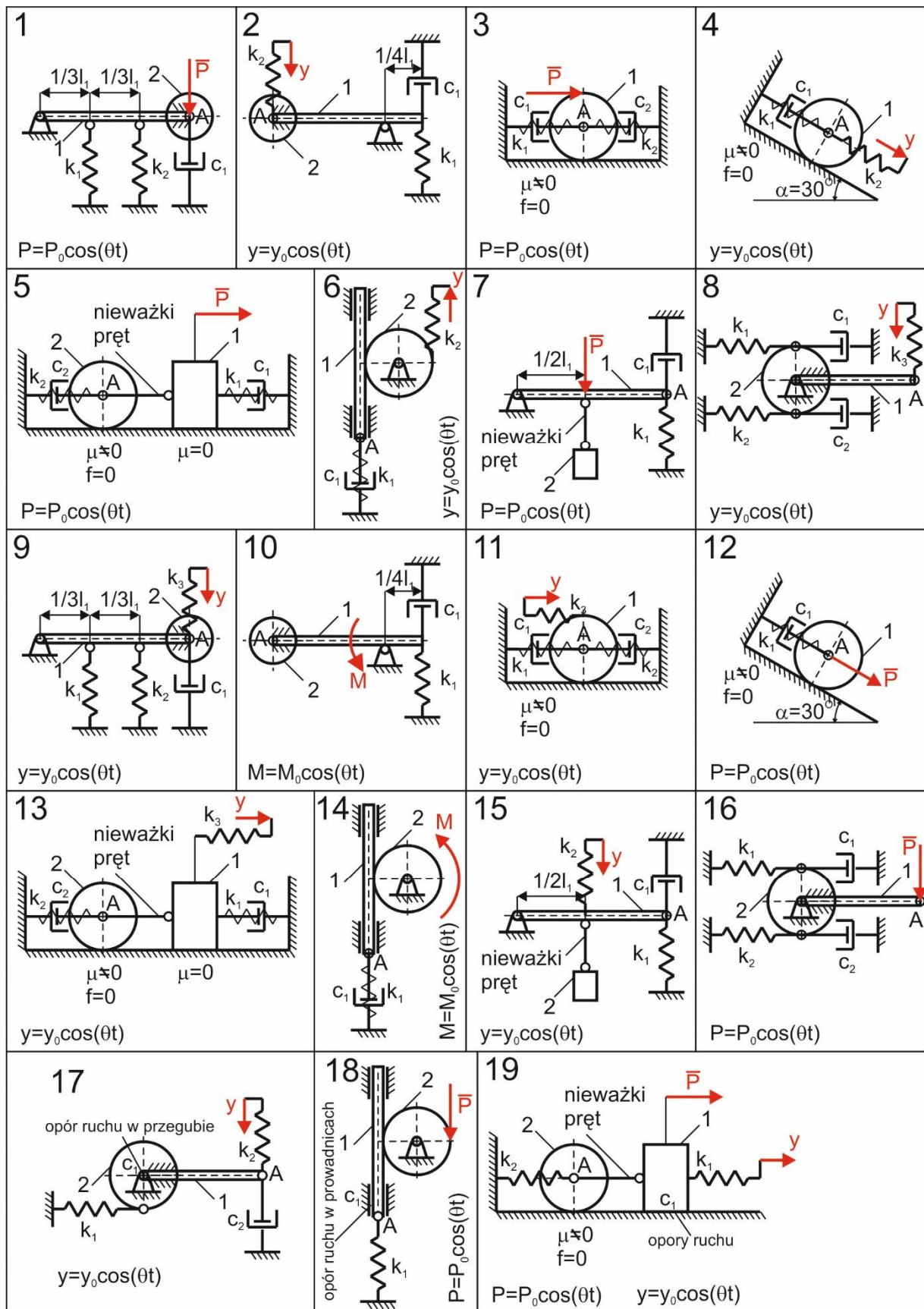


## **Laboratorium Dynamiki Maszyn**

### **Laboratorium nr 12-13**

**Temat:** Analityczne modelowanie drgań układu mechanicznego o jednym stopniu swobody

Przykłady do rozwiązania podano na rys. 1. Dane do przykładów przedstawiono w tab.1.



Rys. 1. Przykłady układów mechanicznych

Tab1. Dane do przykładów z rys. 1.

