



# **LABORATORIUM WYTRZYMAŁOŚCI MATERIAŁÓW**



# **0. Organizacja laboratoriów**

## 1. Zespoły

Na czas wykonania ćwiczeń laboratoryjnych studenci dzieleni są na dwu- lub trzysobowe zespoły zgodnie z numeracją w USOS. Składy zespołów pozostają niezmiennie przez wszystkie zajęcia laboratoryjne.

## 2. Obecność na zajęciach

Obecność na zajęciach jest obowiązkowa. Każda nieobecność wiąże się z koniecznością odrobienia zajęć i indywidualnym wykonaniem ćwiczenia wraz z przygotowaniem sprawozdania.

## 3. Przygotowanie do zajęć

W trakcie laboratoriów zespoły wykonują ćwiczenia zgodnie z grafikiem podanym poniżej w Tabeli 1. Do każdego z ćwiczeń obowiązuje przygotowanie na podstawie wykładu, projektów i laboratoriów, **a przede wszystkim na podstawie literatury zalecanej w karcie modułu** dostępnej na stronie <https://kmk.prz.edu.pl/dydaktyka/budownictwo/wytrzymalosc-materialow/studia-stacjonarne>. Instrukcje do ćwiczeń znajdują się na tej samej stronie.

Numer Zespołu	Numer zajęć						
	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	1	3	4	5	2	7	6
3	1	4	5	2	6	3	7
4	1	5	2	3	4	7	6
5	1	2	3	6	7	4	5

Tabela 1: Grafik ćwiczeń wykonywanych przez poszczególne zespoły.

## 4. Zaliczenie laboratoriów

### 4.1. Przygotowanie sprawozdania

Po wykonaniu każdego z ćwiczeń zespół ma obowiązek przedstawić do oceny sprawozdanie wykonane zgodnie z szablonem podanym na końcu instrukcji każdego ćwiczenia. Obowiązuje wykonanie jednego sprawozdania dla całego zespołu, za wyjątkiem przypadku odrabiania zajęć (w takiej sytuacji sprawozdanie wykonywane jest indywidualnie dla odrębnych założeń).

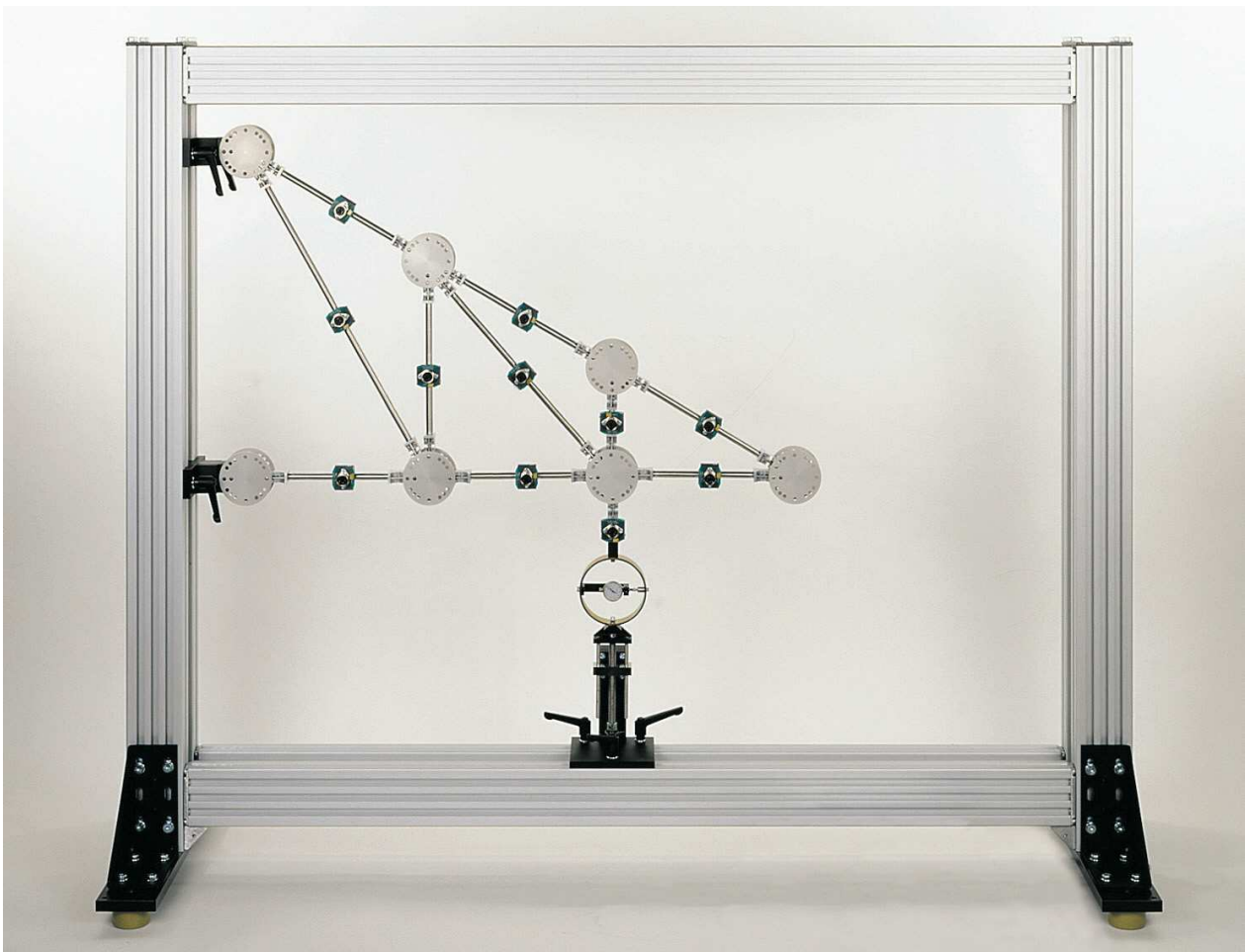
## 4.2. Ocenianie

Każde z ćwiczeń jest oceniane osobno, a przyznane punkty wchodzi do algorytmu oceny całego modułu. Za prawidłowo wykonane ćwiczenie oraz oddanie sprawozdania w trakcie jednych zajęć laboratoryjnych przyznawane są 2 punkty. W przypadku, gdy czas przeznaczony na wykonanie zadania okaże się niewystarczający sprawozdanie z ćwiczenia można przedstawić na najbliższych zajęciach – w takiej sytuacji za ćwiczenie można zdobyć co najwyżej 1 punkt. W przypadku braku sprawozdania zespół nie zostanie dopuszczony do kolejnego ćwiczenia do czasu uzupełnienia braku. Jeżeli dane ćwiczenie nie zostanie zaliczone w terminie 2 tygodni od dnia jego wykonania konieczne jest powtórzenie ćwiczenia dla nowych założeń. Aby zaliczyć laboratoria należy zdobyć przynajmniej 1 punkt z każdego z 7 ćwiczeń oraz przesłać prowadzącemu skany wszystkich przyjętych sprawozdań (w jednym pliku pdf, przed końcem semestru).

### 4.3. ZESTAWIENIE OZNACZEŃ

Oznaczenie	Opis	Jednostka
x-x	oś pręta	[-]
y-y	oś przekroju poprzecznego	[-]
z-z	oś przekroju poprzecznego	[-]
u-u	oś główna większej bezwładności (gdy nie pokrywa się z osią y-y)	[-]
v-v	oś główna mniejszej bezwładności (gdy nie pokrywa się z osią z-z)	[-]
b	szerokość przekroju	[mm]
h	wysokość przekroju	[mm]
r	promień przekroju poprzecznego	[mm]
d	średnica przekroju poprzecznego	[mm]
A	pole powierzchni przekroju poprzecznego	[mm <sup>2</sup> ]
S	moment statyczny przekroju	[mm <sup>3</sup> ]
I <sub>y</sub>	moment bezwładności względem osi y-y	[mm <sup>4</sup> ]
I <sub>z</sub>	moment bezwładności względem osi z-z	[mm <sup>4</sup> ]
I <sub>u</sub>	moment bezwładności względem osi u-u	[mm <sup>4</sup> ]
I <sub>v</sub>	moment bezwładności względem osi v-v	[mm <sup>4</sup> ]
I <sub>0</sub>	biegunowy moment bezwładności	[mm <sup>4</sup> ]
I <sub>(xy)</sub>	dewiacyjny moment bezwładności	[mm <sup>4</sup> ]
E	moduł sprężystości, moduł Younga	[N/mm <sup>2</sup> ]
G	moduł sprężystości poprzecznej	[N/mm <sup>2</sup> ]
ν	współczynnik Poissona w stanie sprężystym	[-]
H	reakcja pozioma	[N]
V	reakcja pionowa	[N]
N	siła osiowa	[N]
L	długość elementu	[mm]
ε	odkształcenie	[-]
s	naprężenie normalne	[N/mm <sup>2</sup> ]
t	naprężenia styczne	[ N/mm <sup>2</sup> ]
M <sub>y</sub>	moment zginający względem osi y-y	[Nmm]
M <sub>z</sub>	moment zginający względem osi z-z	[Nmm]
M <sub>x</sub> = M <sub>s</sub> = M <sub>T</sub>	moment skręcający	[Nmm]

# 1. OSIOWE ROZCIĄGANIE I ŚCISKANIE



## UWAGA!

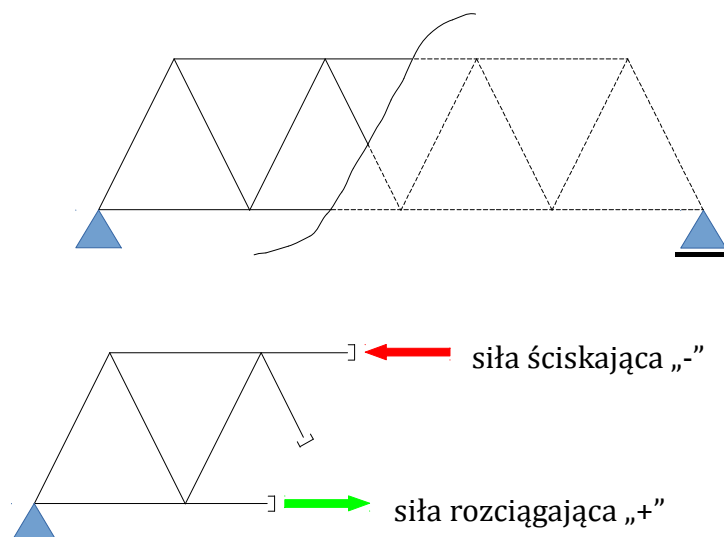
Wyniki obliczeń należy zaokrąglić do **setnych części [mm]** i **pełnej wielokrotności [N]**.

## 1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie sił osiowych w prętach kratownicy dla zadanej geometrii i obciążenia oraz porównanie wyników obliczeń statycznych z pomiarami doświadczalnymi.

## 2. Wstęp teoretyczny

Do obliczeń statycznych należy przyjąć znakowanie sił zgodne ze znakowaniem na poniższym rysunku.



Obliczenia należy wykonać wykorzystując metody: Rittera i równoważenia węzłów.

## 3. Przebieg eksperymentu

### 3.1. Wydanie tematu

Przed rozpoczęciem eksperymentu prowadzący zajęcia wydaje jeden z tematów, przedstawionych w pkt. 4 niniejszego opracowania.

### 3.2. Kalibracja układu

Ze względu na konieczność osiągnięcia równowagi termicznej pręty kratownicy powinny być zainstalowane co najmniej 10 min przed rozpoczęciem kalibracji. Prowadzący zajęcia sprawdza czy wszystkie pręty kratownicy są odpowiednio zainstalowane w węzłach.



Zarówno podczas kalibracji jak i wykonywania pomiarów nie można dotykać prętów. Dotknięcie pręta może zakłócić równowagę termiczną układu, której brak negatywnie wpłynie na wyniki eksperymentu. Pręty nie mogą być obciążane podczas kalibracji.

