

GRANICE CIĄGÓW LICZBOWYCH - zadania przykładowe

Zad.1 Obliczyć granice

- A) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{25n^6 - 3n^5 + n^3 - 22}$
 B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{-27n^3 + 2n^2 - n + 33}$
 C) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{200n^{200} - 20n^{20} + 5n^2}{-20n^{22} + 33n^3 - n + 200}$
 D) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - n^2 + n - 22}{5n^4 - 2n^3 + 2n - 8}$
 E) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^{30}(-n^2+3)^2(2n+5)}{(-n^6+3)^5(3n^2-4)^2}$
 F) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^3+4)^3(-n+3)^5(4n+88)}{(-n+4)^4(-2n+1)(2n^2-6)^6}$
 G) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 2^n - 4 \cdot 3^{2n+1} \cdot 4^{n-2}}{2^{2n+2} \cdot 3^{n-1} - 44 \cdot 4^{n-1}}$
 H) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n \cdot 3^{2n-1} - 4 \cdot 5^{n+2}}{4^{n+3} + 36^{n+1} \cdot 2^{-n-2}}$

Zad.2 Obliczyć granice

- A) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+2+\dots+n}}{n}$
 B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2-3+4+5-6+7+8-9+\dots-3n}{n^2+n+1}$, odp.: $\frac{3}{2}$
 C) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{n+2}{n}\right)}{n^2}$
 D) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2+3-4+\dots-2n}{\sqrt{n^2+1}}$
 E) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{2^n}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\dots+\frac{1}{3^n}}$
 F) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} \cdot \dots \cdot \sqrt[2^n]{2}$
 G) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n} \binom{n}{1} + \frac{1}{n^2} \binom{n}{2} + \frac{1}{n^3} \binom{n}{3} \right]$
 H) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)!+(n+1)!}{(n+2)!-(n+1)!}$

Zad.3 Obliczyć granice

- A) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + n^2} - \sqrt{n^4 - n^2})$
 B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+5}-n}{\sqrt{n^2+2}-n}$
 C) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n(n+1)^2} - \sqrt[3]{n(n-1)^2} \right)$
 D) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n(n - \sqrt{n^2 - 1})}$
 E) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+3n-1}{-2n^2+n} \left(\sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{n - \sqrt{n}} \right)$

Zad.4 Obliczyć granice

- A) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot 6^{n+1} \cdot 3^{n-2} + 15^{n-1}}{-2 \cdot 3^{2n+1} \cdot 2^n + 16^{n+2}}$
 B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 5^{n-1} \cdot 2^{3n+2} - 5 \cdot 5^{n-1} \cdot 2^{2n+2} + 8}{8 \cdot 2^{2n-2} \cdot 3^{2n-1} - 9 \cdot 2^{4n-1} \cdot 3^{n-2}}$
 C) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 6^{n-1} \cdot 2^{3n} + 5^n \cdot 2^{2n+1}}{5 \cdot 2^{3n-1} \cdot 3^{n-1} + 6^{n+1} \cdot 3^n}$

Zad.5 Obliczyć granice

A) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 - n}{2n^2 + 3n} \right)^{n-6}$

B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n+2}{5n-1} \right)^{-7n^2-3}$

C) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+n+1}{2n^2+n-3} \right)^{n-6}$

D) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{1}{3}n \binom{n}{2}}{\binom{n}{3}} \right)^{5n+1}$

E) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n+1}{4n} \right)^{10n}$

Zad.6 Korzystając z twierdzenia o trzech ciągach obliczyć granice:

A) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{5 \cdot 3^n + 3 \cdot 2^n + \pi^{-n}}$

B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{2^n + 2 \cdot 8^n}{5 \cdot 2^{2n} + 4^n + 10^n}}$

C) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \sin(n! + 3n) + 3n}{\sqrt{n^2 + 3n + 1}}$

D) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 - \cos(2n)}{n^3 + 23}$

E) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+2} + \dots + \frac{n}{n^2+n} \right)$