

**LABORATORIUM**  
**METODY SZTUCZNEJ INTELIGENCJI**

**Laboratorium nr 11\_2F**

Temat: **Podjęcie decyzji w otoczeniu rozmytym**

Celem laboratorium jest zapoznanie się z podstawowymi metodami podejmowania decyzji w otoczeniu rozmytym.

## 1. Przykład operacji na zbiorach rozmytych

**Jako przykład operacji matematycznych na zbiorach rozmytych** przeanalizujemy podejmowanie decyzji w otoczeniu rozmytym. Załóżmy, że przez otoczenie rozmyte rozumiemy

- cel rozmyty (cele rozmyte)
- ograniczenia rozmyte
- decyzję rozmytą

Rozważmy pewien zbiór opcji  $X_{op} = \{x\}$ . Cel rozmyty definiuje się jako zbiór rozmyty  $J$  określony w zbiorze opcji  $X_{op}$ . Zbiór rozmyty  $J$  opisany jest funkcją przynależności  $\mu_J : X_{op} \rightarrow [0,1]$ . Funkcja  $\mu_J(x) \in [0,1]$  dla konkretnego  $x$  określa stopień przynależności opcji  $x$  do zbioru rozmytego  $J$  (celu rozmytego).

Ograniczenie rozmyte definiuje się jako zbiór rozmyty  $C$  również określony w zbiorze opcji  $X_{op}$ . Funkcja  $\mu_C(x) \in [0,1]$  dla konkretnego  $x$  określa stopień przynależności opcji  $x$  do zbioru rozmytego  $C$  (ograniczenie rozmyte).

**Rozważmy zadanie wyznaczenia decyzji jednocześnie osiągającej cel rozmyty  $J$  i spełniającej ograniczenie rozmyte  $C$ .**

Decyzja rozmyta  $U$  jest zbiorem rozmytym powstałym w wyniku przecięcia **celu rozmytego i ograniczenia rozmytego**

$$U = J \cap C, \tag{1}$$

przy czym np.

$$\mu_U(x) = \min(\mu_J(x), \mu_C(x)), \tag{2}$$

dla każdego  $x \in X_{op}$ . Na podstawie (2) można stwierdzić, że podejmowanie decyzji w otoczeniu rozmytym to osiągnąć  $J$  i spełnić  $C$ . Załóżmy, że mamy  $n > 1$  celów rozmytych  $J_1, J_2, \dots, J_n$  i  $m > 1$  ograniczeń rozmytych  $C_1, C_2, \dots, C_m$ , a wszystkie są określone jako zbiory rozmyte w zbiorze opcji  $X_{op}$ . Decyzję rozmytą wyznacza się z zależności

$$U = J_1 \cap \dots \cap J_n \cap C_1 \cap \dots \cap C_m, \tag{3}$$

gdzie

$$\mu_U(x) = \min(\mu_{J_1}(x), \dots, \mu_{J_n}(x), \mu_{C_1}(x), \dots, \mu_{C_m}(x)), \tag{4}$$

dla każdego  $x \in X_{op}$ . Decyzją maksymalizującą jest opcja  $\hat{x} \in X_{op}$ , taka że

$$\mu_U(\hat{x}) = \max(\mu_U(x)), \tag{5}$$

dla każdego  $x \in X_{op}$ .

Jeżeli  $X$  jest przestrzenią o skończonej liczbie elementów  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ , to zbiór rozmyty  $A \subseteq X$  zapisujemy jako

$$A = \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \dots + \frac{\mu_A(x_n)}{x_n} = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_A(x_i)}{x_i}. \quad (6)$$

Elementami  $x_i$  mogą być liczby, osoby, przedmioty lub inne pojęcia. Kreska ułamkowa oznacza przyporządkowanie poszczególnym elementom  $x_1, \dots, x_n$  stopni przynależności  $\mu_A(x_1), \dots, \mu_A(x_n)$ , a znak „+” oznacza sumę mnogościową.

Założmy, że Absolwent po złożeniu dokumentów został przyjęty do czterech uczelni, które tworzą zbiór opcji  $X_{op} = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ . Celem Absolwenta jest wybór renomowanej uczelni  $J(x)$ . Jednocześnie przyszły student chciałby, aby były spełnione pewne warunki, które zostały zapisane za pomocą zbiorów rozmytych, a mianowicie:

- uczelnia powinna znajdować się w niezbyt dużej odległości od miejsca zamieszkania,

$$C_1 = \frac{0.8}{x_1} + \frac{0.9}{x_2} + \frac{0.4}{x_3} + \frac{0.5}{x_4},$$

- w uczelni powinien istnieć program wymiany międzynarodowej,

$$C_2 = \frac{0.2}{x_1} + \frac{0.2}{x_2} + \frac{0.9}{x_3} + \frac{0.6}{x_4},$$

- uczelnia powinna posiadać dobre zaplecze techniczne (lab., wyposażenie sal, itp.),

$$C_3 = \frac{0.5}{x_1} + \frac{0.3}{x_2} + \frac{0.6}{x_3} + \frac{0.7}{x_4},$$

- po ukończeniu Absolwent miałby duże możliwości znalezienia pracy,

$$C_4 = \frac{0.6}{x_1} + \frac{0.5}{x_2} + \frac{0.7}{x_3} + \frac{0.7}{x_4}.$$

Na podstawie rankingu uczelni Absolwent utworzył cel rozmyty (uczelnia ze stopniem przynależności 1 to uczelnia zajmująca pierwsze miejsce w rankingu itd.)