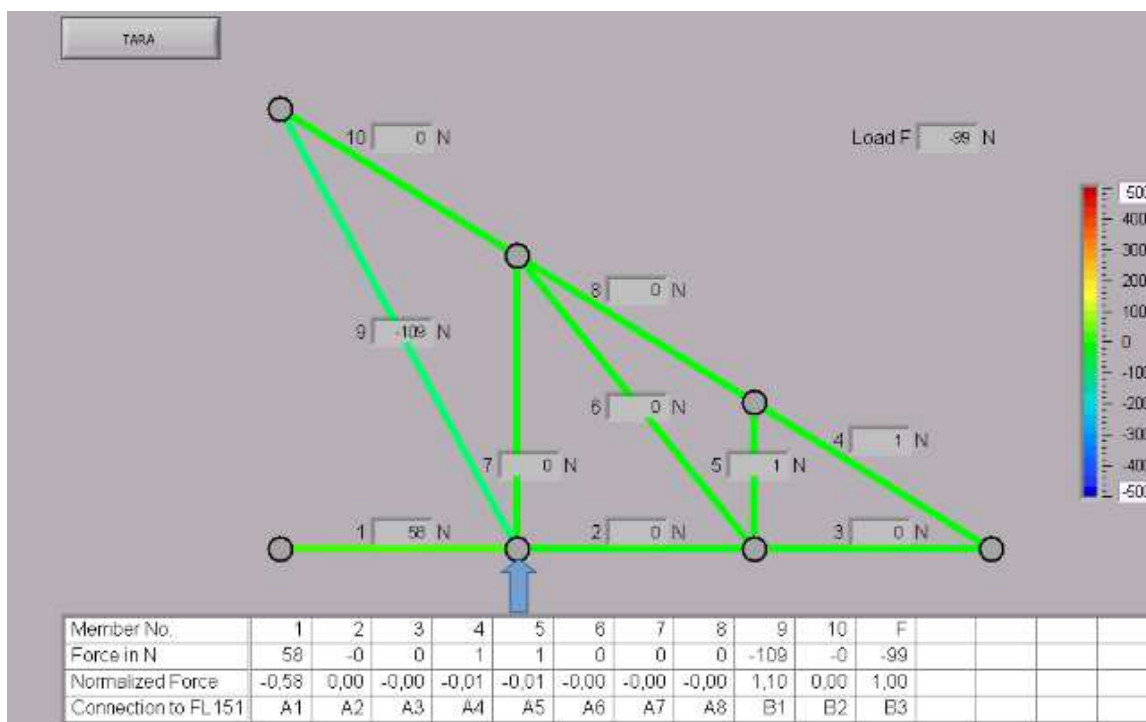
### 3.3. Obciążenie układu

Obciążenie układu ma miejsce po przeprowadzeniu obliczeń i teoretycznym wyznaczeniu sił w prętach kratownicy. Obciążenia kratownicy dokonuje prowadzący!!!

### 3.4. Odczytanie wyników

Wyniki zostaną wyświetlone przez prowadzącego na ekranie komputera w sposób przedstawiony na Rys. 1.

Z każdym prętym zintegrowany jest tensometr, który mierzy odkształcenie liniowe w punkcie, w środku długości pręta. Na podstawie zmierzonych odkształceń oraz znanych danych materiałowych i geometrycznych obliczane są siły osiowe działające w prętach kratownicy. Wyniki zostają zaprezentowane zarówno w formie liczbowej jak i graficznie, kolorem wg wyświetlanej w oknie programu skali (Rys. 1)



Rys. 1: Przykładowe przedstawienie wyników

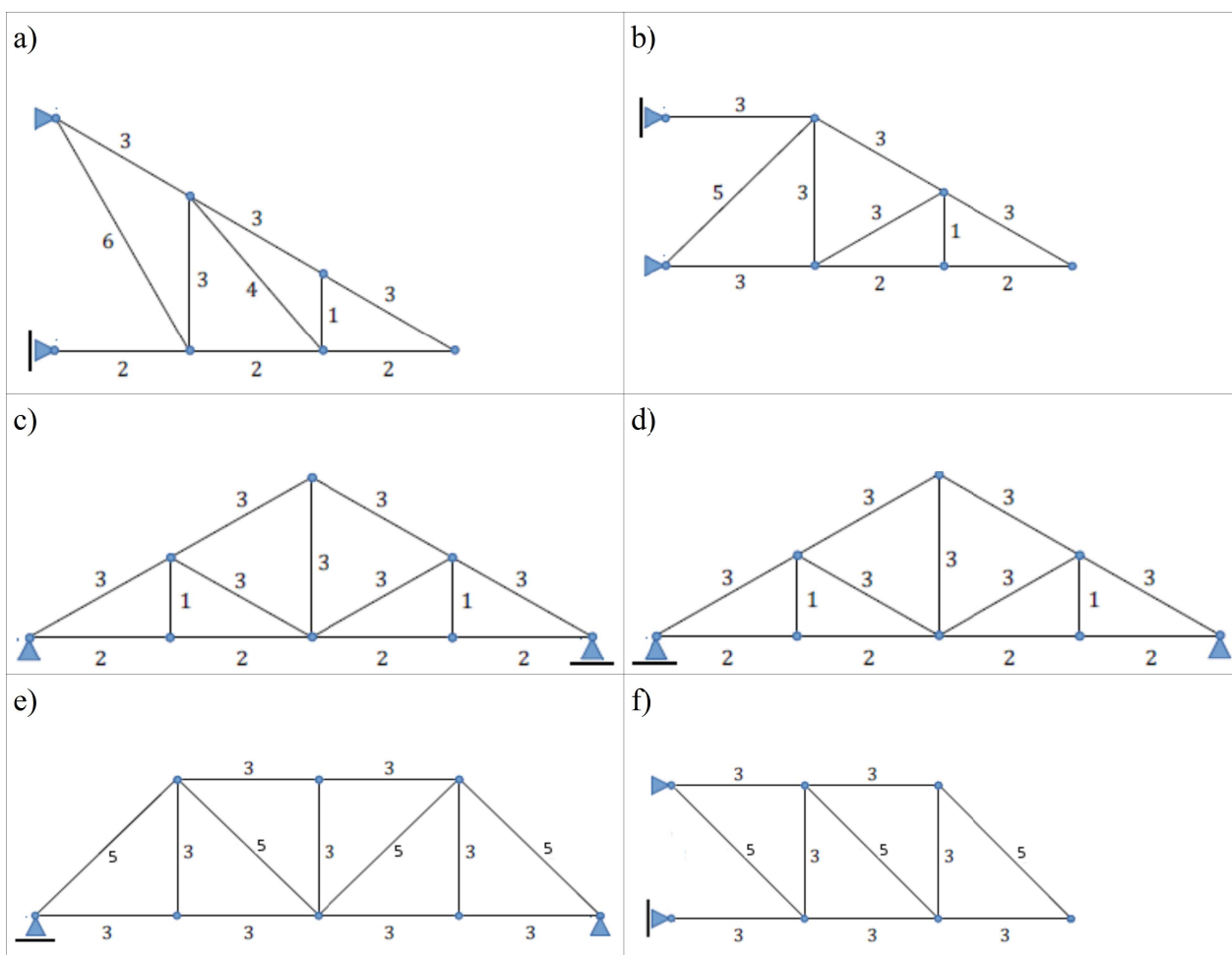
## 4. Opis stanowiska eksperymentalnego. Geometria kratownicy.

W Tabeli 3 przedstawiono możliwe schematy statyczne kratownicy z oznaczeniem typów prętów użytych do jej budowy. Długości prętów należy odczytać z Tabeli 2.

Tabela 2: Długości prętów

Typ pręta	1	2	3	4	5	6
Długość [mm]	150	259	300	397	424	520

Tabela 3: Możliwe schematy kratownic wraz z opisem użytych prętów (wg Tabeli 2)



## 5. Wzór sprawozdania

Politechnika Rzeszowska

Rzeszów, .....

Katedra Mechaniki Konstrukcji

2bb-d..., LP.....

.....

.....

.....

**Laboratorium z Wytrzymałości Materiałów**

**Sprawozdanie z ćwiczenia nr 1**

**Osiowe rozciąganie i ściskanie**

- 1. Schemat statyczny kratownicy wraz z wymiarami, zadaniem obciążeniem i przyjętymi oznaczeniami**

- 2. Obliczenie reakcji oraz sił przekrojowych w prętach kratownicy**

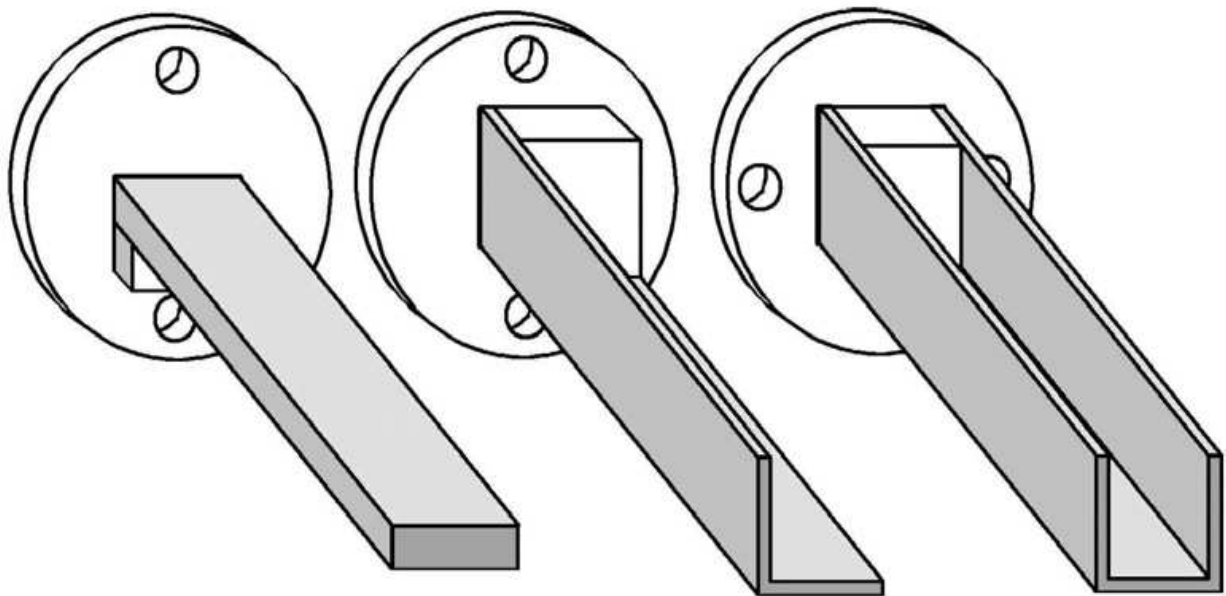
### 3. Wyniki pomiarów

Nr pręta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Siła obliczona [N]													
Siła pomierzona [N]													
Różnica [N]													
Różnica [%]													

### 4. Wnioski

## 2. ZGINANIE PROSTE

### Wyznaczenie ugięcia wspornika



## UWAGA!

Wyniki obliczeń należy zaokrąglić do **setnych części milimetra**, zgodnie z przykładem przedstawionym poniżej.

$$w_z = 2,346 \text{ [mm]} \approx 2,35 \text{ [mm]} ,$$

$$w_y = 10,34 \text{ [mm]}.$$

## 1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest pomiar pionowego przemieszczenia, tj. ugięcia wspornika za pomocą zegarowych czujników przemieszczeń i porównanie otrzymanych wyników z ugięciem obliczonym metodą analityczną.

