

POMIAR MAŁYCH PRĄDÓW

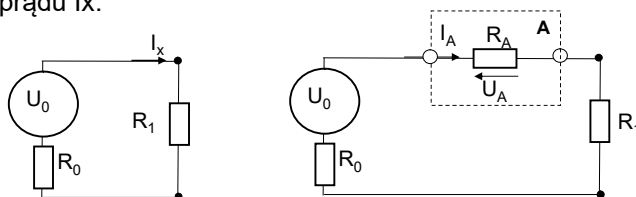
Plan wykładu

- 1. Wymagania do amperomierze**
- 2. Układy wejściowe amperomierze.**

1. Wymagania do amperomierze

Ogólnym wymaganiem do amperomierze jest zapewnienie małej rezystancji wejściowej, ponieważ ona decyduje o błędzie metodycznym pomiaru prądu oraz o spadku napięcia pomiarowego na wejściu amperomierza (tzw. **Burden Volage**).

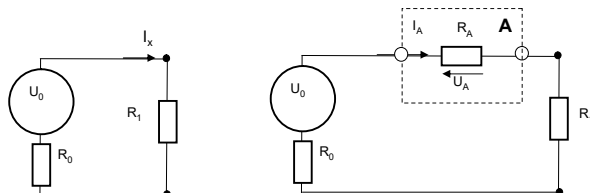
Na rys. pokazano obwód elektryczny, w którym należy zmierzyć wartość prądu I_x .



Do wprowadzenia amperomierza wartość tego prądu wynosi

$$I_x = \frac{U_0}{R_0 + R_1} = \frac{U_0}{R_{01}}$$

1. Wymagania do amperomierze



Po szeregowym włączeniu amperomierza z rezystancją wejściową R_A zmieni się ekwiwalentna rezystancja obwodu, w wyniku czego zmieni się prąd mierzony (wskazanie amperomierza)

$$I_A = I_x = \frac{U_0}{R_{01} + R_A}$$

Zmniejszenie prądu pomiarowego wynosi

$$\Delta_{R_A}(I) = I_A - I_x = -I_A \frac{R_A}{R_{01}} = -\frac{I_A \cdot R_A}{U_0} I_x = -\frac{R_A}{R_{01} + R_A} I_x$$

Względny błąd

$$\delta_{R_A} = \frac{\Delta_{R_A}(I)}{I_x} = -\frac{I_A R_A}{U_0} = -\frac{U_A}{U_0} = -\frac{R_A}{R_{01} + R_A}$$

1. Wymagania do amperomierze

Przykład 1a. Przy $R_0=100\text{ Ohm}$, $R_1=1\text{ kOhm}$ oraz $R_A=1\text{ Ohm}$, $U_0=1\text{ V}$ otrzymuje się:

$$I_x = \frac{U_0}{R_0 + R_1} = \frac{1\text{ V}}{100\text{ Ohm} + 1\text{ kOhm}} = 0,90909\text{ mA}$$

Wskazanie mikroamperomierza:

$$I_A = \frac{U_0}{R_0 + R_1 + R_A} = \frac{1\text{ V}}{100\text{ Ohm} + 1\text{ kOhm} + 1\text{ Ohm}} = 0,90827\text{ mA}$$

Błąd metodyczny względny:

$$\delta_{R_v} = \frac{I_A - I_x}{I_x} = \frac{0,90827\text{ mA} - 0,90909\text{ mA}}{0,90909\text{ mA}} 100\% \approx -0,091\%$$

Przykład 1b. Jeżeli wartości rezystancji obiektu badanego będą o 10 razy mniejsza $R_1=100\text{ Ohm}$, otrzymuje się: $I_x = 5\text{ mA}$

wskazanie amperomierza ; $I_A = 4,97512\text{ mA}$

błąd metodyczny względny: $\delta_{R_A} \approx -0,5\%$

1. Wymagania do amperomierze

Przykład 1c. Przy $R_0=10\text{ Ohm}$, $R_1=10\text{ Ohm}$ oraz $R_A=1\text{ Ohm}$, $U_0=1\text{ V}$ otrzymuje się:

$$I_x = \frac{U_0}{R_0 + R_1} = \frac{1\text{ V}}{10\text{ Ohm} + 10\text{ Ohm}} = 50,00\text{ mA}$$

