{1}{2}, \\ 2 \cdot \left( 1 - \frac{t}{T_{FW}} \right), & \frac{1}{2} \leq \frac{t}{T_{FW}} \leq 1. \end{cases}$$



Dlatego interpolowane wartości próbek trójkątnej funkcji wagowej są obliczane wg wzoru

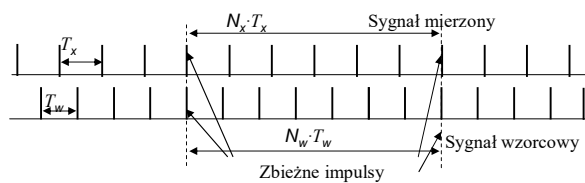
$$g_T(t_{ij}) = 2 \cdot C_T \begin{cases} \frac{1}{M} \left( j - \frac{U_{sj}}{U_{sj+1} - U_{sj}} \right), & 0 \leq j - \frac{U_{sj}}{U_{sj+1} - U_{sj}} \leq \frac{M}{2} \\ 1 - \frac{1}{M} \left( j - \frac{U_{sj}}{U_{sj+1} - U_{sj}} \right), & \frac{M}{2} \leq j - \frac{U_{sj}}{U_{sj+1} - U_{sj}} \leq M \end{cases}$$

Gdzie  $M = T_{FW} / T_w$  – jest liczbą okresów próbkowania (okresów sygnału wzorcowego) w trwałości funkcji wagowej.

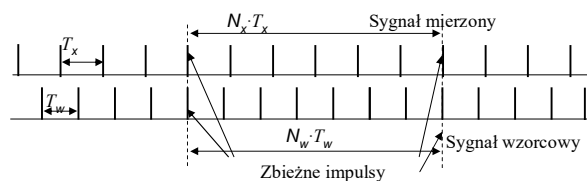
## 8. Metoda koincydencji

Ta metoda może zapewnić bardzo dużą dokładność pomiaru częstotliwości, ponieważ efekt zliczania impulsów teoretycznie nie okazuje wpływu a praktycznie jego wpływ jest zmniejszony do poziomu czułości komparatorów.

Zasada pomiaru polega na detekcji dwóch kolejnych zdarzeń przy których impulsy sygnału mierzonego i wzorcowego są zbieżne.



## 8. Metoda koincydencji



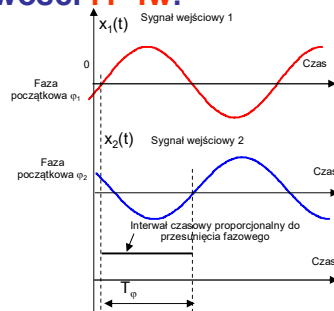
Wynik pomiaru obliczany jest wg wzoru:

$$f_x = \frac{N_x}{N_w} f_w$$

Wadą tej metody jest brak oceny a priori trwałości pomiaru częstotliwości.

## 9. Cyfrowy pomiar przesunięcia fazowego pomiędzy dwoma sygnałami okresowymi

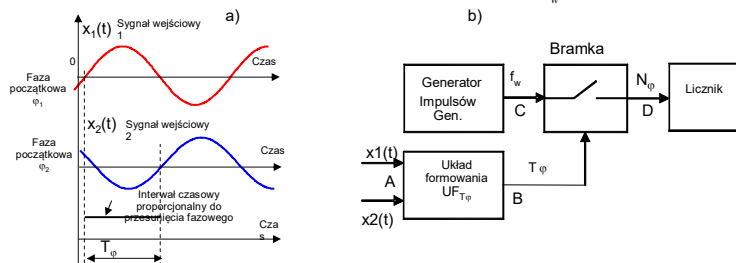
Cyfrowy pomiar przesunięcia fazowego pomiędzy dwoma sygnałami  $X_1(t)$  oraz  $X_2(t)$  o tej samej częstotliwości  $f$  polega na wstępnym przetwarzaniu przesunięcia fazowego w impuls otwierający bramkę  $T_\varphi = T_2$  z następnym zliczaniem (przez licznik) impulsów o wzorcowej (precyzyjnie znanej) częstotliwości  $f_1 = f_w$ .



## 7. Cyfrowy pomiar przesunięcia fazowego pomiędzy dwoma sygnałami okresowymi

W tym celu, wykorzystują się wejściowy układ formowania (UFT $_\varphi$ ) z dwoma wejściami, sterowanymi przez sygnały  $X_1$  oraz  $X_2$ : pierwszy – początek impulsu (start), a drugi – koniec impulsu (stop), oraz generator impulsów częstotliwości wzorcowej  $f_w$ .

