Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki
Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska

Laboratorium Sterowania Robotów

Laboratorium nr 11_12

Temat: **Cyfrowe sterowanie robotem manipulacyjnym o 2-stopniach swobody (cyfrowa wersja sterowania typu WM + PD)**

Celem tematyki laboratorium jest testowanie metody sterowania cyfrowego **robotem manipulacyjnym o 2-stopniach swobody (cyfrowa wersja sterowania typu WM + PD)**

A. Synteza sterowania cyfrowego PD + WM dla manipulatora o 2 stopniach swobody.

W syntezie sterowania robotów projektuje się prawa sterowania w ciągłej przestrzeni a implementuje się otrzymane rozwiązania na obiektach rzeczywistych w dyskretnej formie.

Gdy implementujemy rozwiązanie w dyskretnej przestrzeni, przyjmujemy mały krok dyskretyzacji a stabilność zwykle ocenia się na podstawie testów symulacyjnych

W celu przejścia z opisu ciągłego do opisu dyskretnego, wróćmy do równania dynamiki robota manipulacyjnego

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{N}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau}\,, \tag{1}$$

gdzie $\boldsymbol{\tau}$ to wektor sterowań, $\mathbf{N}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q})$. Dla uproszczenia pominięto w modelu wpływ zakłóceń. Przyjmijmy, że znamy zadaną trajektorię ruchu $\mathbf{q}_d$ we współrzędnych konfiguracyjnych robota. Wybierzmy sterowanie z uwzględnieniem kompensacji nieliniowości obiektu (linearyzujemy obiekt sterowania) w postaci

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\mathbf{q})(\ddot{\mathbf{q}}_d - \mathbf{u}) + \mathbf{N}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}), \tag{2}$$

Jeżeli wybierzemy w miejsce **u** w równaniu (2) formę **sterowania PD**

$$-\mathbf{u} = \mathbf{K}_P\mathbf{e} + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{e}}, \tag{3}$$

to otrzymamy sterowanie, będące momentami napędzającymi człony manipulatora

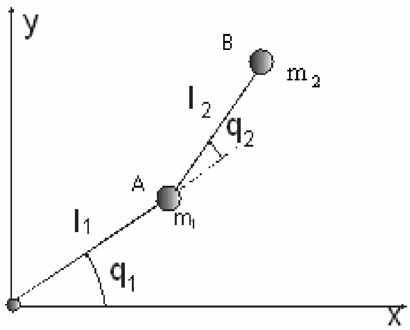
$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\mathbf{q})(\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{K}_P\mathbf{e} + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{e}}) + \mathbf{N}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}), \tag{4}$$

i w konsekwencji zamknięty układ sterowania opisuje równanie w przestrzeni błędów

$$\ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_p\mathbf{e} = \mathbf{0}\,. \tag{5}$$

Wybierając macierze $\mathbf{K}_P$ i $\mathbf{K}_D$ jako diagonalne, stabilność układu sterowania jest zapewniona jeżeli elementy tych macierzy będą dodatnie.

Obiektem sterowania jest dwuczłonowy manipulator , rys.1,



Rys. 1. Dwuczłonowy manipulator

opisany równaniem (1) gdzie wektory i macierze mają następującą formę

$$\begin{bmatrix} a_1 + a_2 + 2a_3\cos q_2 & a_2 + a_3\cos q_2 \\ a_2 + a_3\cos q_2 & a_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a_3\dot{q}_2\sin q_2 & -a_3(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\sin q_2 \\ a_3\dot{q}_1\sin q_2 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} +$$

$$+\begin{bmatrix} a_1a_4\cos q_1 + a_3a_4\cos(q_1 + q_2) \\ a_3a_4\cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

$$a_1 = (m_1 + m_2)l_1^2, \quad a_2 = m_2 l_2^2, \quad a_3 = m_2 l_1 l_2, \quad a_4 = g/l_1 .$$

B. Opis robota w przestrzeni stanu

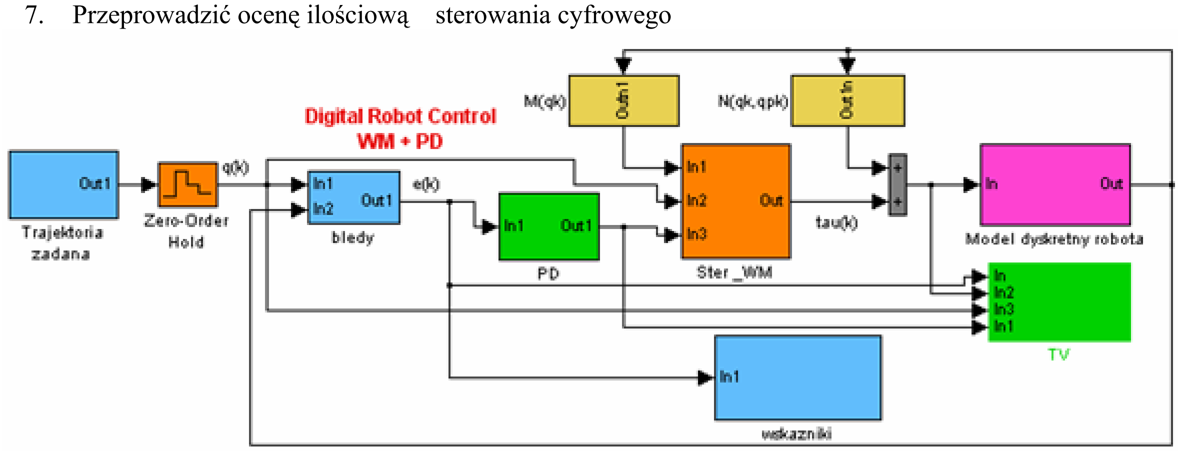
Dla robota dwu członowego przyjmujemy wektor stanu, $x \in R^4$. Wprowadzając oznaczenia