Wskazanie miliamperomierza:

$$I_A = \frac{U_0}{R_0 + R_1 + R_A} = \frac{1\text{ V}}{10\text{ Ohm} + 10\text{ Ohm} + 1\text{ Ohm}} = 47,619\text{ mA}$$

Błąd metodyczny względny:

$$\delta_{R_v} = \frac{I_A - I_x}{I_x} = \frac{47,619\text{ mA} - 50,00\text{ mA}}{50,00\text{ mA}} 100\% \approx -4,8\%$$

1. Wymagania do amperomierze

Dla zmniejszenia tego błędu należy wykorzystać miliamperomierz z mniejszą rezystancją wejściową, na przykład $R_A=0,01$ Ohm lub jeszcze mniejszej, wtedy w ostatnim przypadku błąd metodyczny względny: $\delta_{R_A} \approx -0,005\%$

1. Wymagania do amperomierze

Otóż wartość błędu metodycznego, spowodowanego ograniczonej wartością rezystancji wejściowej amperomierza zależy od stosunku rezystancji wejściowej amperomierza R_A i ekwiwalentnej rezystancji obwodu ze strony pomiędzy punktami włączenia amperomierza

$$\delta_{R_A} = \frac{\Delta_{R_A}(I)}{I_x} = -\frac{R_A}{R_{01} + R_A}$$

Zmniejszenie rezystancji wejściowej amperomierza R_A zapewnia zmniejszenie błędu metodycznego.

Z innej strony, wartość błędu metodycznego wyznacza się stosunkiem spadku napięcia na amperomierze (Burden Volage) do napięcia obwodu.

$$\delta_{R_A} = \frac{\Delta_{R_A}(I)}{I_x} = -\frac{I_A R_A}{U_0} = -\frac{U_A}{U_0}$$

Napięcie na amperomierze wynosi $U_A = I_A R_A$
jego wartość powinna być ograniczona.

Korekcja błędu od wpływu rezystancji amperomierza R_A .

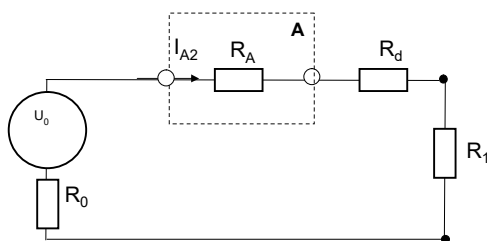
Ze wzoru błędu $\Delta_{R_A}(I) = I_A - I_x = -I_A \frac{R_A}{R_0 + R_1}$

wynika, że skorygowana wartość prądu

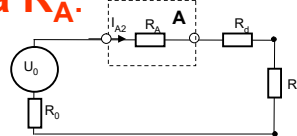
$$I_x = I_A \left(1 + \frac{R_A}{R_0 + R_1} \right)$$

Korekcja błędu od wpływu rezystancji amperomierza R_A .

Wpływ rezystancji amperomierza R_A na wynik pomiaru prądu może być skorygowany przez dodatkowy pomiar prądu z włączeniem dodatkowej rezystancji R_d o znanej wartości, **na przykład taki samy amperomierz: $R_d = R_A$.**



Korekcja błędu od wpływu rezystancji amperomierza R_A .



Wtedy wynik pomiaru prądu w drugim pomiarze

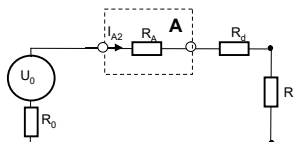
$$I_{A2} = \frac{U_0}{R_0 + R_1 + R_A + R_d} = \left(\frac{U_0}{R_0 + R_1 + 2R_A} \right)$$

Z wartości wyników pomiaru I_A oraz I_{A2} można wyznaczyć wartość I_x

$$I_x = I_A \left(1 + \frac{R_A}{R_0 + R_1} \right) = I_A \left(1 + \frac{R_A}{\frac{R_d}{a-1} - R_A} \right) = I_A \cdot \left(\frac{\beta}{1 + \beta - a} \right)$$

$$\beta = \frac{R_d}{R_A} \quad a = \frac{I_A}{I_{A2}} > 1$$

Korekcja błędu od wpływu rezystancji amperomierza R_A .



