

# Pomiary małych rezystancji

**Cel:** Zapoznać się z podstawowymi metodami pomiaru małych rezystancji

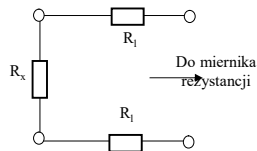
**Plan:**

1. Problemy pomiaru małych rezystancji
2. Pomiary małych rezystancji. Mostek Thomsona
3. Pomiary małych rezystancji. Omomierze z 4-przewodowym podłączeniem obiektu badanego

## 1. Problemy pomiaru małych rezystancji

Przy pomiarach **małych rezystancji** (poniżej ok.  $10 \Omega \dots 100 \Omega$ ) na wynik pomiaru wpływają rezystancje przewodów (rys. 1,a). Im mniejsza rezystancja pomiarowa tym większy wpływ rezystancji przewodów.

## 1. Problemy pomiaru małych rezystancji



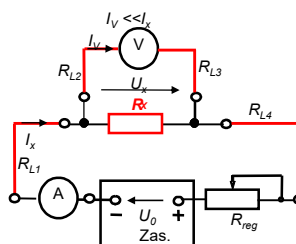
- Wpływ rezystancji przewodów  $\delta_{Rl} = \frac{2R_l}{R_x}$
- Dla **wartości średnich** (od ok.  $1 \text{ k}\Omega$  do ok.  $10 \text{ M}\Omega$ ) wpływ **przewodów** z rezystancją ok.  $R_l = 0,1 \Omega$  jest mniejszy od **0,01%**

## 2. Pomiary małych rezystancji

4- przewodowe podłączenie  
badanego rezystora do układu  
pomiarowego:

Rozdzielone obwody:  
prądowy (wymuszenie) i  
napięciowy (pomiar)

Zwykle prąd przez rezystor badany  
ma być stosunkowo duży



Jeśli  $R_V \gg R_x$  wtedy  $I_V \ll R_x$  i  $I_A = I_x$  stąd praktycznie  $U_V = U_x = I_x \times R_x$

$$R_x = \frac{U_x}{I_x} = \frac{U_V}{I_A}$$

## 2. Pomiary małych rezystancji

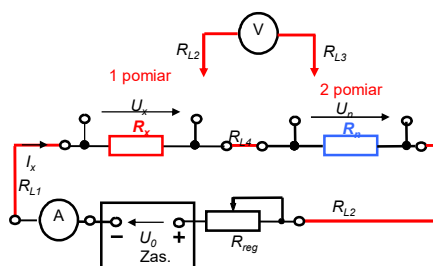
4- przewodowe podłączenie  
badanego rezystora do układu  
pomiarowego:

Rozdzielone obwody:

prądowy (wymuszenie) i  
napięciowy (pomiar).

Zwiększenie dokładności:

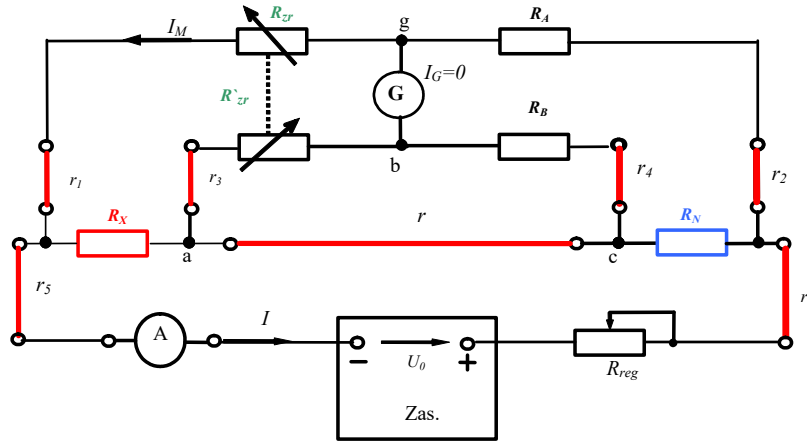
Pośredni pomiar prądu poprzez  
pomiar spadku napięcia na  
rezystorze wzorcowym  $R_n$



