Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki
Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska

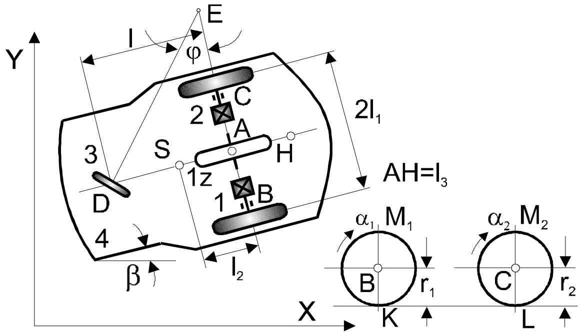
Laboratorium Sterowania Robotów

Laboratorium nr 02

Temat: Zadanie proste i odwrotne dynamiki mobilnego robota dwukołowego

Wprowadzenie

Na rys.1. pokazany został schemat 2–kołowego mobilnego robota dwukołowego. W modelu tym występują następujące elementy: rama 4, dwa koła jezdne napędzające 1 i 2, koło swobodne samonastawne 3.



Rys. 1. Model mobilnego robota Pioneer-2DX.

Do opisu dynamiki mobilnego robota 2-kołowego można wykorzystać równania Maggiego, które w rozważanym przypadku mają postać:

$$
\begin{cases}
(2m_1+m_4)\left(\dfrac{r}{2}\right)^2(\ddot{\alpha}_1+\ddot{\alpha}_2)+2m_4\left(\dfrac{r}{2l_1}\right)^2 rl_2(\dot{\alpha}_2-\dot{\alpha}_1)\dot{\alpha}_2+I_{z1}\ddot{\alpha}_1 \\
+(2m_1l_1^2+m_4l_2^2+2I_{x1}+I_{z4})\dfrac{r}{2l_1}(\ddot{\alpha}_1-\ddot{\alpha}_2)=M_1-N_1f_1\mathrm{sgn}(\dot{\alpha}_1)
\end{cases}
$$
$$
\begin{cases}
(2m_1+m_4)\left(\dfrac{r}{2}\right)^2(\ddot{\alpha}_1+\ddot{\alpha}_2)+2m_4\left(\dfrac{r}{2l_1}\right)^2 rl_2(\dot{\alpha}_1-\dot{\alpha}_2)\dot{\alpha}_1+I_{z2}\ddot{\alpha}_2 \\
-(2m_1l_1^2+m_4l_2^2+2I_{x1}+I_{z4})\dfrac{r}{2l_1}(\ddot{\alpha}_1-\ddot{\alpha}_2)=M_2-N_2f_2\mathrm{sgn}(\dot{\alpha}_2)
\end{cases}
\tag{1}
$$

gdzie: m_1, m_2, m_4 to masy kół 1, 2 i ramy 4, r to promień kół 1 i 2, l_1, l_2 odległości wynikające z geometrii układu, I_{x1}, I_{z1} to masowy moment bezwładności koła 1 względem osi x_1 oraz z_1, I_{z4} to masowy moment bezwładności ramy 4 względem osi z_4 związanej z ramą, N_1, N_2 to naciski kół 1 i 2, f_1, f_2 to współczynniki tarcia toczenia kół 1 i 2, M_1, M_2 to momenty napędzające koła 1 i 2, α_1, α_2 to kąty obrotu kół 1 i 2. W zapisie wektorowo-macierzowym równanie (1) przyjmie następującą postać:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}+\mathbf{C}(\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}+\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}})=\mathbf{u}, \tag{2}$$

gdzie: $\mathbf{q}$ - wektor współrzędnych uogólnionych, $\mathbf{u}$ - wektor sterowań, $\mathbf{M}$ - macierz bezwładności, $\mathbf{C}(\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$ - wektor momentów pochodzących od sił odśrodkowych i Coriolisa, $\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}})$ - wektor oporów ruchu. Wektory i macierze mają następującą formę

$$
\mathbf{q}=\begin{bmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\end{bmatrix},\qquad \mathbf{u}=\begin{bmatrix}M_1\\ M_2\end{bmatrix},\qquad \mathbf{M}=\begin{bmatrix}a_1+a_2+a_3 & a_1-a_2\\ a_1-a_2 & a_1+a_2+a_3\end{bmatrix},
$$
$$
\mathbf{C}(\dot{\mathbf{q}})=\begin{bmatrix}0 & 2a_4(\dot{\alpha}_2-\dot{\alpha}_1)\\ -2a_4(\dot{\alpha}_2-\dot{\alpha}_1) & 0\end{bmatrix},\qquad \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}})=\begin{bmatrix}a_5\mathrm{sgn}(\dot{\alpha}_1)\\ a_6\mathrm{sgn}(\dot{\alpha}_2)\end{bmatrix}, \tag{3}
$$