Przy $R_d = R_A$ $\beta = 1$

Dlatego skorygowana wartość prądu

$$I_x = \frac{I_A}{2 - a} = \frac{I_A I_{A2}}{2I_{A2} - I_A}$$

Korekcja błędu od wpływu rezystancji amperomierza R_A .

Przykład 1d. $U_0=10\text{ V}$, $R_0+R_1=10\text{ Ohm}$, $R_A=1\text{ Ohm}$.

Wartość rzeczywista prądu $I_x = \frac{U_0}{R_0 + R_1} = \frac{10\text{ V}}{10\text{ Ohm}} = 1,000\text{ A}$

Wynik pierwszego pomiaru $I_A = \frac{U_0}{R_0 + R_1 + R_A} = \frac{10\text{ V}}{10\text{ Ohm} + 1\text{ Ohm}} = 0,909091\text{ A}$

Wynik drugiego pomiaru $I_{A2} = \frac{U_0}{R_0 + R_1 + R_A + R_A} = \frac{10\text{ V}}{10\text{ Ohm} + 1\text{ Ohm} + 1\text{ Ohm}} = 0,8333333\text{ A}$

Wartość współczynnika $a = \frac{I_A}{I_{A2}} = \frac{0,909091}{0,833333} \approx 1,0909091$

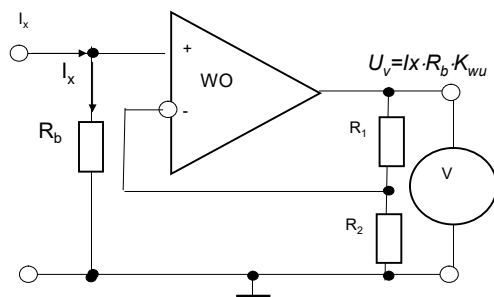
Skorygowana wartość prądu $I_x = \frac{U_0}{R_0 + R_1} = \frac{I_A}{2 - a} = \frac{0,909091}{2 - 1,0909091} = 1,000\text{ A}$

Co odpowiada rzeczywistej wartości prądu.

2. Układy wejściowy amperomierze

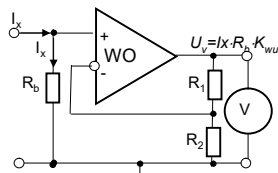
2.1. Układy wejściowe amperomierza z bocznikiem

Dla pomiarów prądów o dużej wartości (od kilku miliamperów i wyżej) wykorzystuje się układ pomiarowy amperomierza z bocznikiem na wejściu



2. Układy wejściowy amperomierze

2.1. Układy wejściowe amperomierza z bocznikiem



Dla takiego układu napięcie wyjściowe wynosi

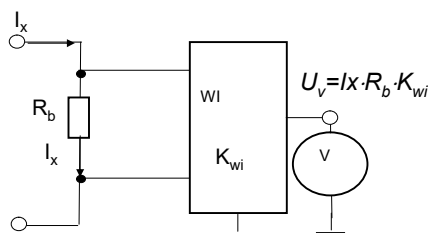
$$U_v = U_{wy} = I_x R_b (1 + R_1/R_2) = I_x R_b K_{wu}$$

R_b - jest rezystancją bocznika, K_{wu} - jest współczynnikiem wzmacnienia wzmacniacza

2. Układy wejściowy amperomierze

2.1. Układ wejściowy amperomierza z bocznikiem

Lepsze charakterystyki można uzyskać stosując wzmacniacz instrumentalny (WI), zwłaszcza w przypadkach kiedy obiekt mierzony jest odseparowany od masy wspólnej.