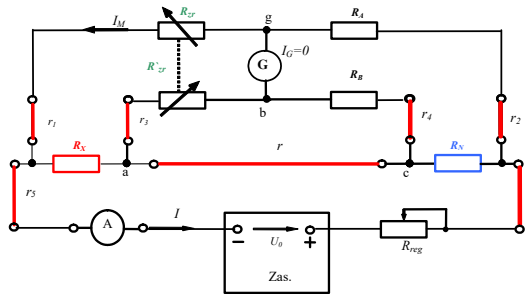
1 pomiar:  $U_{V1} = I_x \times R_x$ ; 2 pomiar:  $U_{V2} = I_x \times R_n$

$$\text{Wynik } R_x = \frac{U_x}{I_x} = \frac{U_{V1}}{\frac{U_{V2}}{R_n}} = \frac{U_{V1}}{U_{V2}} R_n$$

- 2. Pomiary małych rezystancji
- Mostek Thomsona



## 2. Pomiary małych rezystancji. Mostek Thomsona



Warunkiem zrównoważenia mostka (przy bardzo małej rezystancji  $r=0$ ) przewodu pomiędzy punktami a-c – prąd przez galwanometr równa się zero ( $I_G=0$ ) jest równanie

$$U_g = U_x - I_M \cdot R_{zr} = U_x - \frac{U_x + U_N}{R_{zr} + R_A} R_{zr} = 0$$

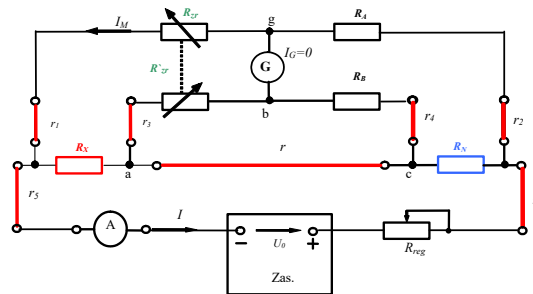
$$U_x R_B = U_N \cdot R_{zr}$$

$$I_M = \frac{U_x + U_N}{R_{zr} + R_A}$$

$$U_x = I \cdot R_x$$

$$U_N = I \cdot R_N$$

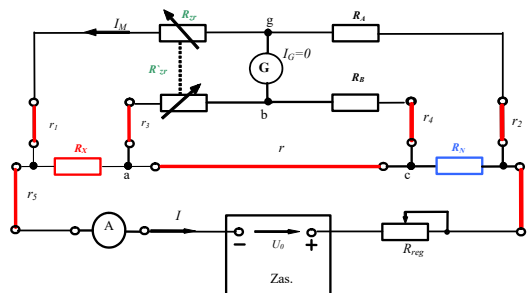
## 2. Pomiary małych rezystancji. Mostek Thomsona



Przy zrównoważeniu mostka – równanie pomiaru:

$$R_x = \frac{R_N \cdot R_{zr}}{R_A}$$

## 2. Pomiary małych rezystancji. Mostek Thomsona

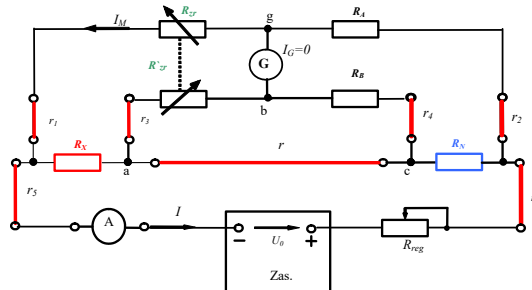


Na ogół przy pomiarach bardzo małych wartości rezystancji należy uwzględnić **niezerowe wartości rezystancji przewodów**, którymi podłącza się rezystor mierzony  $R_x$ , wzorcowy  $R_N$  oraz elementy mostka. Wtedy równanie mostka ma postać:

$$R_x = (R_{zr} + r_1) \frac{R_N}{R_B + r_2} + d$$

$$d = \frac{(R_A + r_4) \cdot r}{R_A + R'_{zr} + r_3 + r_4 + r} \left( \frac{R_{zr} + r_1}{R_B + r_2} - \frac{R'_z + r_3}{R_A + r_4} \right)$$