## 2. Wstęp teoretyczny

Równanie łączące funkcję ugięcia z funkcją momentu zginającego przedstawiono poniżej. Jest to równanie różniczkowe drugiego stopnia, dlatego wyznaczenie funkcji linii ugięcia belki polega na dwukrotnym całkowaniu względem  $x$  funkcji momentu. Stałe całkowania wyznacza się na podstawie znanych warunków brzegowych.

$$\frac{d^2 w_z(x)}{dx^2} = - \frac{1}{EI_y} M_y(x)$$

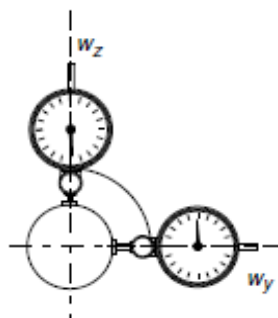
## 3. Przebieg eksperymentu

### 3.1. Wydanie tematu

Przed rozpoczęciem eksperymentu prowadzący zajęcia wyda jeden z tematów, przedstawionych w pkt. 5 niniejszego opracowania.

### 3.2. Kalibracja układu

Po zamontowaniu pręta o wybranym przekroju należy ustawić czujniki zegarowe mierzące przemieszczenie wertykalne ( $w_z$ ) i horyzontalne ( $w_y$ ) tak, jak na rysunku poniżej. Montując czujniki należy ustawić je tak, by wskazówki wskazywały wartość najbliższą zeru.

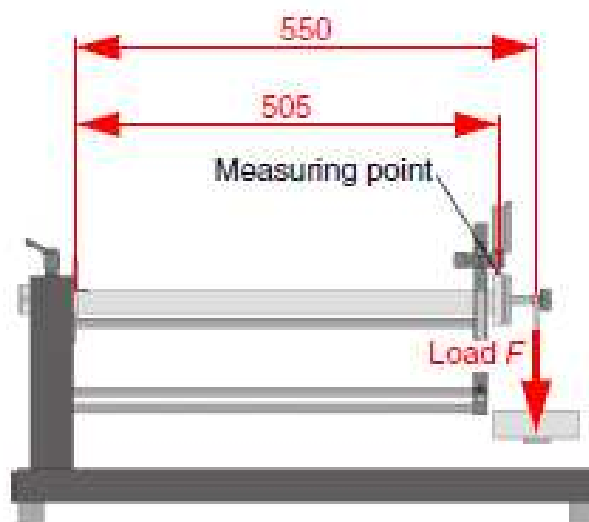


Wyniki kalibracji w postaci początkowych odchyłek należy zanotować!

Ugięcie pod obciążeniem będzie obliczane jako różnica ugięcia pod obciążeniem i ugięcia wspornika bez obciążenia.

### 3.3. Obciążenie układu

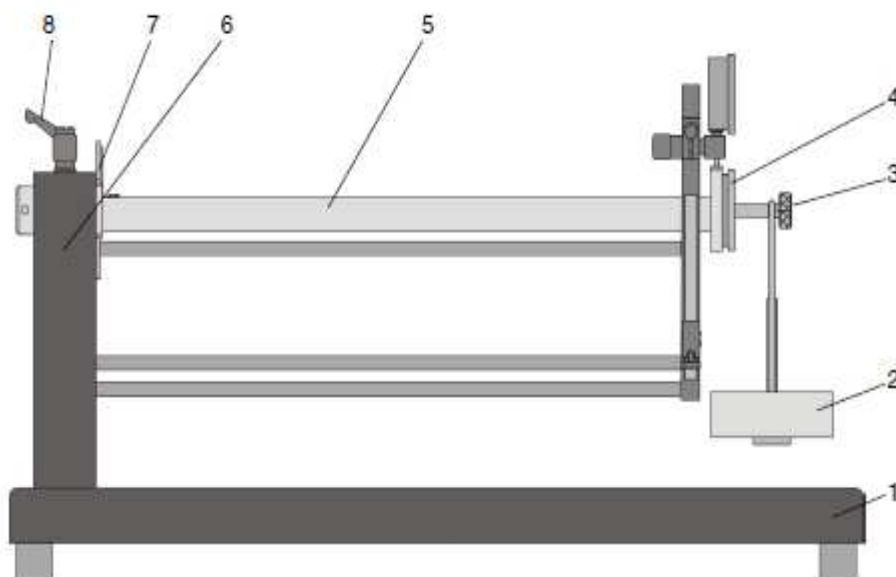
Ponieważ punkt przyłożenia siły  $F$  nie pokrywa się z miejscem pomiaru ugięcia przez czujniki zegarowe, należy w obliczeniach uwzględnić odległości ([mm]) pokazane na rysunku poniżej



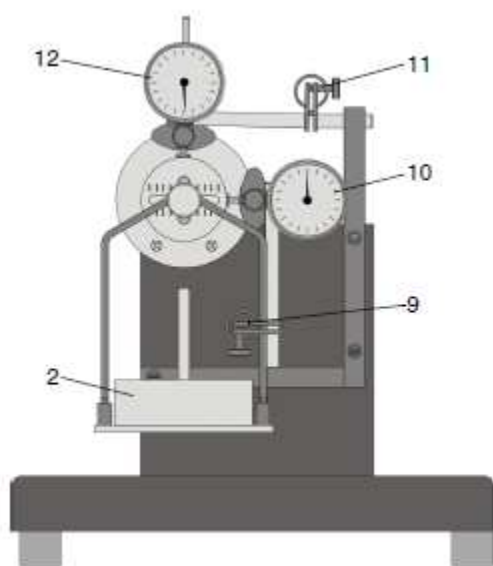
*Rys. 2: Rozmieszczenie punktów pomiaru przemieszczenia i przyłożenia obciążenia*

## 4. Opis stanowiska eksperymentalnego

Na Rys. 3 oraz Rys. 4 przedstawiono widok stanowiska (z boku i przodu), wraz z numeracją i opisem poszczególnych elementów. Wszystkie belki wykonane są ze stopu aluminium, materiału o module sprężystości równym **70000 [N/mm<sup>2</sup>]**.



Rys. 3: Widok z boku na stanowisko badawcze



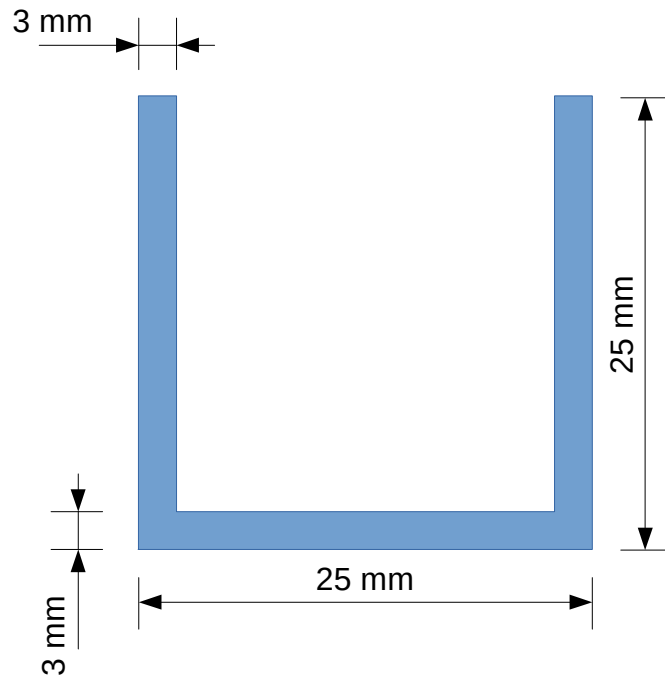
Rys. 4: Widok z przodu na stanowisko badawcze

1. Podstawa
2. Odważniki
3. Punkt przyłożenia obciążenia
4. Płytkę przenosząca obciążenie
5. Belka
6. Kolumna mocująca
7. Płytkę dociskającą do kolumny z kątomierzem
8. Zacisk
9. Regulator położenia wskaźnika zegarowego (horyzontalnego)
10. Wskaźnik zegarowy – horyzontalny
11. Regulator położenia wskaźnika zegarowego (wertykalnego)
12. Regulator położenia wskaźnika zegarowego (wertykalny)

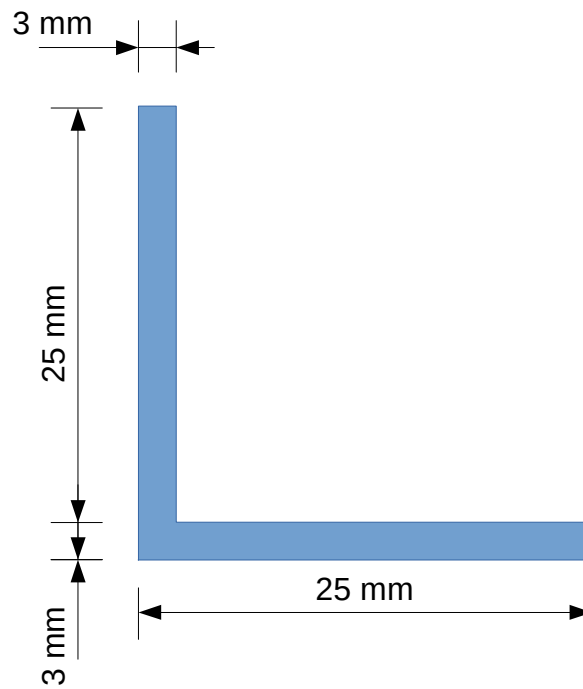


## 5. Dane przekroju

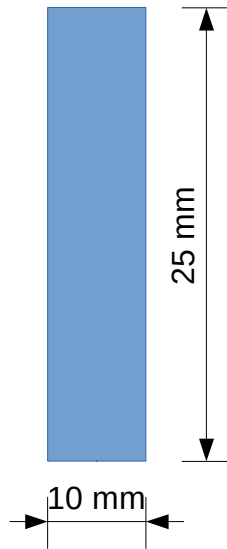
### 5.1. Ceownik



### 5.2. Kątownik



### 5.3. Płaskownik



### 6. Wzór sprawozdania

Politechnika Rzeszowska  
Katedra Mechaniki Konstrukcji  
2bb-d..., LP.....

Rzeszów, .....

.....  
.....  
.....

**Laboratorium z Wytrzymałości Materiałów**  
**Sprawozdanie z ćwiczenia nr 2**  
**Zginanie proste. Wyznaczenie ugięcia wspornika**

**1. Wyznaczenie środka ciężkości przekroju**

**2. Obliczenie głównych centralnych momentów bezwładności względem osi y-y  
i z-z**

### 3. Funkcja momentu zginającego

### 4. Funkcja ugięcia osi belki, obliczenie ugięcia belki w miejscu pomiaru

### 5. Wyniki pomiarów

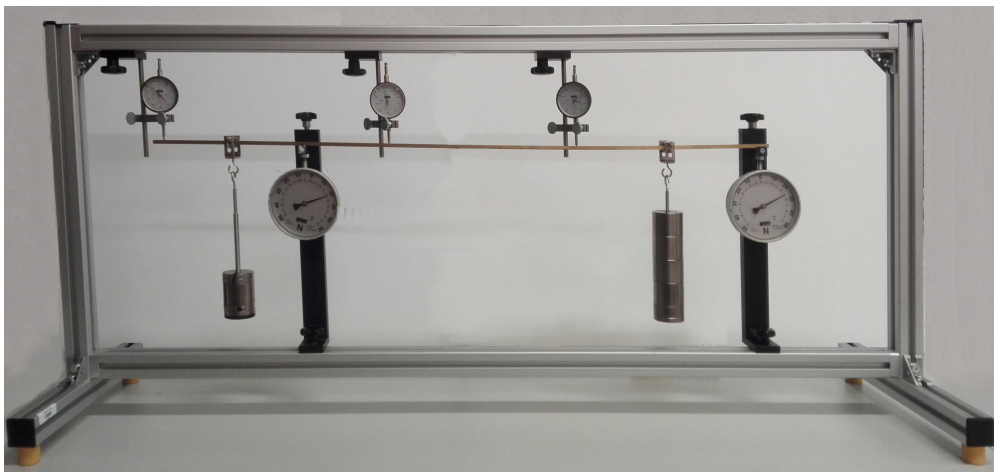
		Ugięcie	
		$w_y$	$w_z$
Pomiar 1	bez obciążenia [mm]		
	z obciążeniem [mm]		
	różnica [mm]		
Pomiar 2	bez obciążenia [mm]		
	z obciążeniem [mm]		
	różnica [mm]		
Pomiar 3	bez obciążenia [mm]		
	z obciążeniem [mm]		
	różnica [mm]		
ugięcie średnie [mm]			
ugięcie obliczone			
różnica [%]			

### 6. Wnioski

# **3. ZGINANIE PROSTE**

## **Ugięcia belek swobodnie podpartych**

### **Metoda Clebscha**



## UWAGA!

Wyniki obliczeń należy zaokrąglić do **setnych części milimetra**, zgodnie z przykładem przedstawionym poniżej.

$$w_z = 2,346 \text{ [mm]} \approx 2,35 \text{ [mm]} ,$$

$$w_z = 10,34 \text{ [mm]}.$$

## 1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest pomiar pionowego przemieszczenia w wyznaczonych punktach osi belki swobodnie podpartej za pomocą zegarowych czujników przemieszczeń i porównanie otrzymanych wyników z ugięciem obliczonym metodą Clebscha.