Liczba zliczanych impulsów: 
$$N_\varphi = \frac{T_\varphi}{T_w} = T_\varphi f_w$$



## 9. Cyfrowy pomiar przesunięcia fazowego pomiędzy dwoma sygnałami okresowymi

Ponieważ przesunięcie fazowe (w stopniach lub radianach) zależy od okresu sygnałów  $T$  dlatego wynik przetwarzania jest obliczany jako:

$$\varphi_x = 360 \frac{T_\varphi}{T} \quad \text{lub} \quad \varphi_x = 2\pi \frac{T_\varphi}{T}$$

Otóż dla pomiaru wartości przesunięcia fazowego należy mierzyć wartość okresu  $T$  sygnałów:

$$N_T = \frac{T}{T_w} = T \cdot f_w$$

Wtedy wynik pomiaru fazy jest opisywany wzorami:

$$\varphi_x = 360 \frac{T_\varphi}{T} = 360 \frac{T_\varphi f_w}{T \cdot f_w} = 360 \frac{N_\varphi}{N_T} \quad \varphi_x = 2\pi \frac{T_\varphi}{T} = 2\pi \frac{T_\varphi f_w}{T \cdot f_w} = 2\pi \frac{N_\varphi}{N_T}$$

W celu uzyskania wyniku proporcjonalnego  $\varphi$  bez realizacji operacji dzielenia podczas pomiaru częstotliwość wzorcową można sformować z uwzględnieniem współczynnika 360 stopni lub  $2\pi$  radian przez wykorzystanie odpowiedniego dzielnika częstotliwości na wyjściu generatora impulsów.

## 9. Cyfrowy pomiar przesunięcia fazowego pomiędzy dwoma sygnałami okresowymi

Jeśli wymagana jest rozdzielczość pomiaru przesunięcia fazowego  $\Delta\varphi$  na przykład w minutach  $\Delta\varphi = 1'$ , a maksymalna wartość przesunięcia fazowego jest równa  $\varphi_{\max}$ , na przykład  $180^\circ$ , wtedy w części okresu  $\varphi_{\max}/360^\circ$  (w tym przypadku  $180/360=1/2$  okresu) należy zliczyć

$$N_{\max} = \frac{\varphi_{\max}}{\Delta\varphi} = \frac{180}{1/60} = 180 \cdot 60 = 10800$$

Impulsów

Przy częstotliwości sygnału  $f$  (na przykład  $50\text{Hz}$ ) częstotliwość impulsów wzorcowych ma być równa:

$$N_T = \frac{T}{T_w} = T \cdot f_w = N_{\max} 2f = 10800 \cdot 2 \cdot 50 \text{ Hz} = 1.08 \text{ MHz}$$

Jeśli wymagana jest rozdzielczość pomiaru przesunięcia fazowego  $\Delta\varphi$  w ułamkach radiana na przykład  $\Delta\varphi = 0.001$ , a maksymalna wartość przesunięcia fazowego jest równa  $\varphi_{\max}$ , na przykład  $\pi/2$ , wtedy w części okresu  $\varphi_{\max}/2\pi$  (w tym przypadku  $\pi/2 / 2\pi = 1/4$  okresu) należy zliczyć

$$N_{\max} = \frac{\pi}{4 \cdot 0.001} \approx 785$$

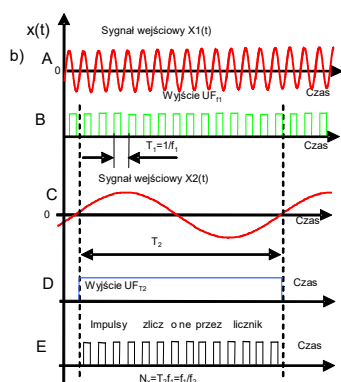
Impulsów

Przy częstotliwości sygnału  $f$  (na przykład  $1 \text{ kHz}$ ) częstotliwość

$$f_w = N_{\max} \cdot 4 \cdot f = 785 \cdot 4 \cdot 1 \text{ kHz} \approx 3.14 \text{ MHz}$$