$$\begin{aligned}
q_1 &= x_1 \\
q_2 &= x_2 \\
\dot{q}_1 &= \dot{x}_1 = x_3 \\
\dot{q}_2 &= \dot{x}_2 = x_4 \\
\ddot{q}_1 &= \dot{x}_3 = M_1^{-1}(x_1, x_2)[\tau_1 - N_1(x_1, x_2, x_3, x_4)] \\
\ddot{q}_2 &= \dot{x}_4 = M_2^{-1}(x_1, x_2)[\tau_2 - N_2(x_1, x_2, x_3, x_4)]
\end{aligned} \tag{6}$$

gdzie $M_i^{-1}, N_i, i = 1{,}2$ to odpowiednie wiersze wynikające z wyznaczenia przyspieszeń kątowych z równania (1), otrzymujemy opis robota w przestrzeni stanu (6).

C. Zadania do wykonania

1. Przeprowadzić dyskretyzację układu (6) z krokiem **h**, stosując różnice skończone pierwszego rzędu (metoda Eulera) aby otrzymać opis analizowanego obiektu sterowania w dyskretnej przestrzeni stanu.
2. Postępując podobnie, zapisać równania (4), (5) w wersji dyskretnej.
3. Podać opis dyskretnej wersji równania (5) w wersji wektorowo – macierzowej $y_{k+1} = Ay_k$.
4. Przeprowadzić testy numeryczne wg schematu pokazanego na rys. 2.
    - Bez zakłóceń masy m_2
    - Z zakłóceniem masy $m_2 + \Delta m_2$
5. Na podstawie opisu układu zamkniętego w dyskretnej przestrzeni stanu (realizacja p.3) wyznaczyć wartości własne układu.
6. Ocenić stabilność układu, podać wartości własne układu. zamkniętego
7. Przeprowadzić ocenę ilościową sterowania cyfrowego



Rys.2. Blokowy schemat **sterownika cyfrowego** typu PD+ WM

W testach symulacyjnych przyjąć dane:

$[q_{10}, q_{20}, \dot{q}_{10}, \dot{q}_{20}]^T = [0.2, 0, 0, 0]^T$,%warunki początkowe manipulatora

$q_{d1} = A1\sin(pi * t), q_{d2} = A1\sin(pi * t)$, % zadana trajektoria

$t \in (0,6)[s]$, % czas realizacji ruchu

Tab.1. dane do symulacji

Zespół	1	2	3	4	5	6	7	8
m1=m2	1	1	1	2	2	2	2	2
l1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
l2	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
KD1=KD2	20	20	20	20	24	24	24	24
Kp1=Kp2	100	100	100	100	144	144	144	144
A1=A2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Δm_2	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.1	1.2	1.3

D. Opracowanie graficzne rozwiązań

Na wykresach zamieścić

dla h=0.001, h=0.01, h=0.1

a) zadane wartości kątów ramion robota

b) błędy sterowania,

c) pochodne błędów

d) sterowania PD ,

e) sterowania całkowite

Do oceny ilościowej generowanego sterowania cyfrowego oraz realizacji założonego ruchu, przyjąć następujące wskaźniki jakości:

- pierwiastek błędu średniokwadratowego błędów nadążania $e_1 = q_{1d} - q_1$, $e_2 = q_{2d} - q_2$,

$\varepsilon_1 = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} e_{1k}^2}$, $\varepsilon_2 = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} e_{2k}^2}$ [rad], gdzie k - to numer kolejnych dyskretnych pomiarów, n- całkowita liczba dyskretnych pomiarów,

- pierwiastek błędu średniokwadratowego pochodnych błędów $\dot{\varepsilon}_1 = \dot{q}_{1d} - \dot{q}_1$, $\dot{\varepsilon}_2 = \dot{q}_{2d} - \dot{q}_2$

$\dot{\varepsilon}_1 = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \dot{e}_{1k}^2}$, $\dot{\varepsilon}_2 = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \dot{e}_{2k}^2}$ [rad/s],

- całkowy wskaźnik jakości $J = \int_0^\infty (q^T(t)Qq(t) + u(t)^T Ru(t))dt$ (wyznaczyć w wersji dyskretnej)

Uzyskane oceny ilościowe zamieścić w Tab.

Tab. 2. Wartości wskaźników jakości dla sterowania cyfrowego **WM + PD**

Wskaźnik:	ε_i [rad]	$\dot{\varepsilon}_i$ [rad/s]	J
ramię 1, i=1			
ramię 2, i=2			

Sprawozdanie powinno zawierać:

- opis matematyczny rozwiązywanego problemu,
- dane przyjęte w symulacji,
- listingi programów,
- otrzymane wykresy (każdy wykres powinien być opisany i skomentowany),
- wnioski.