## 2. Wstęp teoretyczny

Równanie łączące funkcję ugięcia z funkcją momentu zginającego przedstawiono poniżej. Jest to równanie różniczkowe drugiego stopnia, dlatego wyznaczenie funkcji linii ugięcia belki polega na dwukrotnym całkowaniu względem  $x$  funkcji momentu. Stałe całkowania wyznacza się na podstawie znanych warunków brzegowych.

$$\frac{d^2 w_z(x)}{dx^2} = - \frac{1}{EI_y} M_y(x)$$

## 3. Przebieg eksperymentu

### 3.1. Wydanie tematu

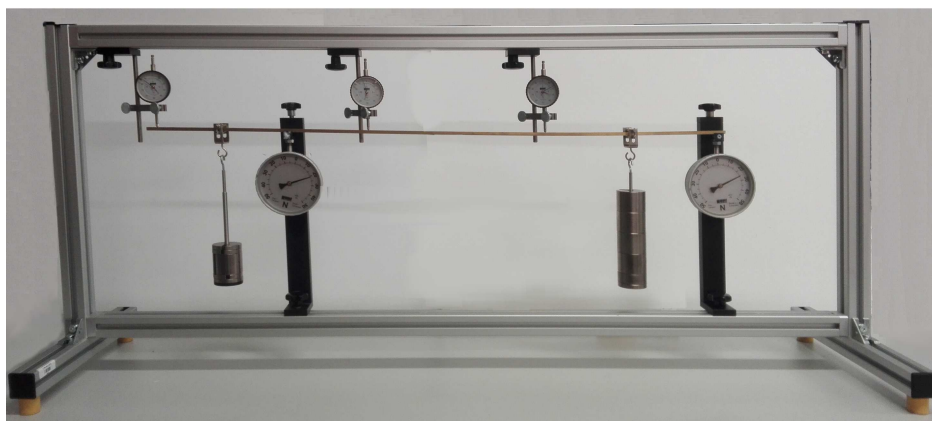
Przed rozpoczęciem eksperymentu prowadzący zajęcia wyda jeden z tematów, przedstawionych w pkt. 4 niniejszego opracowania.

### 3.2. Kalibracja układu

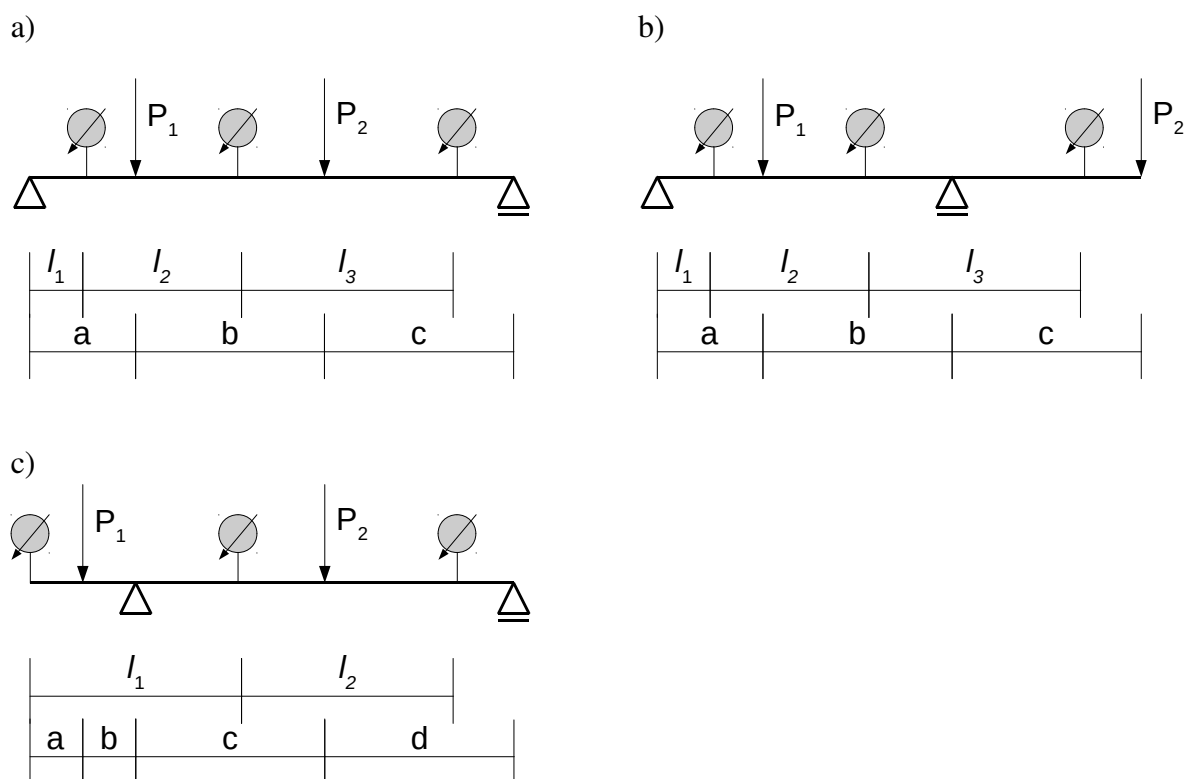
Po zamontowaniu wskazanego pręta należy ustawić czujniki zegarowe mierzące przemieszczenie pionowe. Montując czujniki należy ustawić je tak, by wskazówki wskazywały wartość najbliższą zeru. Ugięcie pod obciążeniem będzie obliczane jako różnica ugięcia po obciążeniu i ugięcia belki bez obciążenia, dlatego należy zanotować wskazania czujników przed zawieszeniem ciężarków.

## 4. Opis stanowiska eksperymentalnego

Na Rys. 5 przedstawiono widok stanowiska badawczego. Wszystkie pręty wykorzystywane w zadaniu mają długość 1000 mm, jednak różnią się wymiarami przekroju oraz materiałem, z którego zostały wykonane. Dane dotyczące geometrii i charakterystyk materiałowych zostały przedstawione w Tabeli 4. Na Rys. 6 podano przykładowe tematy ćwiczeń.



Rys. 5: Stanowisko badawcze



Rys. 6: Przykładowe tematy ćwiczeń

Materiał	b	h	l	E
	[mm]	[mm]	[mm]	[kN/mm <sup>2</sup> ]
Stal	20	3	1000	210
	20	4	1000	210
	20	6	1000	210
Mosiądz	20	6	1000	97
Aluminium	20	6	1000	69

*Tabela 4: Wymiary próbek oraz wybrane charakterystyki materiałowe*

## 5. Wzór sprawozdania



Politechnika Rzeszowska

Rzeszów, .....

Katedra Mechaniki Konstrukcji

2bb-d..., LP.....

.....  
.....  
.....

### **Laboratorium z Wytrzymałości Materiałów**

#### **Sprawozdanie z ćwiczenia nr 3**

#### **Ugięcia belek swobodnie podpartych. Metoda Clebscha.**

- 1. Schemat belki wraz z zadaniem obciążeniem, rozmieszczeniem czujników oraz przyjętymi oznaczeniami.**
- 2. Dane materiałowe**
- 3. Obliczenie niezbędnych charakterystyk geometrycznych przekroju**
- 4. Funkcja momentu zginającego**
- 5. Funkcja ugięcia osi belki, obliczenie ugięć osi belki w zadanych punktach (metoda Clebscha)**

## 6. Wyniki pomiarów

		Ugięcie $w_z$		
		Punkt 1	Punkt 2	Punkt 3
Pomiar 1	bez obciążenia [mm]			
	z obciążeniem [mm]			
	różnica [mm]			
Pomiar 2	bez obciążenia [mm]			
	z obciążeniem [mm]			
	różnica [mm]			
Pomiar 3	bez obciążenia [mm]			
	z obciążeniem [mm]			
	różnica [mm]			
ugięcie średnie [mm]				
ugięcie obliczone				
różnica [%]				

## 7. Wnioski

## 4. ZASADA SUPERPOZYCJI



## UWAGA!

Wyniki obliczeń należy zaokrąglić do **setnych części milimetra**, zgodnie z przykładem przedstawionym poniżej.

$$w_z = 2,346 \text{ [mm]} \approx 2,35 \text{ [mm]},$$

$$w_z = 10,34 \text{ [mm]}.$$

## 1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest eksperymentalna weryfikacja zasady superpozycji przy pomocy pomiaru sił, będących reakcjami podpór oraz pomiaru pionowego przemieszczenia w wyznaczonych punktach osi belki i porównania otrzymanych wyników z reakcjami/ugięciami obliczonymi teoretycznie. Do obliczania ugięć można zastosować dowolną z poznanych metod.

## 2. Wstęp teoretyczny

Zgodnie ze stosowaną w mechanice zasadą superpozycji efekt oddziaływania kilku obciążeń równocześnie jest równy sumie efektów wywołanych przez każde z obciążeń osobno przykładanych do układu. Efektem działania obciążenia są między innymi reakcje podpór oraz przemieszczenia konstrukcji.

Do obliczania reakcji należy zastosować zasady poznane w trakcie modułu „Mechanika teoretyczna”.

Równanie łączące funkcję ugięcia z funkcją momentu zginającego przedstawiono poniżej. Jest to równanie różniczkowe drugiego stopnia, dlatego wyznaczenie funkcji linii ugięcia belki polega na dwukrotnym całkowaniu względem  $x$  funkcji momentu. Funkcja momentu zależy od obciążenia przyłożonego do układu i w trakcie ćwiczenia będzie przybierała różne postaci. Stałe całkowania wyznacza się na podstawie znanych warunków brzegowych.

$$\frac{d^2 w_z(x)}{dx^2} = - \frac{1}{EI_y} M_y(x)$$

## 3. Przebieg eksperymentu

### 3.1. Wydanie tematu

Przed rozpoczęciem eksperymentu prowadzący zajęcia wyda jeden z tematów, przedstawionych w pkt. 4 niniejszego opracowania.

### 3.2. Kalibracja układu

Po zamontowaniu wskazanego pręta należy ustawić czujniki zegarowe mierzące przemieszczenie pionowe oraz siłomierze umożliwiające pomiar reakcji podpór. Montując czujniki należy ustawić je tak, by wskazówki wskazywały wartość najbliższą zeru. Zarówno ugięcia jak i reakcje pod obciążeniem będą obliczane jako różnica odpowiednio ugięcia/reakcji po obciążeniu i ugięcia/reakcji bez obciążenia, dlatego należy zanotować wskazania czujników przed zawieszeniem ciężarków.