## 2. Pomiar małych rezystancji. Mostek Thomsona

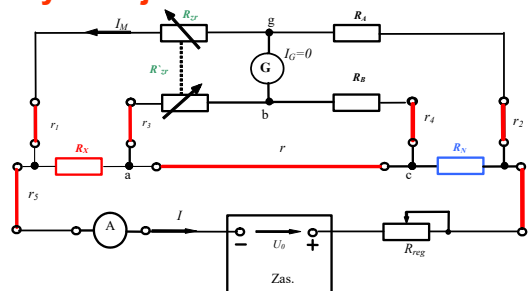


Na ogół przy pomiarach bardzo małych wartości rezystancji należy uwzględnić **niezerowe wartości rezystancji przewodów**, którymi podłącza się rezystor mierzony  $R_x$ , wzorcowy  $R_N$  oraz elementy mostka. Wtedy równanie mostka ma postać:

$$R_x = (R_{zr}' + r_1) \frac{R_N}{R_A + r_2} + d$$

$$d = \frac{(R_B + r_4) \cdot r}{R_B + R_{zr}' + r_3 + r_4 + r} \left( \frac{R_{zr} + r_1}{R_A + r_2} - \frac{R_N + r_3}{R_B + r_4} \right)$$

## 2. Pomiar małych rezystancji: Mostek Thomsona

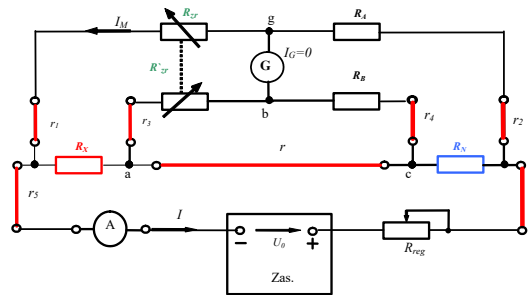


Zwykle rezystancja rezystora wzorcowego  $R_N = 10^k$ , gdzie  $k$  jest liczbą całkowitą ujemną lub dodatnią, oraz rezystancja rezystora też krotna 10:  $R_A = 10^m$ , gdzie  $m$  jest liczbą dodatnią ( $R_A = 10; 100; 1000; 10000 \Omega$ ), dlatego stosunek  $R_N/R_A = 10^n$  – jest krotny 10 ( $n$  liczba całkowita) i uproszczony wzór na wartość rezystancji mierzonej ma postać:

$$R_x = 10^n \cdot R_{zr}'$$

## 2. Pomiary małych rezystancji: Mostek Thomsona

$$R_x = \frac{R_N}{R_A} R_{zr} = 10^n \cdot R_{zr}$$



Mostki Thomsona wykorzystują się do pomiaru **małych wartości** rezystancji: w zakresie od  $10^{-8}$  do  $10^2 \Omega$ , jest to możliwe dzięki małym wartościom rezystancji  $R_N$  od  $10^{-5}$ ...do  $10 \Omega$ .

## Niepewność wyniku pomiaru mostkiem Thomsona

Względna złożona niepewność standardowa wyniku pomiaru rezystancji, obliczona metodą typu B:

$$u_{B,rel}(R_x) = \sqrt{\frac{\delta_{R_{zr},gr}^2 + \delta_{R_A,gr}^2 + \delta_{R_N,gr}^2}{3} + u_{B,rel}^2(R_{zr,kw}) + u_{B,rel}^2(R_{x,nc}) + u_{B,rel}^2(d)}$$

$\delta_{R_{zr},gr}; \delta_{R_A,gr}; \delta_{R_N,gr}$  - względne graniczne (dopuszczalne) odchylenia odpowiednich rezystancji mostka od wartości nominalnych;

## Niepewność wyniku pomiaru mostkiem Thomsona

Względna złożona niepewność standardowa wyniku pomiaru rezystancji, obliczona metodą typu B:

$$u_{B,rel}(R_x) = \sqrt{\frac{\delta_{Rr,gr}^2 + \delta_{Rl,gr}^2 + \delta_{RN,gr}^2}{3} + u_{B,rel}^2(R_{zr,kw}) + u_{B,rel}^2(R_{x,nc}) + u_{B,rel}^2(d)}$$

Względna niepewność od kwantowania (dyskretności) rezystancji zrównoważenia  $R_{zr}$  oblicza się z wzoru

$$u_{B,rel}(R_{zr,kw}) = \frac{0,5 \cdot \Delta R_{zr,kw}}{R_{zr} \cdot \sqrt{3}} 100\%$$

Względna niepewność od nieczułości oblicza się z wzoru

$$u_{cB,rel}(R_{x,nc}) = \frac{(\Delta R_{zr})_{0,1dz}}{R_{zr} \cdot \sqrt{3}} 100\%$$

gdzie  $(\Delta R_{zr})_{0,1dz}$  - zmiana rezystancji zrównoważenia wywołująca odchylenie wskaźnika galwanometru o 0,1 podziałki