Nr	$m_1$ [kg]	$m_2$ [kg]	$l_1$ [m]	$r_1$ [m]	$r_2$ [m]	$k_1$ [N/m]	$k_2$ [N/m]	$k_3$ [N/m]	$C_1$ [Ns/m]	$C_2$ [Ns/m]	$P_0$ [N]	$M_0$ [Nm]	$y_0$ [m]	$\theta$ [rad/s]	$x_A(0)$ [m]	$\dot{x}_A(0)$ [m/s]
1	1	1	0.5	-	0.1	3000	2000	-	2	-	10	-	-	50	0.001	0
2	1	1	0.5	-	0.1	4000	300	-	10	-	-	-	0.02	40	0	0.1
3	5	-	-	0.1	-	100	100	-	5	5	5	-	-	20	0.002	0.1
4	5	-	-	0.1	-	100	500	-	5	-	-	-	0.01	20	0	0.2
5	3	3	-	-	0.1	100	50	-	3	6	5	-	-	30	0.005	0
6	2	1	0.5	-	0.1	2000	2000	-	2	-	-	-	0.01	50	0	0.5
7	1	1	0.5	-	-	3000	-	-	2	-	5	-	-	40	0.002	0
8	1	2	0.5	-	0.1	2000	2000	250	5	5	-	-	0.02	30	0	0.4
9	1	1	0.5	-	0.1	3000	2000	500	2	-	-	-	0.02	50	0.003	0.1
10	1	1	0.5	-	0.1	4000	-	-	10	-	-	3	-	40	0.004	0
11	5	-	-	0.1	-	100	100	500	5	5	-	-	0.01	20	0.001	0
12	5	-	-	0.1	-	100	-	-	5	-	5	-	-	20	0	0.6
13	3	3	-	-	0.1	100	50	250	3	6	-	-	0.02	30	0.001	0
14	2	1	0.5	-	0.1	2000	-	-	2	-	-	2	-	50	0	0.1
15	1	1	0.5	-	-	3000	500	-	2	-	-	-	0.01	40	0.003	0
16	1	2	0.5	-	0.1	2000	2000	-	5	5	5	-	-	30	0	0.5
17	1	1	0.5	-	0.1	3000	500	-	2	4	-	-	0.01	50	0.003	0
18	2	1	0.5	-	0.1	2000	-	-	5	-	5	-	-	40	0	0.5
19	3	3	-	-	0.1	100	100	-	5	-	5	-	0.02	30	0	0.5

## CZĘŚĆ I

### DRGANIA SWOBODNE

A. Dla otrzymanego przykładu zrealizować następujące zadania:

1. Wykonać rysunek układu mechanicznego.
2. Sformułować dynamiczne równanie ruchu układu, które należy doprowadzić do ogólnej postaci:
 
$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega_0^2 x = q \cos(\theta t) \quad (1)$$

B. Dla otrzymanego przykładu zrealizować następujące zadania:

1. Rozważyć zagadnienie drgań swobodnych bez tłumienia analizując równanie w postaci:
 
$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (2)$$

2. Wyznaczyć analityczną formę rozwiązania równania (1) w postaci:
 
$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad (3)$$

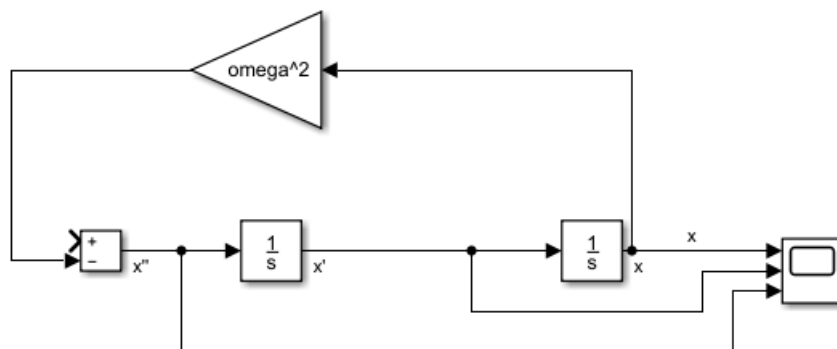
lub

$$x = C_1 \cos(\omega_0 t) + C_2 \sin(\omega_0 t) \quad (4)$$

gdzie stałe należy wyznaczyć z warunków początkowych.