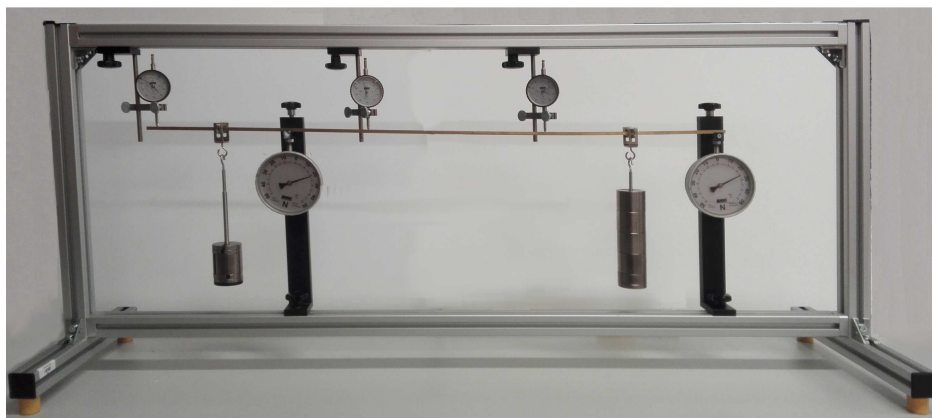
### 3.3. Wykonanie eksperymentu

Wykonanie eksperymentu wymaga trzykrotnego powtórzenia procedury obciążania i odciażania układu uwzględniając kolejno:

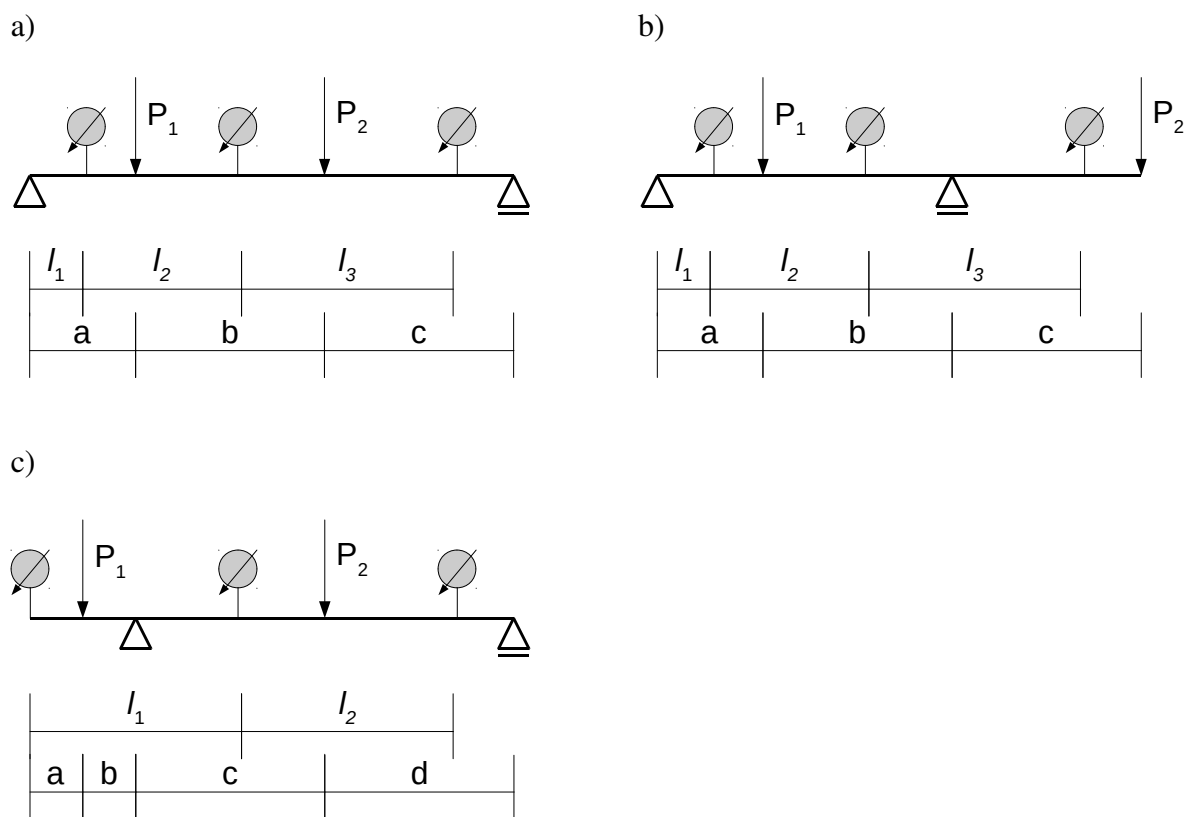
1. obciążenie wyłącznie siłą  $P_1$ ,
2. obciążenie wyłącznie siłą  $P_2$ ,
3. jednoczesne obciążenie siłami  $P_1$  i  $P_2$

## 4. Opis stanowiska eksperymentalnego

Na Rys. 7 przedstawiono widok stanowiska badawczego. Wszystkie pręty wykorzystywane w zadaniu mają długość 1000 mm, jednak różnią się wymiarami przekroju oraz materiałem, z którego zostały wykonane. Dane dotyczące geometrii i charakterystyk materiałowych zostały przedstawione w Tabeli 5. Przykładowe tematy ćwiczeń zestawiono na Rys. 8.



Rys. 7: Stanowisko badawcze



Rys. 8: Przykładowe tematy ćwiczeń

Materiał	b	h	l	E
	[mm]	[mm]	[mm]	[kN/mm <sup>2</sup> ]
Stal	20	3	1000	210
	20	4	1000	210
	20	6	1000	210
Mosiądz	20	6	1000	97
Aluminium	20	6	1000	69

*Tabela 5: Wymiary próbek oraz wybrane charakterystyki materiałowe*

## 5. Wzór sprawozdania

Politechnika Rzeszowska

Rzeszów, .....

Katedra Mechaniki Konstrukcji

2bb-d..., LP.....

.....

.....

.....

### **Laboratorium z Wytrzymałości Materiałów**

#### **Sprawozdanie z ćwiczenia nr 4**

#### **Zasada superpozycji**

**1. Schemat belki wraz z zadaniem obciążeniem, rozmieszczeniem czujników oraz przyjętymi oznaczeniami.**

**2. Dane materiałowe**

**3. Obliczenie niezbędnych charakterystyk geometrycznych przekroju**

**4. Obliczenie reakcji oraz wartości ugięć w wyznaczonych punktach (metoda dowolna):**

- Obciążenie tylko siłą  $P_1$ :



- Obciążenie tylko siłą  $P_2$ .

- Obciążenie siłą  $P_1$  i  $P_2$  równocześnie:

**5. Wyniki pomiarów**

Obciążenie tylko siłą $P_1$		Ugięcie $w_z$ [mm]			Reakcje [N]	
		Punkt 1	Punkt 2	Punkt 3	Podpora A	Podpora B
Pomiar 1	bez obciążenia					
	z obciążeniem					
	różnica					
Pomiar 2	bez obciążenia					
	z obciążeniem					
	różnica					
Pomiar 3	bez obciążenia					
	z obciążeniem					
	różnica					
wartość średnie						
wartość obliczona						
różnica [%]						

Obciążenie tylko siłą $P_2$		Ugięcie $w_z$ [mm]			Reakcje [N]	
		Punkt 1	Punkt 2	Punkt 3	Podpora A	Podpora B
Pomiar 1	bez obciążenia					
	z obciążeniem					
	różnica					
Pomiar 2	bez obciążenia					
	z obciążeniem					
	różnica					
Pomiar 3	bez obciążenia					
	z obciążeniem					
	różnica					
wartość średnie						
wartość obliczona						
różnica [%]						

Obciążenie siłą $P_1$ i $P_2$		Ugięcie $w_z$ [mm]			Reakcje [N]	
		Punkt 1	Punkt 2	Punkt 3	Podpora A	Podpora B
Pomiar 1	bez obciążenia					
	z obciążeniem					
	różnica					
Pomiar 2	bez obciążenia					
	z obciążeniem					
	różnica					
Pomiar 3	bez obciążenia					
	z obciążeniem					
	różnica					
wartość średnie						
wartość obliczona						
różnica [%]						

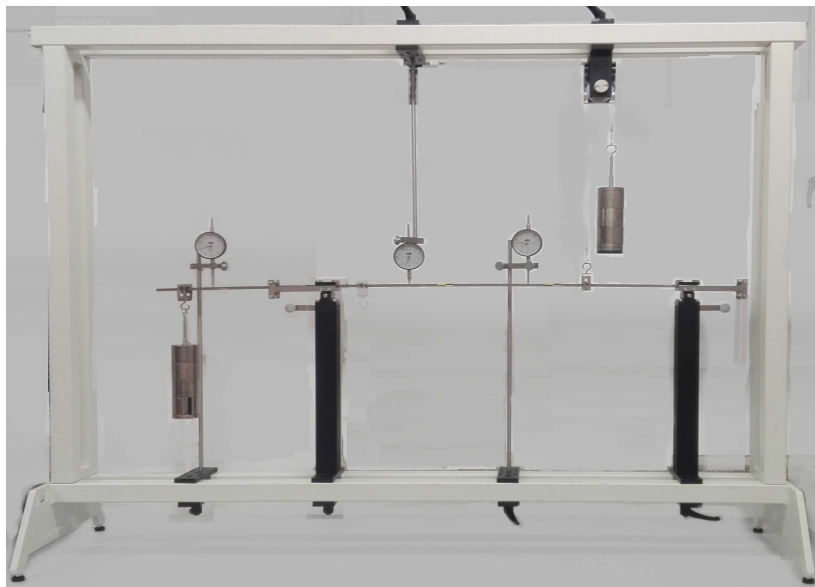
## 6. Wnioski



# **5. ZGINANIE PROSTE**

## **Ugięcia belek swobodnie podpartych**

### **Metoda obciążeń wtórnych**



## UWAGA!

Wyniki obliczeń należy zaokrąglić do **setnych części milimetra**, zgodnie z przykładem przedstawionym poniżej.

$$w_z = 2,346 \text{ [mm]} \approx 2,35 \text{ [mm]} ,$$

$$w_y = 10,34 \text{ [mm]}.$$

## 1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest pomiar pionowego przemieszczenia w wyznaczonych punktach osi belki swobodnie podpartej za pomocą zegarowych czujników przemieszczeń i porównanie otrzymanych wyników z ugięciem obliczonym metodą obciążeń wtórnych.