## 5. Niepewność wyniku pomiaru mostkiem Thomsona

Względna złożona niepewność standardowa wyniku pomiaru rezystancji, obliczona metodą typu B:

$$u_{B,rel}(R_x) = \sqrt{\frac{\delta_{Rr,gr}^2 + \delta_{Rl,gr}^2 + \delta_{RN,gr}^2}{3} + u_{B,rel}^2(R_{zr,kw}) + u_{B,rel}^2(R_{x,nc}) + u_{B,rel}^2(d)}$$

Względna niepewność od członu  $d$  (niezerowej wartości rezystancji  $r \neq 0$ )

$$u_{B,rel}(d) = \frac{4\delta_{Rr,gr}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{r}{R_x} \cdot \frac{k}{1+k}$$

$$k = R_x / R_N$$



## 5. Niepewność wyniku pomiaru mostkiem Thomsona

- Przykłady:

- Wyznaczyć wartość rezystancji obiektu (w  $m\Omega$ ), mierzonej mostkiem Thomsona, jeśli wartość rezystancji opornika wzorcowego  $R_p = 0,01\Omega$ , wskazanie mostka rezystora zrównoważenia  $R_{zr} = R_p = 532,4\Omega$ , wartości rezystancji  $R_1 = R_2 = R_A = 100\Omega$ .

$$R_x = \frac{R_N}{R_A} R_{zr} = \frac{0,01\text{ Ohm}}{100\text{ Ohm}} 532,4\text{ Ohm} = 53,24\text{ mOhm}$$

## 5. Niepewność wyniku pomiaru mostkiem Thomsona

- Wyznaczyć wartość względnej  $u_{B,rel}(R_x)$  i bezwzględnej  $u_B(R_x)$  niepewności złożonej wyniku pomiaru mostkiem Thomsona rezystancji obiektu ( $R_x = 53,24\text{ m}\Omega$ ), jeśli względne dopuszczalne odchylenia rezystancji mostka i opornika wzorcowego od wartości nominalnej równe  $\delta_{Rn,gr} = \delta_{Rp,gr} = \delta_{RA,gr} = \pm 0,01\%$ , wartość równa połowie cyfry najmniej znaczącej rezystora zrównoważenia. Składową niepewność od członu  $d$  (niezerowej wartości rezystancji  $r \neq 0$ ) oraz od nieczułości pominąć.

$$u_{B,rel}(\Delta R_{kw}) = \frac{0,5 \cdot \Delta R_{zr,kw}}{R_{zr} \cdot \sqrt{3}} 100\% = \frac{0,5 \cdot 0,1\Omega}{532,4\Omega \cdot \sqrt{3}} 100\% = 0,00543\%$$

$$u_{B,rel}(R_x) = \sqrt{\frac{\delta_{Rzr,gr}^2 + \delta_{Rn,gr}^2 + \delta_{Rv,gr}^2}{3} + u_{B,rel}^2(R_{zr,kw})} =$$

$$= \sqrt{\frac{0,01^2 + 0,01^2 + 0,01^2}{3} + 0,00543^2} = 0,0114\%$$

$$u_B(R_x) = \frac{u_{B,rel}(R_x) \cdot R_x}{100\%} = \frac{0,0114\% \cdot 53,24\text{ m}\Omega}{100\%} = 0,0061\text{ m}\Omega$$

## 5. Niepewność wyniku pomiaru mostkiem Thomsona

3. Wyznaczyć wartość zmierzonej rezystancji oraz bezwzględną  $u_A(R_x)$  i względną  $u_{A,rel}(R_x)$  niepewność metodą typu A jeśli podczas pomiaru rezystancji mostkiem Thomsona zarejestrowano  $n=5$  wyników obserwacji:  $R_1=12,43 \text{ m}\Omega$ ,  $R_2=12,42 \text{ m}\Omega$ ,  $R_3=12,48 \text{ m}\Omega$ ,  $R_4=12,44 \text{ m}\Omega$ ,  $R_5=12,47 \text{ m}\Omega$ .

$$R_x = \overline{R_x} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5}{5} = \frac{12,43 + 12,42 + 12,48 + 12,44 + 12,47}{5} = 12,448 \text{ m}\Omega$$

$$v_i = R_i - \overline{R_x} = R_i - 12,448 \text{ m}\Omega \quad v^T = (-0,018 \quad -0,028 \quad 0,032 \quad -8 \times 10^{-3} \quad 0,022)$$

$$v_1 = -0,018 \text{ m}\Omega, v_2 = -0,028 \text{ m}\Omega, v_3 = 0,032 \text{ m}\Omega, v_4 = -0,008 \text{ m}\Omega, v_5 = 0,022 \text{ m}\Omega$$