C. Dla otrzymanego przykładu przy pomocy pakietu Matlab/Simulink zrealizować następujące zadania:

1. Zamodelować numeryczne rozwiązanie dynamicznego równania ruchu (1) wg schematu podanego na rys. 2.

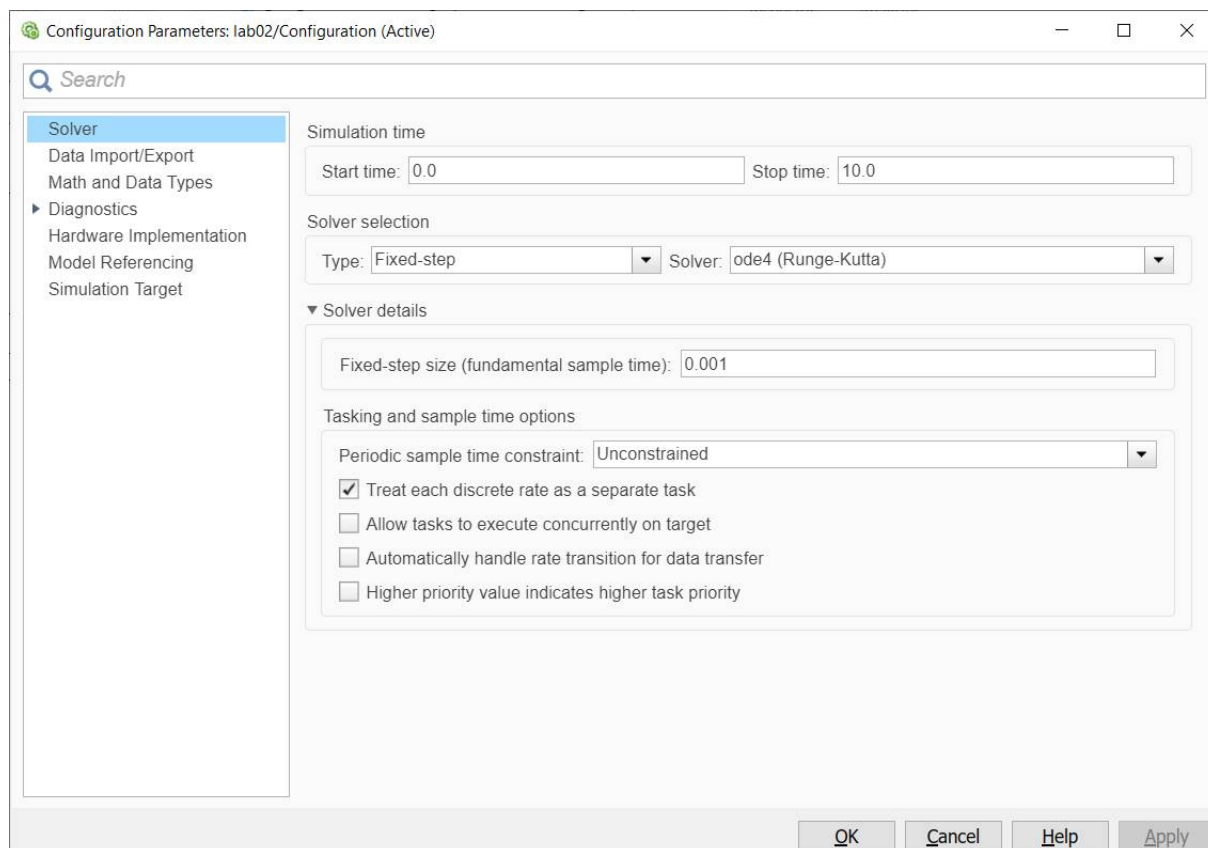


Rys. 2. Schemat rozwiązywania równania różniczkowego drugiego rzędu

### Dynamika maszyn

Analityczne modelowanie drgań układu mechanicznego o jednym stopniu swobody

Uwaga: Przyjąć parametry symulacji podane na rys. 3.



Rys. 3. Parametry symulacji

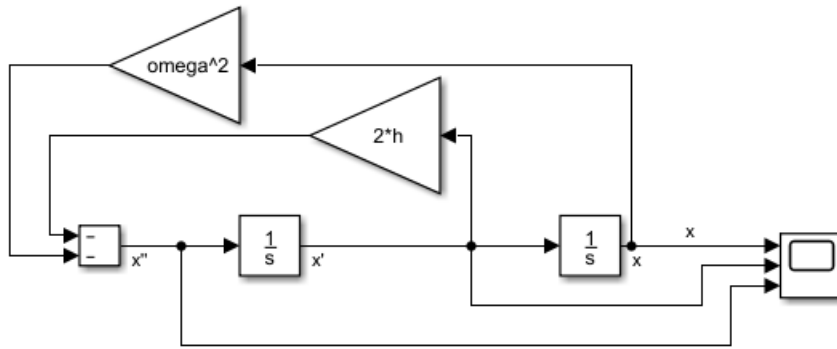
2. Zamodelować rozwiązanie (2) lub (3).
3. Porównać rozwiązanie (2) lub (3) z rozwiązaniem wg schematu z rys. 2.
4. Wykonać charakterystykę fazową układu.

Student otrzymuje ocenę dostateczną jeśli poprawnie wykona zadania z części A.  
Student otrzymuje ocenę dobrą jeśli poprawnie wykona zadania z części A i B.  
Student otrzymuje ocenę bardzo dobrą jeśli poprawnie wykona zadania z części A, B i C.