## 2. Wstęp teoretyczny

Równanie łączące funkcję ugięcia z funkcją momentu zginającego przedstawiono poniżej. Jest to równanie różniczkowe drugiego stopnia, dlatego wyznaczenie funkcji linii ugięcia belki polega na dwukrotnym całkowaniu względem  $x$  funkcji momentu. Stałe całkowania wyznacza się na podstawie znanych warunków brzegowych.

$$\frac{d^2 w_z(x)}{dx^2} = - \frac{1}{EI_y} M_y(x)$$

## 3. Przebieg eksperymentu

### 3.1. Wydanie tematu

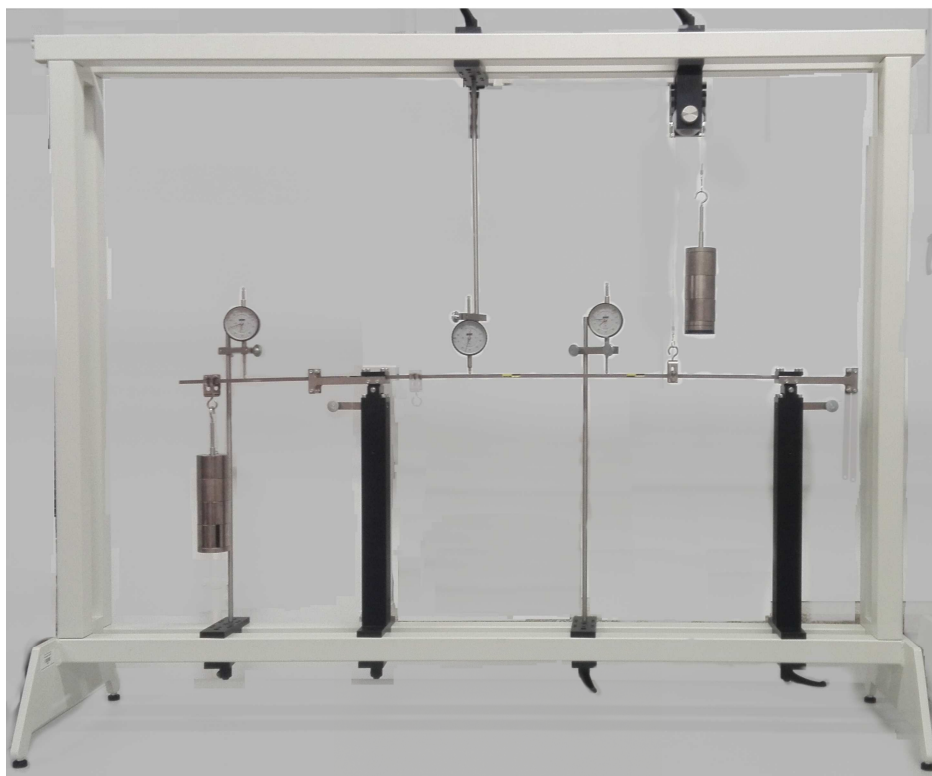
Przed rozpoczęciem eksperymentu prowadzący zajęcia wyda jeden z tematów, przedstawionych w pkt. 4 niniejszego opracowania.

### 3.2. Kalibracja układu

Po zamontowaniu wskazanego pręta należy ustawić czujniki zegarowe mierzące przemieszczenie pionowe. Montując czujniki należy ustawić je tak, by wskazówki wskazywały wartość najbliższą zeru. Ugięcie pod obciążeniem będzie obliczane jako różnica ugięcia po obciążeniu i ugięcia belki bez obciążenia, dlatego należy zanotować wskazania czujników przed zawieszeniem ciężarków.

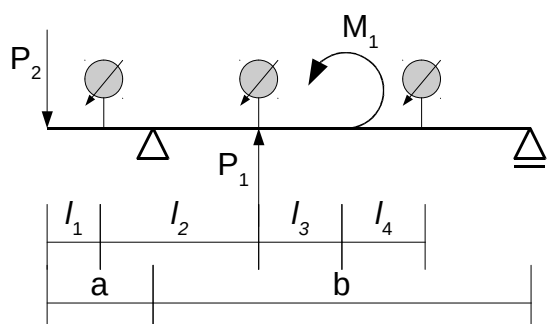
## 4. Opis stanowiska eksperymentalnego

Na Rys. 9 przedstawiono widok stanowiska badawczego. Wszystkie pręty wykorzystywane w zadaniu mają długość 1000 mm, jednak różnią się wymiarami przekroju oraz materiałem, z którego zostały wykonane. Dane dotyczące geometrii i charakterystyk materiałowych zostały przedstawione w Tabeli 6. Przykładowe tematy zadań przedstawiono na Rys. 10.

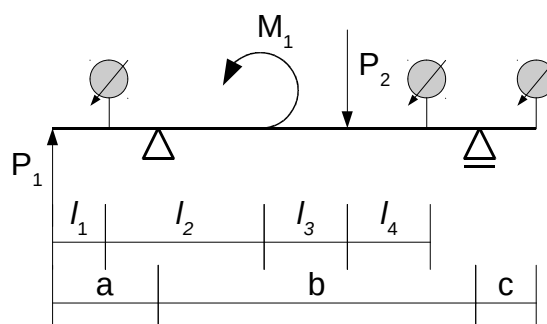


Rys. 9: Stanowisko badawcze

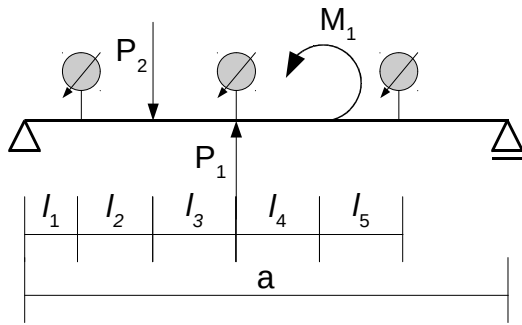
a)



b)



c)



Rys. 10: Przykładowe tematy ćwiczeń

Materiał	b	h	l	E
	[mm]	[mm]	[mm]	[kN/mm <sup>2</sup> ]
Stal	20	3	1000	210
	20	4	1000	210
	20	6	1000	210
Mosiądz	20	6	1000	97
Aluminium	20	6	1000	69

Tabela 6: Wymiary próbek oraz wybrane charakterystyki materiałowe

## 5. Wzór sprawozdania



Politechnika Rzeszowska  
Katedra Mechaniki Konstrukcji  
2bb-d..., LP.....

Rzeszów, .....

.....  
.....  
.....

**Laboratorium z Wytrzymałości Materiałów**  
**Sprawozdanie z ćwiczenia nr 5**  
**Ugięcia belek swobodnie podpartych. Metoda obciążeń wtórnych**

- 1. Schemat belki wraz z zadaniem obciążeniem, rozmieszczeniem czujników oraz przyjętymi oznaczeniami.**
  
- 2. Dane materiałowe**
  
- 3. Wykres momentu zginającego**
  
- 4. Belka z obciążeniem wtórnym**

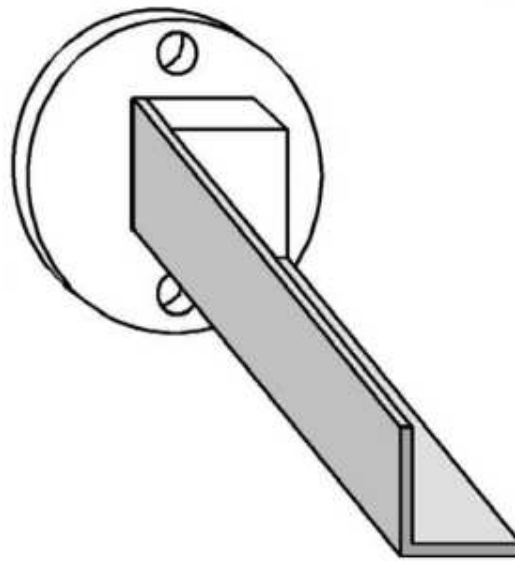
**5. Obliczenie niezbędnych charakterystyk geometrycznych przekroju****6. Obliczenie ugięcia osi belki w zadanych punktach****7. Wyniki pomiarów**

		Ugięcie $w_y$		
		Punkt 1	Punkt 2	Punkt 3
Pomiar 1	bez obciążenia [mm]			
	z obciążeniem [mm]			
	różnica [mm]			
Pomiar 2	bez obciążenia [mm]			
	z obciążeniem [mm]			
	różnica [mm]			
Pomiar 3	bez obciążenia [mm]			
	z obciążeniem [mm]			
	różnica [mm]			
ugięcie średnie [mm]				
ugięcie obliczone				
różnica [%]				

**8. Wnioski**

## 6. ZGINANIE UKOŚNE

### Wyznaczenie ugięcia wspornika



## UWAGA!

Wyniki obliczeń należy zaokrąglić do **setnych części milimetra**, zgodnie z przykładem przedstawionym poniżej.

$$w_z = 2,346 \text{ [mm]} \approx 2,35 \text{ [mm]},$$

$$w_y = 10,34 \text{ [mm]}.$$

## 1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest pomiar pionowego i poziomego przemieszczenia, tj. ugięcia wspornika za pomocą zegarowych czujników przemieszczeń i porównanie otrzymanych wyników z ugięciem obliczonym metodą analityczną.

## 2. Wstęp teoretyczny

Równanie łączące funkcję ugięcia z funkcją momentu zginającego przedstawiono poniżej. Jest to równanie różniczkowe drugiego stopnia, dlatego wyznaczenie funkcji linii ugięcia belki polega na dwukrotnym całkowaniu względem  $x$  funkcji momentu. Stałe całkowania wyznacza się na podstawie znanych warunków brzegowych.

$$\frac{d^2 w_v(x)}{dx^2} = - \frac{1}{E I_u} M_u(x)$$
$$\frac{d^2 w_u(x)}{dx^2} = - \frac{1}{E I_v} M_v(x)$$

Przyjęte we wzorach oznaczenia dotyczą głównych, centralnych osi bezwładności przekroju:  $u$  – oś o większej bezwładności,  $v$  – oś o mniejszej bezwładności (porównaj pkt. 5)

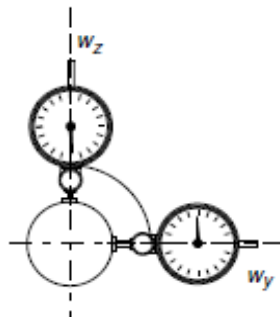
## 3. Przebieg eksperymentu

### 3.1. Wydanie tematu

Przed rozpoczęciem eksperymentu prowadzący zajęcia wyda jeden z tematów, przedstawionych w pkt. 5 niniejszego opracowania.

### 3.2. Kalibracja układu

Po zamontowaniu pręta o wybranym przekroju należy ustawić czujniki zegarowe mierzące przemieszczenie wertykalne ( $w_z$ ) i horyzontalne ( $w_y$ ) tak, jak na rysunku poniżej. Montując czujniki należy ustawić je tak, by wskazówki wskazywały wartość najbliższą zeru.

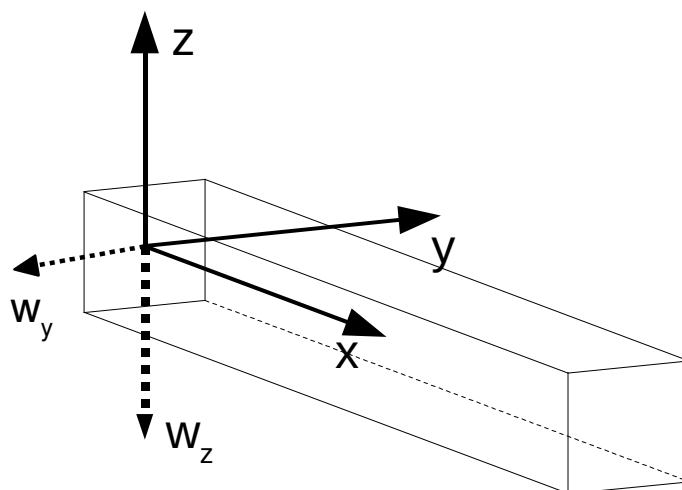


Wyniki kalibracji w postaci początkowych odchyłek należy zanotować!

Ugięcie pod obciążeniem będzie obliczane jako różnica ugięcia pod obciążeniem i ugięcia wspornika bez obciążenia.