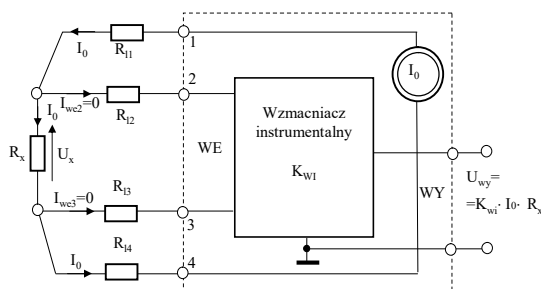
$$u_A(\overline{R_x}) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (v_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(-0,018)^2 + (-0,028)^2 + (0,032)^2 + (-0,008)^2 + (0,022)^2}{5 \cdot 4}} = 0,0116 \text{ m}\Omega$$

$$u_{A,rel}(R_x) = \frac{u_A(R_x)}{R_x} 100\% = \frac{0,0116 \text{ m}\Omega}{12,448 \text{ m}\Omega} 100\% = 0,093\%$$

## 4. Pomiar małych rezystancji. Omomierze z 4-przewodowym połączeniem obiektu badanego

- Przetwornik rezystancji ze źródłem prądowym oraz wzmacniaczem instrumentalnym.

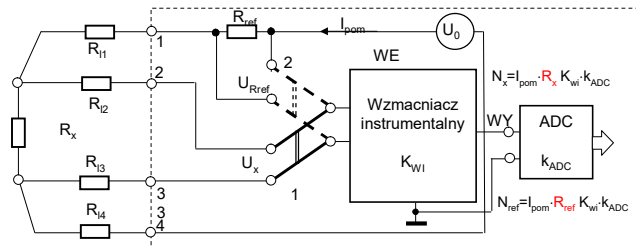
Podstawowy problem polega na eliminacji wpływu rezystancji przewodów linii. W tym celu wykorzystuje się połączenia czteroprzewodowe (rys.2).



Do schematu przetwarzania małej wartości rezystancji

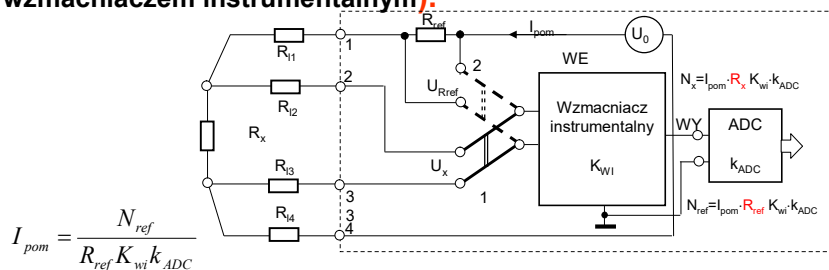
#### 4. Pomiary małych rezystancji. Omomierze z 4-przewodowym podłączeniem obiektu badanego (ze źródłem napięciowym oraz rezystorem referencyjnym i wzmacniaczem instrumentalnym).

Eliminacja wpływu rezystancji przewodów linii bazuje na pomiarze prądu wymuszającego, poprzez pomiar spadku napięcia na rezystorze referencyjnym



Schemat pomiaru małej wartości rezystancji w układzie ze źródłem napięciowym oraz rezystorem referencyjnym i wzmacniaczem instrumentalnym

#### 4. Pomiary małych rezystancji. Omomierze z 4-przewodowym podłączeniem obiektu badanego (ze źródłem napięciowym oraz rezystorem referencyjnym i wzmacniaczem instrumentalnym).



$$I_{pom} = \frac{N_{ref}}{R_{ref} \cdot K_{WI} \cdot k_{ADC}}$$

$$R_x = \frac{N_x}{I_{pom} \cdot K_{WI} \cdot k_{ADC}} = \frac{N_x}{N_{ref} \cdot K_{WI} \cdot k_{ADC}} R_{ref} \cdot K_{WI} \cdot k_{ADC} = \frac{N_x}{N_{ref}} R_{ref}$$

Otóż wynik pomiaru jest niezależny od wartości napięcia zasilającego (prądu wymuszającego) oraz rezystancji przewodów linii. Wymagano jest tylko krótko czasowa stabilność wszystkich parametrów układu pomiarowego.