Dla takiego układu napięcie wyjściowe wynosi

$$U_v = U_{wy} = I_x R_b K_{wi}$$

K_{wi} - jest współczynnikiem wzmacnienia WI

2. Układy wejściowy amperomierze

2.1. Układy wejściowe amperomierza z bocznikiem

Dla takich układów wejściowych:

Rezystancja wejściowa amperomierza : $R_A = R_b$

Wartość napięcia na amperomierze: $U_A = I_x \cdot R_b$

Dokładność takiej struktury amperomierza wyznacza się dokładnością:

- bocznika - błąd δ_b ;
- wzmacniacza - błąd δ_w oraz ;
- przetwornika analogowo-cyfrowego (na wyjściu) – błąd $\delta_{A/C}$:

$$\delta_A = \delta_b + \delta_w + \delta_{A/C}$$

2. Układy wejściowy amperomierze

2.1. Układ wejściowy amperomierza z bocznikiem

Przy ograniczeniu wartości współczynnika wzmocnienia na poziomie $K_w = 10^3 - 10^4$, oraz napięciu wyjściowym około $U_{wy} = 1V$, wartość spadku napięcia na amperomierze wynosi około

$$U_A = \frac{U_{wy}}{K_w} = \frac{1V}{10^3 \div 10^4} = (0,1 - 1) mV$$

Wtedy wartość rezystancji bocznika równa się:

$$R_b = R_A = \frac{U_A}{I_x} = \frac{(0,1 - 1) mV}{I_x}$$

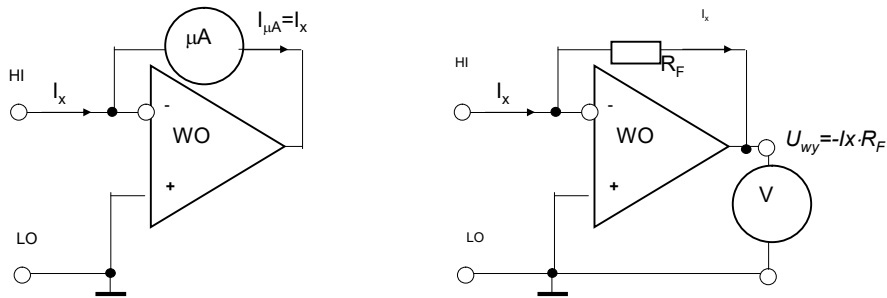
Przykład 2. Przy zakresach prądu mierzonego I_x od 1mA do 1 A oraz $K_w = 10^4$ wartości rezystancji bocznika równają się

$$R_b = R_A = \frac{0,1 mV}{1 mA \div 10 A} = 0,01 mOhm \div 0,1 Ohm$$

2. Układy wejściowy amperomierze

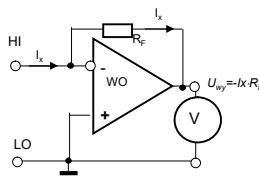
2.2. Bazowa konfiguracja układu wejściowego mikroamperomierze z przetwarzaniem bezpośrednim

Do pomiarów prądów, których wartości są z zakresie mikroamperów i niżej, wykorzystują się układy z bezpośrednim przetwarzaniem prądu.



2. Układy wejściowy amperomierze

2.2. Bazowa konfiguracja układu wejściowego mikroamperomierze z przetwarzaniem bezpośrednim



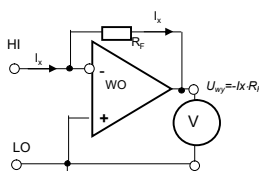
W układzie z przetwarzaniem bezpośrednim prądu napięcie wyjściowe równa się:

$$U_V = U_{wy} = -I_x R_F$$

gdzie R_F - rezystancja sprzężenia zwrotnego.