### 3.3. Przyjęcie globalnego układu współrzędnych

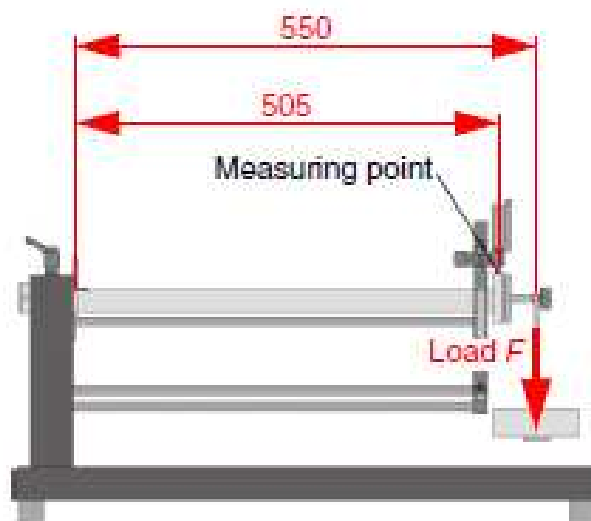
Pomiar ugięcia wspornika odbywa się w dwóch kierunkach: pionowym ( $z$ ) oraz poziomym ( $y$ ), jednak te dwa kierunki nie zawsze muszą pokrywać się z kierunkami głównych, centralnych osi bezwładności przekroju, co należy uwzględnić w obliczeniach



Rys. 11: Globalny układ współrzędnych wraz z przyjętymi oznaczeniami osi i odpowiadającymi tym osiom ugięciami

### 3.4. Obciążenie układu

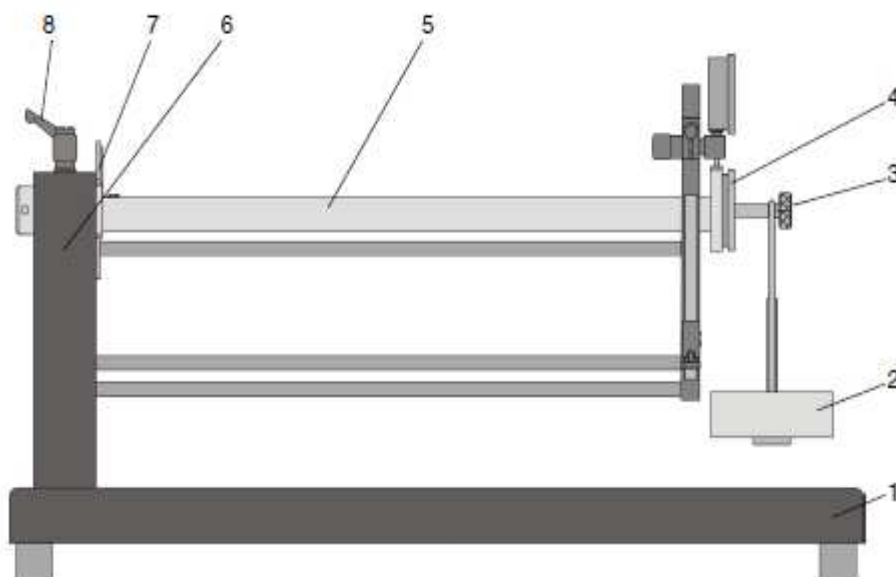
Ponieważ punkt przyłożenia siły  $F$  nie pokrywa się z miejscem pomiaru ugięcia przez czujniki zegarowe, należy w obliczeniach uwzględnić odległości ([mm]) pokazane na rysunku poniżej



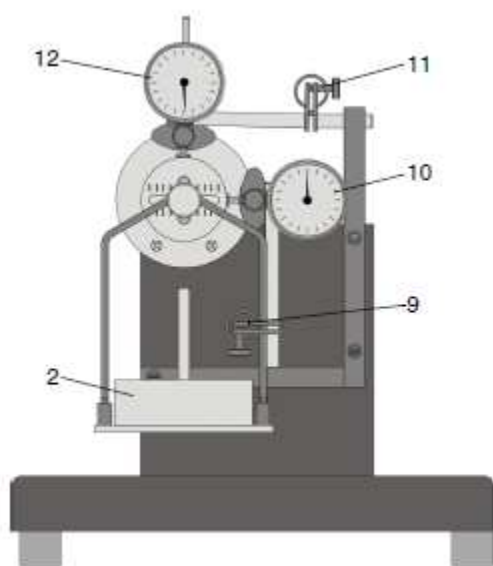
*Rys. 12: Rozmieszczenie punktów pomiaru przemieszczenia i przyłożenia obciążenia*

## 4. Opis stanowiska eksperymentalnego

Na Rys. 13 oraz Rys. 14 przedstawiono widok stanowiska (z boku i przodu), wraz z numeracją i opisem poszczególnych elementów. Wszystkie belki wykonane są ze stopu aluminium, materiału o module sprężystości równym  $70000 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ .



Rys. 13: Widok z boku na stanowisko badawcze

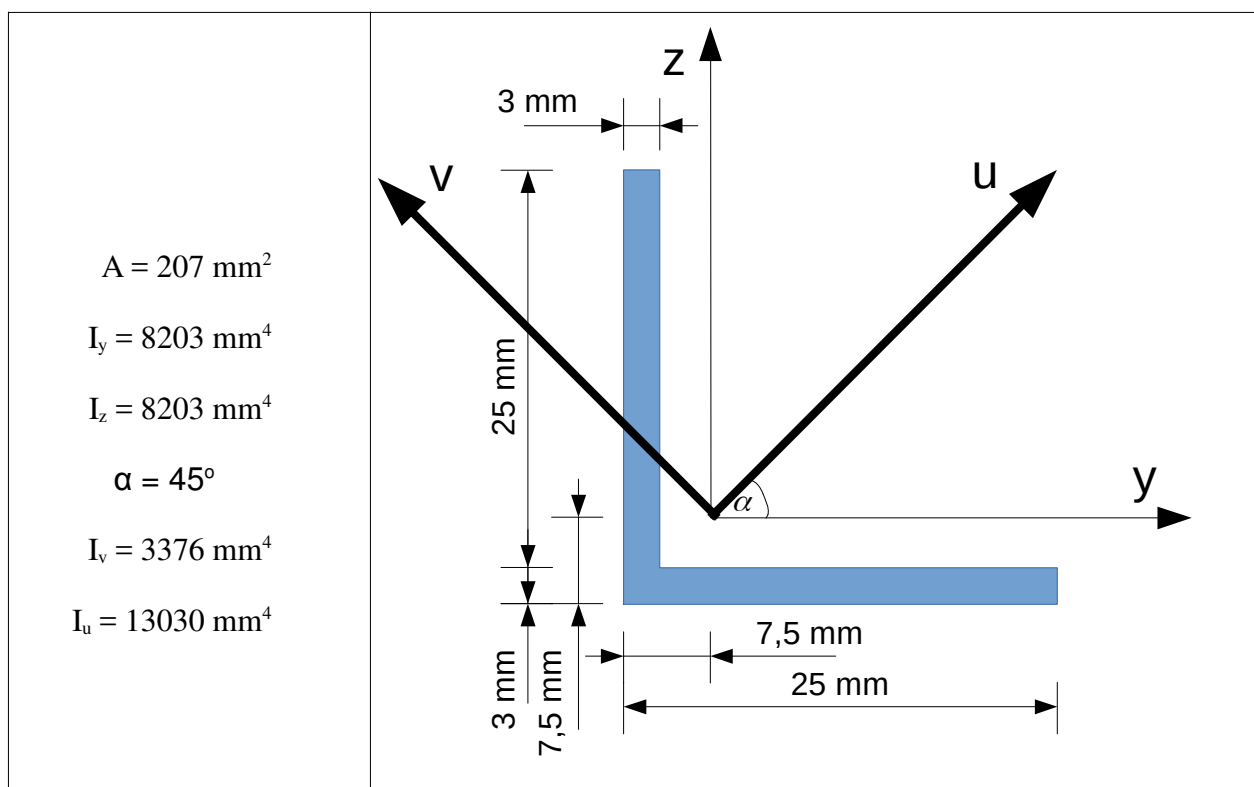


Rys. 14: Widok z przodu na stanowisko badawcze

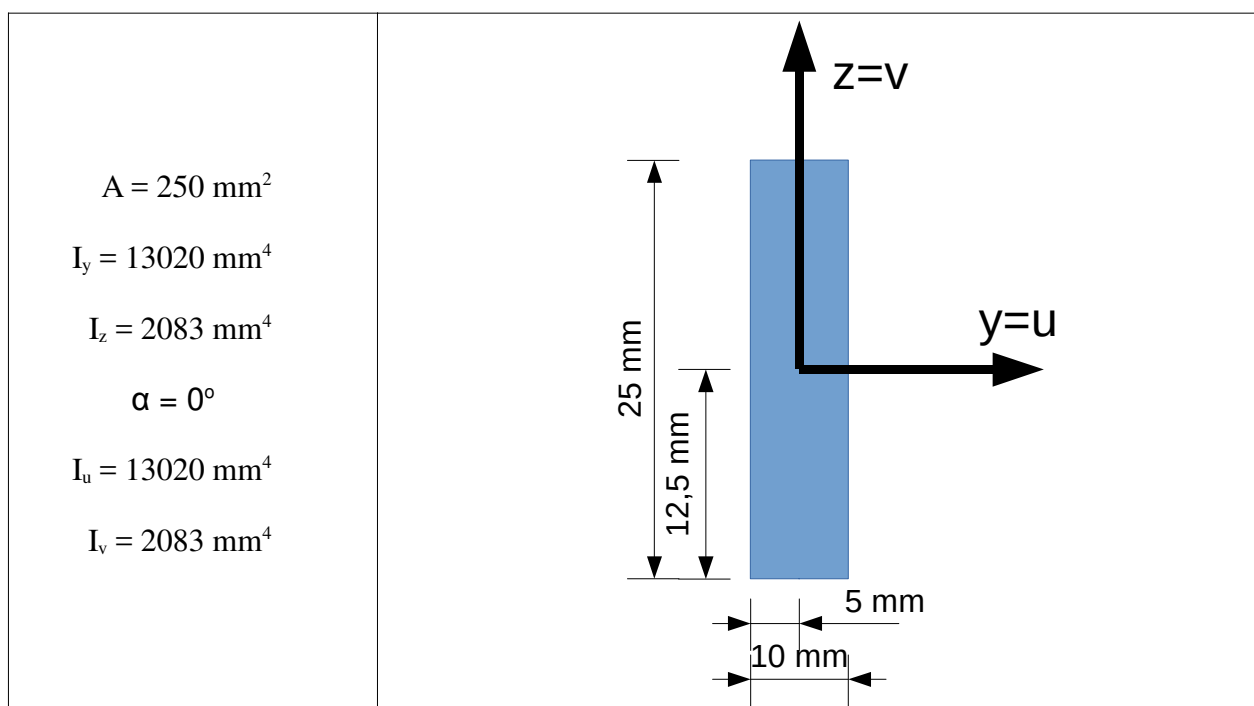
1. Podstawa
2. Odważniki
3. Punkt przyłożenia obciążenia
4. Płytkę przenoszącą obciążenie
5. Belka
6. Kolumna mocująca
7. Płytkę dociskającą do kolumny z kątomierzem
8. Zacisk
9. Regulator położenia wskaźnika zegarowego (horyzontalnego)
10. Wskaźnik zegarowy – horyzontalny
11. Regulator położenia wskaźnika zegarowego (wertykalnego)
12. Regulator położenia wskaźnika zegarowego (wertykalny)

## 5. Dane przekroju

### 5.1. Kątownik



### 5.2. Płaskownik



## 6. Wzór sprawozdania



Politechnika Rzeszowska

Rzeszów, .....

Katedra Mechaniki Konstrukcji

2bb-d..., LP.....

.....  
.....  
.....