## CZĘŚĆ II

### DRGANIA SWOBODNE TŁUMIONE

- D. Dla otrzymanego przykładu zrealizować następujące zadania:
1. Rozważyć zagadnienie drgań swobodnych tłumionych analizując równanie w postaci:
$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (5)$$
  2. Wyznaczyć analityczną formę rozwiązania równania (5) w postaci:
$$x = Ae^{-ht} \sin(\omega_t t + \varphi) \quad (6)$$
lub
$$x = e^{-ht} [C_1 \cos(\omega_t t) + C_2 \sin(\omega_t t)] \quad (7)$$
gdzie  $\omega_t = \sqrt{\omega_0^2 - h^2}$ , a pozostałe stałe należy wyznaczyć z warunków początkowych.
  3. Przy pomocy pakietu Matlab/Simulink zamodelować numeryczne rozwiązanie dynamicznego równania ruchu (5) wg schematu podanego na rys. 4.



Rys. 4. Schemat rozwiązywania równania różniczkowego drugiego rzędu

Uwaga: Przyjąć parametry symulacji podane na rys. 3.

4. Zamodelować rozwiązanie (6) lub (7).
5. Porównać rozwiązanie (6) lub (7) z rozwiązaniem wg schematu z rys. 2.
6. Wykonać charakterystykę fazową układu.

#### DRGANIA WYMUSZONE TŁUMIONE

E. Dla otrzymanego przykładu zrealizować następujące zadania:

1. Rozważyć zagadnienie drgań wymuszonych analizując równanie w postaci

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega_0^2 x = q \cos(\theta t) \quad (1)$$

2. Wyznaczyć analityczną formę rozwiązania równania (1) w postaci:

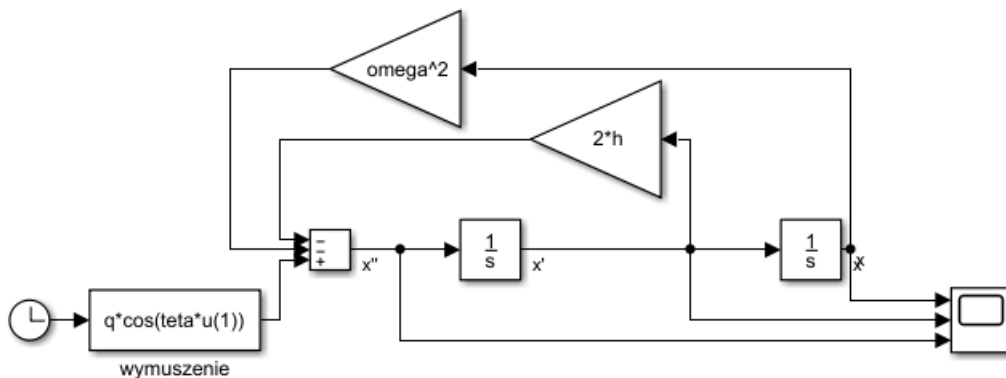
$$x = B \cos(\theta t - \gamma) \quad (8)$$

która opisuje drgania wymuszone ustalone. Należy wyznaczyć amplitudę drgań wymuszonych ustalonych  $B$  oraz kąt przesunięcia fazowego  $\gamma$  wg wzorów

$$B = \frac{q}{\sqrt{(\omega_0^2 - \theta^2)^2 + 4h^2\theta^2}} \quad (9)$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{2h\theta}{\omega_0^2 - \theta^2} \quad (10)$$

3. Wyznaczyć współczynnik uwielokrotnienia amplitudy  $\mu$ .
4. Przy pomocy pakietu Matlab/Simulink zamodelować numeryczne rozwiązanie dynamicznego równania ruchu (1) wg schematu podanego na rys. 5.



Rys. 5. Schemat rozwiązywania równania różniczkowego drugiego rzędu

Uwaga: Przyjąć parametry symulacji podane na rys. 3.

5. Zamodelować rozwiązanie (8).
6. Porównać rozwiązanie (8) z rozwiązaniem wg schematu z rys. 5.

## Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki

Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska

7. Wykonać charakterystykę fazową układu
- F. Dla otrzymanego przykładu przy pomocy pakietu Matlab/Simulink zrealizować następujące zadania:
  1. Wykonać charakterystyki  $\mu\left(\frac{\theta}{\omega_0}\right)$  oraz  $\gamma\left(\frac{\theta}{\omega_0}\right)$ .
  2. Dobrać tak częstość wymuszenia  $\theta$  oraz współczynnik tłumienia jednostkowego  $h$ , aby przy pomocy schematu przedstawionego na rys. 5 zasymulować zjawisko rezonansu mechanicznego i dudnienia.

Student otrzymuje ocenę dostateczną jeśli poprawnie wykona zadania z części D.

Student otrzymuje ocenę dobrą jeśli poprawnie wykona zadania z części D i E.

Student otrzymuje ocenę bardzo dobrą jeśli poprawnie wykona zadania z części D, E i F.