

ROZDZIAŁ XII

CAŁKA NIEOZNACZONA I CAŁKA OZNACZONA FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ

W rozdziale tym przez całkę oznaczoną będziemy rozumieć całkę oznaczoną w sensie Riemanna. Podobnie, pod pojęciem funkcji całkowlanej, będziemy rozumieć funkcję całkowlaną w sensie Riemanna.

Część A

Stosując wzór na całkowanie przez części obliczyć niżej podane całki nieoznaczone:

1. $\int x \sin x \, dx.$

3. $\int x e^x \, dx.$

5. $\int x 3^x \, dx.$

7. $\int x^n \ln x \, dx,$ gdzie $n \in \mathbb{N}.$

9. $\int \arcsin x \, dx.$

11. $\int x \cos^2 x \, dx.$ $2\sin x \cos x = \sin 2x$

13. $\int x^3 e^x \, dx.$

15. $\int x^2 \cos^2 x \, dx.$

17. $\int \ln^2 x \, dx.$

19. $\int \sin \ln x \, dx.$

21. $\int \sqrt{k+x^2} \, dx.$

23. $\int \frac{x}{\sin^2 x} \, dx.$

25. $\int x^2 \cos 4x \, dx.$

2. $\int x \cos x \, dx.$

4. $\int x e^{-x} \, dx.$

6. $\int x \operatorname{arctg} x \, dx.$

8. $\int \arccos x \, dx.$

10. $\int x \operatorname{tg}^2 x \, dx.$

12. $\int x \ln(x^2 + 1) \, dx.$

14. $\int x^3 \sin x \, dx.$

16. $\int \ln x \, dx.$

18. $\int (\arcsin x)^2 \, dx.$

20. $\int \cos \ln x \, dx.$

22. $\int x^2 e^x \sin x \, dx.$

24. $\int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx.$

26. $\int \frac{x \ln(x + \sqrt{1+x^2})}{\sqrt{1+x^2}} \, dx.$

27. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx.$

28. $\int \frac{x e^{\operatorname{arctg} x}}{\sqrt{(1+x^2)^3}} dx.$

Korzystając z metody całkowania przez podstawienie, wyznaczyć podane niżej całki nieoznaczone.

29. $\int x e^{-x^2} dx.$

30. $\int x \sqrt{a^2 - x^2} dx.$

31. $\int e^{\sqrt{x}} dx.$

32. $\int \operatorname{ctg} x dx.$

33. $\int \operatorname{tg} x dx.$

34. $\int \frac{dx}{x \ln x}.$

35. $\int \frac{3x+5}{x^2+1} dx.$

36. $\int \frac{\ln^5 x}{x} dx.$

37. $\int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x + 3}}{\cos^2 x} dx.$

38. $\int \frac{x dx}{\sqrt[4]{2x^2+7}}.$

39. $\int \frac{1 + \sqrt{\operatorname{ctg} x}}{\sin^2 x} dx.$

40. $\int \frac{x^3}{1+x^8} dx.$

41. $\int \frac{5x}{\sqrt{1+x^4}} dx.$

42. $\int x(2x^2+3)^n dx, \quad n \in \mathbb{N}.$

43. $\int \frac{e^x}{x^2} dx.$

44. $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$

45. $\int \frac{\cos x dx}{1+4\sin^2 x}.$

46. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1-e^{2x}}}$

47. $\int \frac{\operatorname{tg} x}{1+\operatorname{tg}^4 x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx. \quad t=(\operatorname{tg} x)^2$

48. $\int \sin^3 x \cos x dx.$

49. $\int \frac{\sqrt{5 \ln x + 7}}{x} dx.$

50. $\int \frac{\cos x}{\sqrt{5+3\sin x}} dx.$

51. $\int \frac{\operatorname{ctg} x}{\ln(\sin x)} dx.$

52. $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x \ln x} dx.$

53. $\int \frac{dx}{\sqrt{x(x+1)}}.$

54. $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}.$

55. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^{2x}}}$

56. $\int \frac{dx}{x \ln x \ln(\ln x)}$

57. $\int \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x}} dx.$

58. $\int \frac{dx}{\sin^2 x + 2\cos^2 x}.$