**Laboratorium z Wytrzymałości Materiałów**  
**Sprawozdanie z ćwiczenia nr 6**  
**Zginanie ukośne. Wyznaczenie ugięcia wspornika**

**1. Schemat wspornika wraz z obciążeniem, przyjętymi oznaczeniami i określeniem położenia przekroju**

**2. Rozłożenie obciążenia na kierunki wyznaczone przez główne centralne osie bezwładności**

**3. Funkcja momentu zginającego względem osi głównych centralnych**

**4. Funkcja ugięcia osi belki, obliczenie ugięcia na kierunkach wyznaczonych przez główne centralne osie bezwładności**

**5. Obliczenie ugięcia w pionie i poziomie**

**6. Wyniki pomiarów**

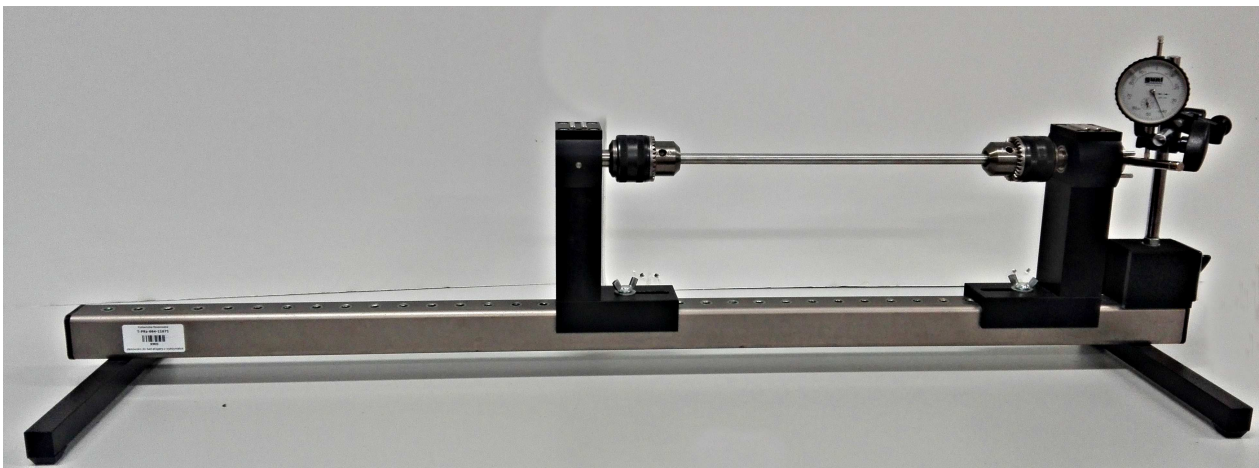
		Ugięcie	
		$w_y$	$w_z$
Pomiar 1	bez obciążenia [mm]		
	z obciążeniem [mm]		
	różnica [mm]		
Pomiar 2	bez obciążenia [mm]		
	z obciążeniem [mm]		
	różnica [mm]		
Pomiar 3	bez obciążenia [mm]		
	z obciążeniem [mm]		
	różnica [mm]		
ugięcie średnie [mm]			
ugięcie obliczone			
różnica [%]			

**7. Wnioski**



# 7. SKRĘCANIE

## Wyznaczanie kąta obrotu pręta skręcanego



**UWAGA!**

Wyniki obliczeń należy zaokrąglić do **setnych części zarówno milimetra jak i stopnia**, zgodnie z przykładem przedstawionym poniżej.

$$w_z = 2,346 \text{ [mm]} \approx 2,35 \text{ [mm]},$$

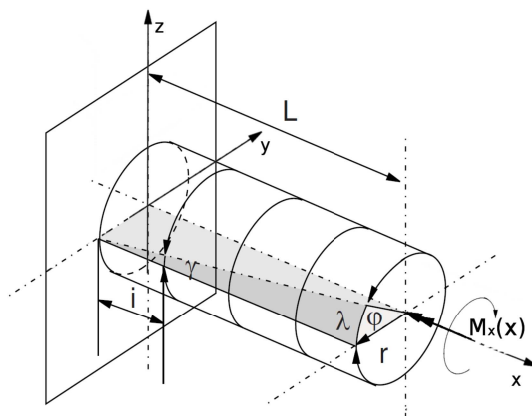
$$\varphi = 10,34 \text{ [°]}.$$

**1. Cel ćwiczenia**

Celem ćwiczenia jest obliczenie całkowitego kąta skręcenia  $\varphi$  pręta o długości  $l$  obciążonego stałym momentem skręcającym  $M_x(x)$  oraz porównanie otrzymanych wyników z wynikami pomiarów doświadczalnych.

**2. Wstęp teoretyczny**

Jeżeli możliwa jest redukcja układu sił zewnętrznych po jednej stronie przekroju do momentu, działającego w płaszczyźnie tego przekroju, o wektorze równoległym do osi pręta mamy wtedy do czynienia ze skręcaniem. Z uwagi na przyjęty układ współrzędnych (Rys. 15) moment skręcający oznaczany jest jako  $M_x$  (wektor momentu równoległy do osi  $x$ ), jednak w literaturze występują również oznaczenia  $M_s$  (moment skręcający) oraz  $M_t$  (ang. torsional moment).



Rys. 15: Kąt skręcania

Kąt  $\varphi$ , o jaki obróca się względem siebie dwa przekroje pręta obciążonego stałym momentem skręcającym, oddalone o  $l$  wyraża się wzorem:

$$\varphi = \frac{M_x \cdot l}{G I_0},$$

gdzie:

$M_x$  - moment skręcający,

$G$  - moduł Kirchhoffa,

$I_0$  - biegunowy moment bezwładności.

W analizowanym pręcie rozważane są dwa skrajne przekroje, więc odległość pomiędzy nimi jest równa długości pręta.

Moment skręcający jest wywoływany przez siłę  $F$  działającą na ramieniu  $a=100[mm]$ , zatem jest stały na całej długości pręta i obliczany z zależności:

$$M_x = F \cdot a \quad .$$

### 3. Przebieg eksperymentu

#### 3.1. Wydanie tematu

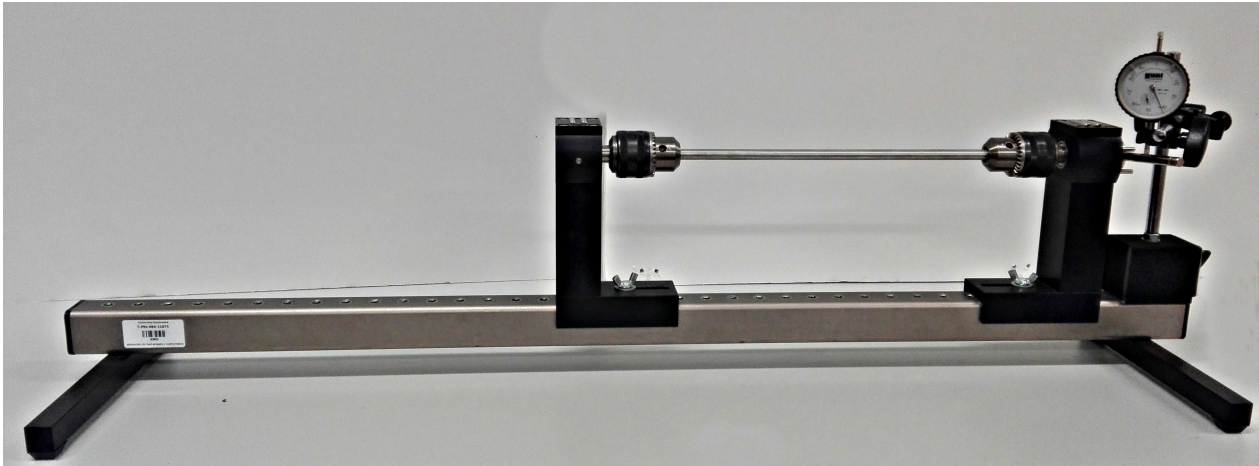
Przed rozpoczęciem eksperymentu prowadzący zajęcia określi średnice oraz długości prętów, materiały, z jakich zostały one wykonane oraz przykładowe obciążenie. Dostępne próbki zostały wyszczególnione w punkcie 5.

#### 3.2. Kalibracja układu

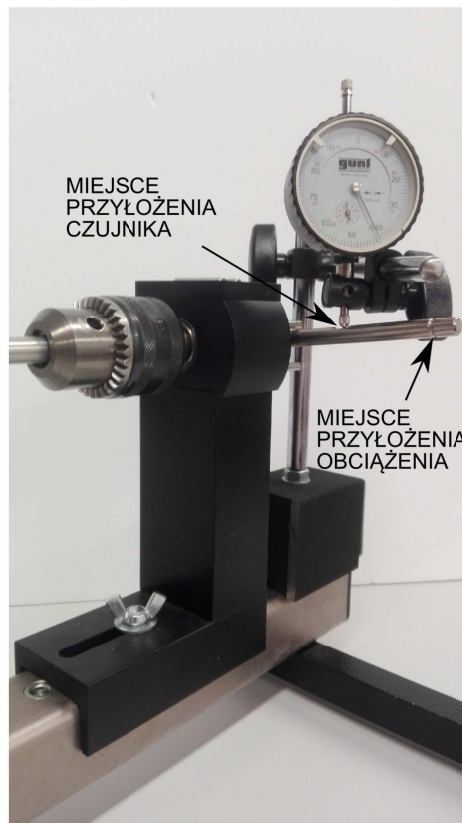
Po zamontowaniu pręta o wybranym przekroju należy odpowiednio ustawić czujnik zegarowy mierzący przemieszczenie pionowe. Sytuacja taka ma miejsce, gdy stopka czujnika umieszczona jest na wypłaszczeniu dźwigni, na której wieszane są obciążniki (Rys. 17). Odległość wskazanego miejsca została tak dobrana, że 1mm przemieszczenia w pionie odpowiada obrotowi o kąt  $1^\circ$ .

### 4. Opis stanowiska eksperymentalnego

Na Rys. 16 przedstawiono stanowisko pomiarowe ze wskazaniem miejsca przyłożenia obciążenia i pomiaru przemieszczenia pionowego.



*Rys. 16 Stanowisko pomiarowe*



*Rys. 17 Miejsca przyłożenia obciążenia i czujnika przemieszczeń*



## 5. Dane geometryczne i materiałowe dostępnych próbek

Dane geometryczne i materiałowe dostępnych próbek zostały przedstawione w Tabeli

Materiał	Moduł Kirchhoffa G[N/mm <sup>2</sup> ]	Wymiary
Aluminium	26950	Ø 10 x 50 mm Ø 10 x 240 mm Ø 10 x 340 mm Ø 10 x 440 mm Ø 10 x 540 mm Ø 10 x 640 mm
Mosiądz	38500	Ø 10 x 50 mm Ø 10 x 340 mm
Miedź	48000	Ø 10 x 50 mm Ø 10 x 340 mm
Stal	80850	Ø 5 x 50 mm Ø 5 x 340 mm Ø 6 x 50 mm Ø 6 x 340 mm Ø 7 x 50 mm Ø 7 x 340 mm Ø 8 x 50 mm Ø 8 x 340 mm Ø 10 x 50 mm Ø 10 x 340 mm Ø 12 x 50 mm Ø 12 x 340 mm

Politechnika Rzeszowska

Rzeszów, .....

Katedra Mechaniki Konstrukcji

2bb-d..., LP.....

.....  
.....  
.....

**Laboratorium z Wytrzymałości Materiałów**  
**Sprawozdanie z ćwiczenia nr 7**  
**Skrećanie. Wyznaczanie kąta obrotu pręta skręcanego**

**1. Schemat statyczny wraz z obciążeniem i przyjętymi oznaczeniami**

**2. Zestawienie cech geometrycznych i materiałowych zadanych próbek**

### 3. Obliczenie niezbędnych charakterystyk geometrycznych przekrojów oraz kąta skręcenia pod zadaniem obciążeniem

### 4. Wyniki pomiarów

		Kąt obrotu $\varphi$		
		Próbka 1	Próbka 2	Próbka 3
Pomiar 1	bez obciążenia [°]			
	z obciążeniem [°]			
	różnica [°]			
Pomiar 2	bez obciążenia [°]			
	z obciążeniem [°]			
	różnica [°]			
Pomiar 3	bez obciążenia [°]			
	z obciążeniem [°]			
	różnica [°]			
średni kąt obrotu [°]				
obliczony kąt obrotu [°]				
różnica [%]				

### 5. Wnioski