2. Układy wejściowy amperomierze

2.2. Bazowa konfiguracja układu wejściowego mikroamperomierze z przetwarzaniem bezpośrednim



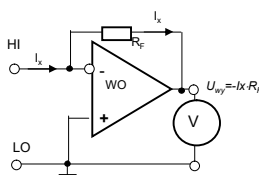
Spadek napięcia na amperomierze: $U_A \approx \frac{U_{wy}}{A_0} = \frac{I_x R_F}{A_{WO}}$

Otóż w pierwszym przybliżeniu rezystancja wejściowa mikroamperomierza:

$$R_{\mu A} = \frac{U_A}{I_x} \approx \frac{R_F}{A_0}$$

2. Układy wejściowy amperomierze

2.2. Bazowa konfiguracja układu wejściowego mikroamperomierze z przetwarzaniem bezpośrednim



Przykład 3. Jeżeli $I_x = 1 \mu A$ i na wyjściu przetwornika chcemy otrzymać $U_{wy} = 1 V$ wtedy wartość rezystancji sprzężenia zwrotnego :

$$R_F = \frac{U_{wy}}{I_x} = \frac{1 V}{1 \mu A} = 1 M\Omega$$

Przy wzmacnieniu $WO A_0 = 10^5 - 10^6$ wartość rezystancji wejściowej równa się:

$$R_{\mu A} \approx \frac{1 M\Omega}{10^5 \div 10^6} = (1 \div 10) \Omega$$

przy tym spadek napięcia na amperomierzu równa się:

$$U_A = R_{\mu A} I_x = \frac{U_{wy}}{A_0} = (1 \div 10) mV$$

2. Układy wejściowy amperomierze

2.3. Bazowa konfiguracja układu wejściowego nano – i pikoamperomierze

Jeżeli zakres pomiaru prądu ma być 1 nA wtedy wartość rezystancji sprzężenia zwrotnego ma być równą:

$$R_F = \frac{U_{wy.}}{I_x} = \frac{1V}{1nA} = 1GOhm$$

a przy zakresie pomiaru prądu 10 pA wartość rezystancji sprzężenia zwrotnego ma być 100 razy większą

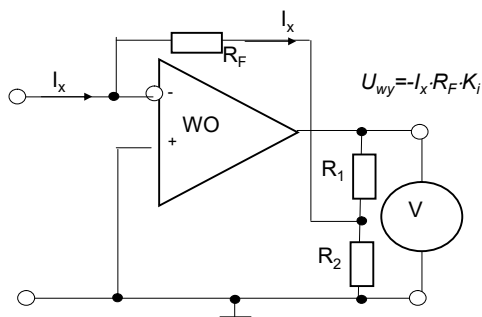
$$R_F = \frac{U_{wy.}}{I_x} = \frac{1V}{10pA} = 100GOhm$$

Rezystory z takimi wartościami rezystancji nie mogą być wykorzystywane w precyzyjnych obwodach pomiarowych, ponieważ te wartości są porównywalne są do wartości rezystancji izolacji płytek, na których oni są umocowani.

2. Układy wejściowy amperomierze

2.3. Bazowa konfiguracja układu wejściowego nano – i pikoamperomierze

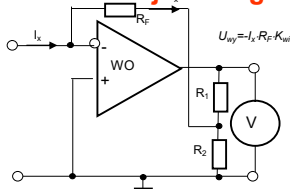
Ten problem jest usunięty poprzez wykorzystania właściwości „wzmacniania” rezystancji obwodu gwiazdowego.



W tym obwodzie odbywa się przetwarzanie prąd-napięcie (R_F) z następnym wzmocnieniem napięcia (rezystory R_1 oraz R_2).

2. Układy wejściowy amperomierze

2.3. Bazowa konfiguracja układu wejściowego nano – i pikoamperomierze



W układzie ze wzmacnieniem napięcia wyjściowego (rys.4,b) napięcie wyjściowe równa się:

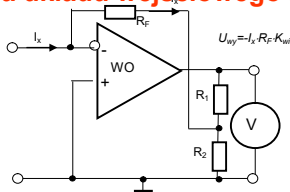
$$U_v = U_{wy} = -I_x \left(R_F \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) + R_1 \right) = -I_x R_F \left(1 + R_1 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_F} \right) \right) = -I_x R_F K_I$$

Gdzie wzmacnienie prądu wynosi

$$K_I = 1 + R_1 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_F} \right)$$

2. Układy wejściowy amperomierze

2.3. Bazowa konfiguracja układu wejściowego nano – i pikoamperomierze



Przykład 4a. Jeżeli $I_x = 1 \text{ nA}$ i na wyjściu przetwornika dalej chcemy otrzymać $U_{wy} = 1 \text{ V}$ przy ograniczonej wartości rezystancji sprzężenia zwrotnego, wtedy wartość współczynnika wzmacnienia prądu powinna równać się:

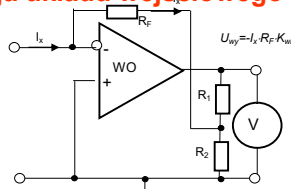
$$K_I = \frac{U_{wy}}{I_x R_F} = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ nA} \cdot 1 \text{ MOhm}} = 1000$$

Dlatego przy oraz zakładając ograniczoną wartość rezystancji otrzymuje się wartość rezystancji R2

$$R_2 = \frac{R_F}{(K_I - 1) \frac{R_F}{R_1} - 1} = \frac{1 \text{ MOhm}}{(1000 - 1) \cdot 1 - 1} = 1,002 \text{ kOhm}$$

2. Układy wejściowy amperomierze

2.3. Bazowa konfiguracja układu wejściowego nano – i pikoamperomierze



Przykład 4b. Jeżeli $I_x=10 \text{ pA}$ i na wyjściu przetwornika dalej chcemy otrzymać $U_{wy}=1 \text{ V}$ przy ograniczonej wartości rezystancji sprzężenia zwrotnego, wtedy wartość współczynnika wzmocnienia prądu powinna równać się:

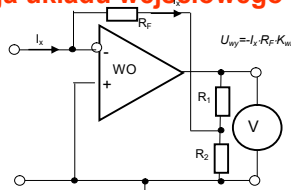
$$K_I = \frac{U_{wy}}{I_x R_F} = \frac{1 \text{ V}}{10 \text{ pA} \cdot 1 \text{ MOhm}} = 100000$$

Jest to zbyt duża wartość, dlatego ze przy współczynniku wzmocnienia WO $A_0=10^6$ błąd statyczny będzie równać się:

$$\delta_{A_0} \approx \frac{1}{\frac{A_0}{K_I} + 1} = \frac{1}{\frac{10^6}{10^5} + 1} \approx 9\%$$

2. Układy wejściowy amperomierze

2.3. Bazowa konfiguracja układu wejściowego nano – i pikoamperomierze



Przykład 4b. $I_x=10 \text{ pA}$ i $U_{wy}=1 \text{ V}$:

Dlatego należy zwiększyć wartość rezystancji $R_1=R_F=100 \text{ MOhm}$, wtedy wartość współczynnika wzmocnienia prądu powinna równać się

$$K_I = \frac{U_{wy}}{I_x R_F} = \frac{1 \text{ V}}{10 \text{ pA} \cdot 100 \text{ MOhm}} = 1000$$

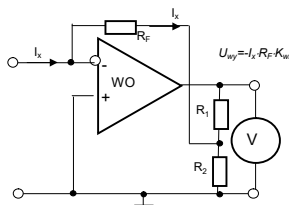
$$\delta_{A_0} \approx \frac{1}{\frac{10^6}{1 \cdot 10^3} + 1} \approx 0,1\%$$

i wartość rezystancji R_2 będzie równać się:

$$R_2 = \frac{R_F}{(K_I - 1) \frac{R_F}{R_1} - 1} = \frac{100 \text{ MOhm}}{(1000 - 1) \cdot 1 - 1} \approx 100,2 \text{ kOhm}$$