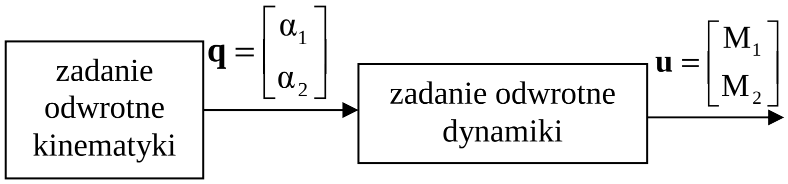
gdzie

$$a_1 = (2m_1 + m_4)\left(\frac{r}{2}\right)^2, \qquad a_2 = \left(2m_1 l_1^2 + m_4 l_2^2 + 2I_{x_1} + I_{z_4}\right)\left(\frac{r}{2l_1}\right),$$

$$a_3 = I_{z1} = I_{z2}, \qquad a_4 = m_4\left(\frac{r}{2}\right)^2\left(\frac{rl_2}{l_1^2}\right), \quad a_5 = N_1 f_1, \quad a_6 = N_2 f_2. \qquad (4)$$

Zadania do wykonania

1. Wykorzystać zbudowany model zadania odwrotnego kinematyki mobilnego robota dwukołowego.
2. Na podstawie zależności (2) zbudować z wykorzystaniem pakietu Matlab/Simulink model realizujący zadanie odwrotne dynamiki robota w następującym układzie:

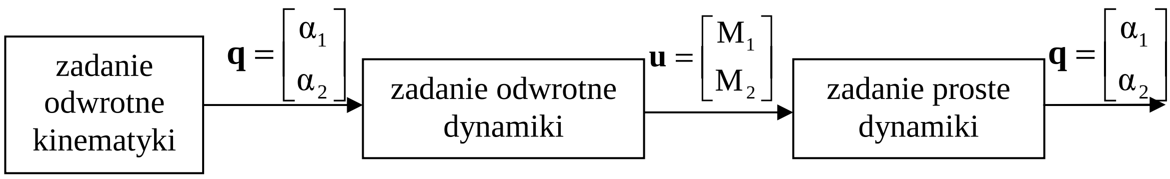


Rys. 2. Schemat zadania.

3. W oparciu o równanie (2) wyznaczyć:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}^{-1}\left[\mathbf{u} - \mathbf{C}(\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}})\right]. \qquad (5)$$

4. Na podstawie zależności (5) zbudować z wykorzystaniem pakietu Matlab/Simulink model realizujący zadanie proste dynamiki w układzie podanym na rys. 3. Uwzględnić warunki początkowe.



Rys. 3. Schemat zadania.

5. Przedstawić na wykresach przebiegi $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$, $\dot{\alpha}_1(t)$, $\dot{\alpha}_2(t)$, $\ddot{\alpha}_1(t)$ i $\ddot{\alpha}_2(t)$ uzyskane z rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki, przebiegi momentów napędzających $M_1(t)$ i $M_2(t)$ otrzymane w wyniku rozwiązania zadania odwrotnego dynamiki, przebiegi $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$, $\dot{\alpha}_1(t)$, $\dot{\alpha}_2(t)$, $\ddot{\alpha}_1(t)$ i $\ddot{\alpha}_2(t)$ otrzymane w wyniku rozwiązania zadania prostego dynamiki.

Sprawozdanie powinno zawierać opracowanie powyższych punktów i wnioski.

Dane do symulacji:

	A	B	C	D	E	F	G	H
a	$\begin{bmatrix}0.013\\0.06\\0.06\\0.001\\0.3\\0.3\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.018\\0.07\\0.06\\0.002\\0.4\\0.4\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.025\\0.09\\0.09\\0.003\\0.2\\0.2\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.01\\0.03\\0.03\\0.003\\0.3\\0.3\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.02\\0.08\\0.07\\0.002\\0.4\\0.4\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.011\\0.05\\0.04\\0.002\\0.3\\0.3\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.01\\0.04\\0.04\\0.001\\0.2\\0.2\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.025\\0.09\\0.05\\0.002\\0.2\\0.2\end{bmatrix}$