2. **Zadania do wykonania:**

Dla zadanej stałej wartości kąta obrotu wału silnika $\boldsymbol{\varphi_S}^{\boldsymbol{d}} = \boldsymbol{7\pi}$ przeprowadzić:

I. Syntezę układu ciągłego dla regulatora PD i PID

Opis modelowanego układu w przestrzeni stanu:

Model matematyczny modułu napędowego zapiszemy w postaci:

$$T\ddot{\varphi}_s + \dot{\varphi}_s = KV(t) \qquad (1)$$

lub

$$G(s) = \frac{\varphi_s(s)}{V(s)} = \frac{K}{s(Ts+\ )} \qquad (2)$$

Na podstawie równania (1):

$$\varphi_s = x_1$$

$$\dot{\varphi}_s = \dot{x_1} = x_2$$

$$\ddot{\varphi}_s = \dot{x_2} = -\frac{1}{T}x_2 + \frac{K}{T}V(t)$$

$$\dot{x} = Ax + BV(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K}{T} \end{bmatrix} V(t)$$

$$\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = -\frac{1}{T}x_2 + \frac{K}{T}V(t) \end{cases}$$

W symulacji przyjęto **K=150, T=0.5**.

Przyjmujemy prawo sterowania PD:

$$u(s) = K_p e(s) - K_D s \varphi_s(s)$$

Równanie charakterystyczne układu:

$$D(s) = Ts^2 + (1 + KK_D)s + KK_P$$

Dla regulatora PD współczynniki K_P i K_D mogą być wyznaczone z równania:

$$s^2 + \frac{(1 + KK_D)s}{T} + \frac{KK_P}{T} = s^2 + as + b$$

Stąd:

$$K_P = \frac{bT}{K}, \ \ K_D = \frac{aT - 1}{K}$$

gdzie wielomian $s^2 + as + b$ generuje zadane wartości własne układu zamkniętego.

Jako wartości własne układu zamkniętego przyjmujemy **s_1=-5, s_2=-8.**

Dla regulatora PID współczynnik K_I można wyznaczyć jako $K_I < \frac{(1+KK_D)K_P)}{T}$.

Założone wartości własne układu s1=-2, s2=-3

```
> s1:=-5; s2:=-8;
```

$$s1 := -5$$
$$s2 := -8$$

Równanie char. układu zamkniętego s^2+as+b

```
> rchz:=expand((s-s1)*(s-s2));
```

$$rchz := s^2 + 13\,s + 40$$

Wprowadzenie wsp. a i b na podstawie powyższego równania char.

```
> a:=13; b:=40;
```

$$a := 13$$
$$b := 40$$

Dane:

```
> T:=0.5; K:=150;
```

$$T := .5$$
$$K := 150$$

Obliczenie wsp. Kp,Kd,Ki

```
> Kp:=evalm(b*T/K);
```

$$Kp := .1333333333$$

```
> Kd:=evalm((a*T-1)/K);
```

$$Kd := .03666666667$$

```
> Ki:=evalm(((1+K*Kd)*Kp)/T);
```

$$Ki := 1.733333333$$

```
>
```

II. Syntezę układu dyskretnego dla regulatora PD, na podstawie regulatora ciągłego.

Symulacje projektowanych układów przeprowadzić w Simulinku.

Prawo sterowania można zapisać jako:

$$u(k) = q_0 e(k) + q_1 e(k-1)$$

gdzie:

$$q_0 = \left(K_P + \frac{K_D}{T_0}\right), \qquad q_1 = -\frac{K_D}{T_0}$$

Wykorzystano współczynniki wzmocnienia z syntezy układu ciągłego I, a za $\mathbf{T_0}$ przyjęto wartość **0.01**.

III. Syntezę algorytmu sterowania od stanu uzyskując odpowiedź układu regulacji:

- wykładniczą
- oscylacyjną

Syntezę przeprowadzić w Maple, a symulacje projektowanych układów w Simulinku.

2. Układ sterowania modułem napędowym MRK

Dynamiczne równanie ruchu modułu napędowego MRK można zapisać jako

$$\mathrm{T}\ddot{\varphi}_{\mathrm{S}} + \dot{\varphi}_{\mathrm{S}} = \mathrm{KV(t)}\,, \tag{1}$$

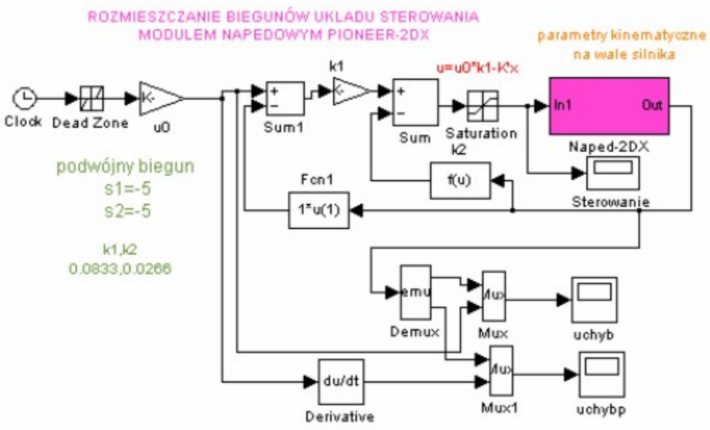
lub

$$\mathrm{G(s)} = \frac{\varphi_{\mathrm{S}}(\mathrm{s})}{\mathrm{V(s)}} = \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s}(\mathrm{Ts}+1)}\,, \tag{2}$$