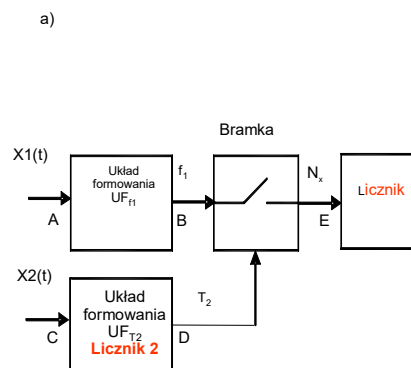
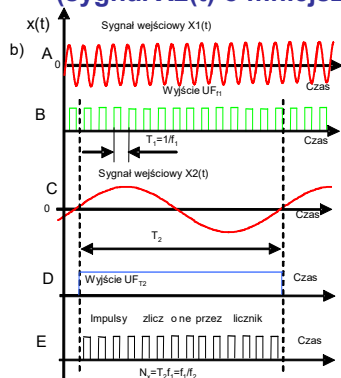
## 10. Cyfrowy pomiar stosunku częstotliwości sygnałów

Zasada pomiaru polega na zliczaniu impulsów, odpowiadających sygnałowi  $X_1(t)$  o większej częstotliwości  $f_1$ , w czasie trwania **jednego lub kilku okresów  $T_2$**  sygnału  $X_2(t)$  o mniejszej częstotliwości.



## 10. Cyfrowy pomiar) stosunku częstotliwości sygnałów

W tym celu w każdym kanale są wykorzystywane odpowiednie układy formowania impulsów:  $UF_{f1}$  – dla formowania zliczanych impulsów (sygnał  $X_1(t)$  o mniejszej częstotliwości  $f_1$ ) oraz  $UF_{T2}$  dla formowania sygnału otwierającego bramkę (sygnał  $X_2(t)$  o mniejszej częstotliwości większym okresie  $T_2$ )

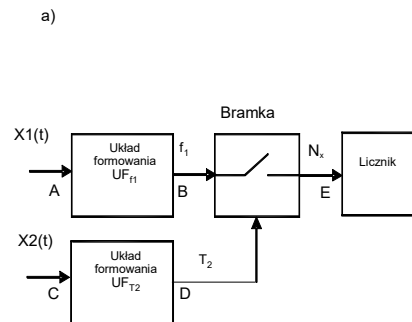
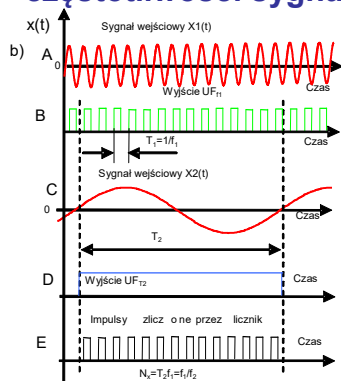


## 10. Cyfrowy pomiar stosunku częstotliwości sygnałów

Liczba zliczonych impulsów – funkcja przetwarzania - wynosi:

$$N_x = \frac{T_2}{T_1} = \frac{f_1}{f_2}$$

i ona jest proporcjonalną do wartości stosunku częstotliwości sygnałów.



## 10. Cyfrowy pomiar stosunku częstotliwości sygnałów

Dla zapewnienia odpowiedniej rozdzielczości pomiaru stosunku częstotliwości – maksymalnego błędu zliczania, **na przykład 0.1%**, liczba zliczonych impulsów musi być nie mniejsza niż **Nmin**:

$$N_{imp} = 100\% / \delta_{zl.gr} = 100\% / 0.1\% = 1000$$

Jeśli stosunek częstotliwości dwóch sygnałów jest około  **$k_f = f_1/f_2$**  (na przykład  $\approx 10$ ) przy częstotliwości  **$f_2$**  (na przykład  $\approx 50$  Hz) Wtedy czas pomiaru stosunku wynosi:

$$T_{pom} = N_{imp} \cdot \frac{1}{f_1} = N_{imp} \cdot \frac{1}{f_2 \cdot k_f} = 1000 / (50 \text{ Hz} \cdot 2) = 2 \text{ s}$$



## 10. Przetwarzanie analogowo-cyfrowe (cyfrowy pomiar) stosunku częstotliwości sygnałów

Liczba zliczonych impulsów  $N = \frac{T_2}{T_1} = \frac{f_1}{f_2}$  - funkcja przetwarzania - wynosi:

i ona jest proporcjonalną do wartości stosunku częstotliwości sygnałów.

### Podsumowanie

Wykorzystanie kart pomiarowych oraz układów mikroprocesorowych, wyposażonych w wejścia impulsowe (licznikowe), zapewnia szerokie możliwości realizacji wirtualnych mierników do pomiaru częstotliwości z zadanymi parametrami.

Mianowicie:

- Z zadanym czasem pomiaru częstotliwości,
- Z zadanym maksymalnym względnym błędem zliczania,
- Z zapewnieniem zadanego poziomu tłumienia składowych zakłócających, obecnych podczas przetwarzania U/f.