2. Układy wejściowy amperomierze

2.3. Bazowa konfiguracja układu wejściowego nano – i pikoamperomierze



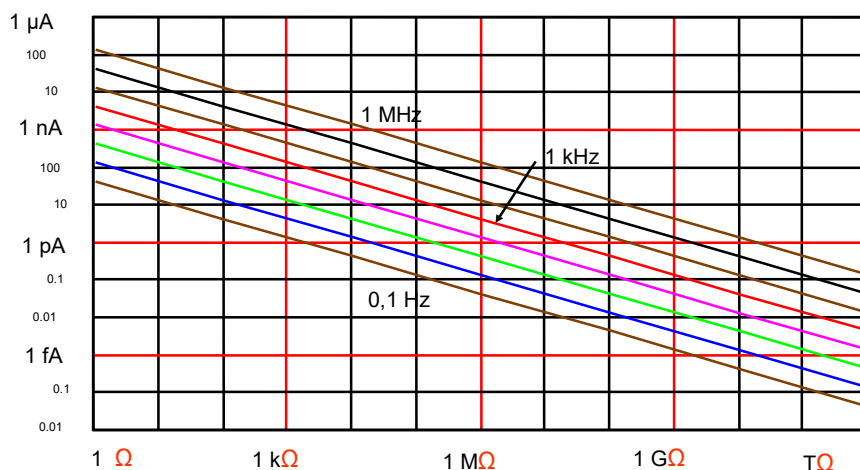
Przykład 4b. $I_x = 10 \text{ pA}$ i $U_{wy} = 1 \text{ V}$:

Są to bardzo dobre wyniki, ponieważ przy ograniczonych wartościach rezystancji do 100 MOhm (zamiast 100 GOhm) otrzymuje się na wyjściu napięcie 1 V przy prądzie 10 pA .

3. Wpływ szumów prądowych

Zależności wartości skutecznej prądu szumu cieplnego przy $T = 295 \text{ K}$ (22°C) jako funkcje rezystancji oraz szerokości pasma

$$I_{sz} = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{4kBT}{R}}$$



3. Wpływ szumów prądowych

TABLE 2-3: Minimum Recommended Source Resistance Values for a Typical Feedback Ammeter

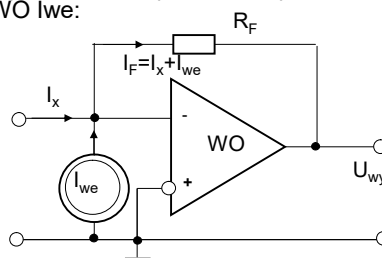
Range	Minimum Recommended Source Resistance
pA	1GΩ
nA	1MΩ
μA	1kΩ
mA	1Ω

4. Wpływ oraz eliminacja prądów upływu

Podstawowym problemem układów nano- i pikoamperomierzy jest wpływ wejściowego prądu wzmacniacza operacyjnego (I_{we}) oraz prądów upływu przez izolację kabli i płytki montażowej.

Prąd wejściowy wzmacniacza zniekształca prąd mierzony bezpośrednio, ponieważ prąd przez rezystancję R_F równa się sumie prądu mierzonego I_x oraz prądu wejściowego WO I_{we} :

$$I_F = I_x + I_{we}$$



Stąd napięcie na wyjściu układu

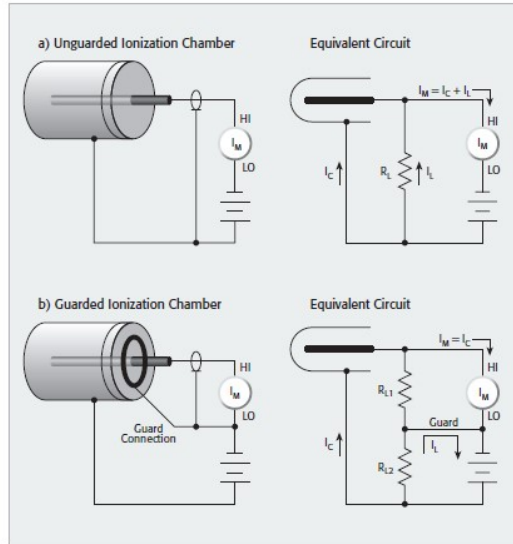
$$U_{wy} = I_F \cdot R_F = (I_x + I_{we}) \cdot R_F = \frac{I_{we}}{I_x}$$

Względny błąd przetwarzania równa się

Dlatego wymagany jest WO o niskim poziomie prądów wejściowych, niezrównoważenia oraz zabezpieczenia przeciw oddziaływań innych prądów upływu przez rezystancje izolacji płytki montażowej.

4. Wpływ oraz eliminacja prądów upływu

Wpływ prądów upływu przez izolację kabli.



4. Wpływ oraz eliminacja prądów upływu

Wpływ prądów upływu przez płytkę montażową.