gdzie K to współczynnik wzmocnienia prędkościowego, T to stała czasowa silnika, φ_{S} - kąt obrotu własnego silnika, a V(t) - napięcie podawane na silnik MRK. Sygnał sterowania kątem obrotu koła dla modułu napędowego MRK zapiszemy jako

$$\mathrm{u} = \mathrm{x}_{1z}\mathrm{k}_1 - \mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} \tag{3}$$

gdzie $\mathbf{k}=[k_1,k_2]^{\mathrm{T}}$ to wektor wzmocnienia, **x** – wektor stanu układu, $x_{1z}=\varphi_z(t)$ – zadana wartość kąta obrotu koła MRK. Schemat układu sterowania kątem obrotu koła dla modułu napędowego MRK z zastosowaniem prędkościowego sprzężenia zwrotnego, pokazano na rys. 1.



Rys. 1. Schemat układu sterowania kątem obrotu koła dla modułu napędowego MRK

```
> restart;
> with(linalg):
Warning, new definition for norm
Warning, new definition for trace
> with(plots):
```

Zadane stałe

```
> To:=0.01; K:=150; T:=0.5;
```

$$To := .01$$
$$K := 150$$
$$T := .5$$

```
> A:=array([[1,To],[0,1-To/T]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & .01 \\ 0 & .9800000000 \end{bmatrix}$$

```
> B:=array([0,K*To/T]);
```

$$B := [0, 3.000000000]$$

Wartości własne modułu

```
> w:=[eigenvals(A)];
```

$$w := [1., .9800000000]$$

```
> BI:=evalm(array(1..2,1..2,identity));
```

$$BI := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Równanie charakterystyczne układu otwartego

```
> w:=det(z*BI-A);
```

$$w := (z-1)(z-.9800000000)$$

```
> rch:=expand(w);
```

$$rch := z^2 - 1.980000000\,z + .9800000000$$

Jego współczynniki

```
> ws:=[coeff(rch,z,1),coeff(rch,z,0)];
```

$$ws := [-1.980000000, .9800000000]$$

Wyznaczenie macierzy sterowalności

```
> M:=augment(evalm(B),evalm(A&*B));
```

$$M := \begin{bmatrix} 0 & .03000000000 \\ 3.000000000 & 2.940000000 \end{bmatrix}$$

```
> rank(M);
```

$$2$$

Rząd macierzy wynosi 2 - obiekt całkowicie sterowalny

Definicja macierzy W

```
> W:=array([[ws[1],1],[1,0]]);
```

$$W := \begin{bmatrix} -1.980000000 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Wyznaczenie macierzy transformacji T

```
> Tx:=evalm(M&*W);
```

$$Tx := \begin{bmatrix} .03000000000 & 0 \\ -3.000000000 & 3.000000000 \end{bmatrix}$$

Wyznaczenie nowej macierzy stanu T^(-1)AT, w postaci sterowalnej

```
> AT:=evalm(Tx^(-1)&*A&*Tx);
```

$$AT := \begin{bmatrix} 0 & .9999999999 \\ -.9800000001 & 1.980000000 \end{bmatrix}$$

Wyznaczenie nowej macierzy sterowań w postaci sterowalnej

```
> BT:=evalm(Tx^(-1)&*B);
```

$$BT := [0, .9999999999]$$

Projektowane wartości własne układu zamkniętego z1, z2

```
> z1:=0.8+0.4*I; z2:=0.8-0.4*I;
>
```

$$z1 := .8 + .4\,I$$
$$z2 := .8 - .4\,I$$

Równanie charakterystyczne układu zamkniętego

```
> rchz:=expand((z-z1)*(z-z2));
```

$$rchz := z^2 - 1.6\,z + .80$$

```
> wsz:=[coeff(rchz,z,1),coeff(rchz,z,0)];
```

$$wsz := [-1.6, .80]$$

Procedura wyznaczania wzmocenienia

```
> wT:=det(z*BI-AT);
```

$$wT := z^2 - 1.980000000\,z + .9800000000$$

```
> wsT:=[coeff(wT,z,1),coeff(wT,z,0)];
```

$$wsT := [-1.980000000, .9800000000]$$

Wyznaczone wzmocnienia po transformacji

```
> wsp:=[wsz[2]-wsT[2],wsz[1]-wsT[1]];
```

$$wsp := [-.1800000000, .380000000]$$

Wyznaczone wzmocnienia dla układu pierwotnego

```
> k:=evalm(wsp&*Tx^(-1));
```

$$k := [6.666666671, .1266666667]$$

Sprawdzenie wartości własnych układu zamkniętego

```
> wz:=[eigenvals(A-B&*transpose(k))];
```

$$wz := [.8000000000 + .4000000001\,I, .8000000000 - .4000000001\,I]$$

```
>
```

Wartości własne są prawidłowe