$$J = \frac{0.75}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{0.25}{x_3} + \frac{0.5}{x_4}.$$

Na podstawie zależności (3), otrzymujemy następującą decyzję rozmytą

$$U = J \cap C_1 \cap \dots \cap C_4.$$

Wykorzystując zależność (4) otrzymamy decyzję rozmytą typu *MIN*

$$U = \frac{0.2}{x_1} + \frac{0.2}{x_2} + \frac{0.25}{x_3} + \frac{0.5}{x_4}.$$

Decyzją maksymalizującą jest opcja  $\hat{x} \in X_{op} = x_4$ . Największy stopień przynależności wynosi 0.5, a zatem Absolwent wybierze uczelnię oznaczoną  $x_4$ .

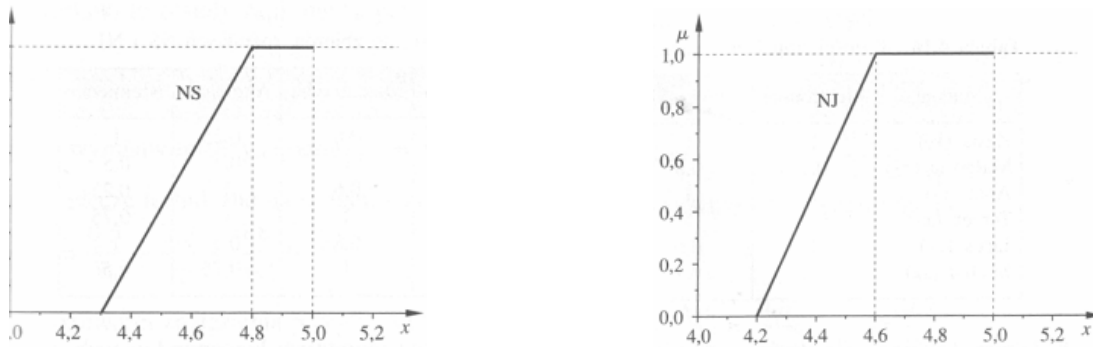
## 2. Zadania do wykonania

Ufundowano nagrodę dla studentów, którzy uzyskali najlepsze wyniki z informatyki, matematyki, fizyki oraz z języków angielskiego i niemieckiego. Słowo *najlepszy* to wartość lingwistyczna, którą opisano oddzielnie dla przedmiotów ścisłych NS i języków NJ dla skali ocen [2,5].

Funkcje przynależności zbiorów rozmytych NS, NJ opisano następująco

$$\mu_{NS}(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 2 \leq x \leq 4.3 \\ \frac{x-4.3}{0.5} & \text{dla } 4.3 \leq x \leq 4.8 \\ 1 & \text{dla } 4.8 \leq x \leq 5 \end{cases} \quad \mu_{NJ}(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 2 \leq x \leq 4.2 \\ \frac{x-4.2}{0.4} & \text{dla } 4.2 \leq x \leq 4.6 \\ 1 & \text{dla } 4.6 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

i pokazano na rys. 1.



Rys.1. Funkcje przynależności NS, NJ

O nagrodę ubiega się sześciu studentów. Zbiór opcji to  $X_{op} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ .

Oceny z poszczególnych przedmiotów podano w tablicy

Uwaga. **Dane w tablicy są dla zespołu 1.** Kolejne zespoły modyfikują każdą z ocen, odejmując wartość **(0.01\* numer zespołu)**.

Student	informatyka	matematyka	fizyka	j. angielski	j. niemiecki	mechanika	j. francuski	robotyka
<b>X1</b>	4.8	5.0	4.7	4.4	4.7	4.4	4.3	4.5
<b>X2</b>	4.4	4.7	4.8	4.5	4.4	4.9	4.6	4.7
<b>X3</b>	4.9	4.9	4.6	4.7	4.4	4.6	3.8	4.3
<b>X4</b>	4.7	4.8	4.9	4.8	4.5	4.8	3.9	4.0
<b>X5</b>	5.0	4.6	4.7	5.0	5.0	4.7	4.8	4.5
<b>X6</b>	4.9	4.4	4.9	4.3	4.2	4.5	4.5	4.6

### Obliczenia przeprowadzić w m-pliku.

- Narysować funkcje przynależności NS, NJ.
- Wyznaczyć stopnie przynależności do zbiorów rozmytych NS, NJ.
- Zdefiniować zbiory rozmyte na podstawie danych z punktu b, wzór (6).
- Wyznaczyć decyzję rozmytą typu *MIN*, wzór (3).
- Wyznaczyć decyzję *MAX* (czyli studenta któremu należy przyznać nagrodę).

### Sprawozdanie powinno zawierać:

- Wstęp teoretyczny

- podstawowe wiadomości na temat układów z logiką rozmytą.
2. Przebieg ćwiczenia
- wykresy funkcji przynależności do zbiorów rozmytych dla poszczególnych ocen z przedmiotów językowych oraz ścisłych,
  - przebieg procesu definicji celu rozmytego, oraz wyznaczania decyzji rozmytej (wartości funkcji przynależności ocen dla poszczególnych studentów - patrz przykład).
3. Wnioski