Politechnika Rzeszowska

Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki

MECHANIKA TECHNICZNA 2

dr inż. Jacek S. Tutak

Rzeszów 2022

Wykład opracowany w oparciu o skrypt:

prof. dr hab. inż. Zenon Hendzel, prof. dr hab. inż. Wiesław Żylski

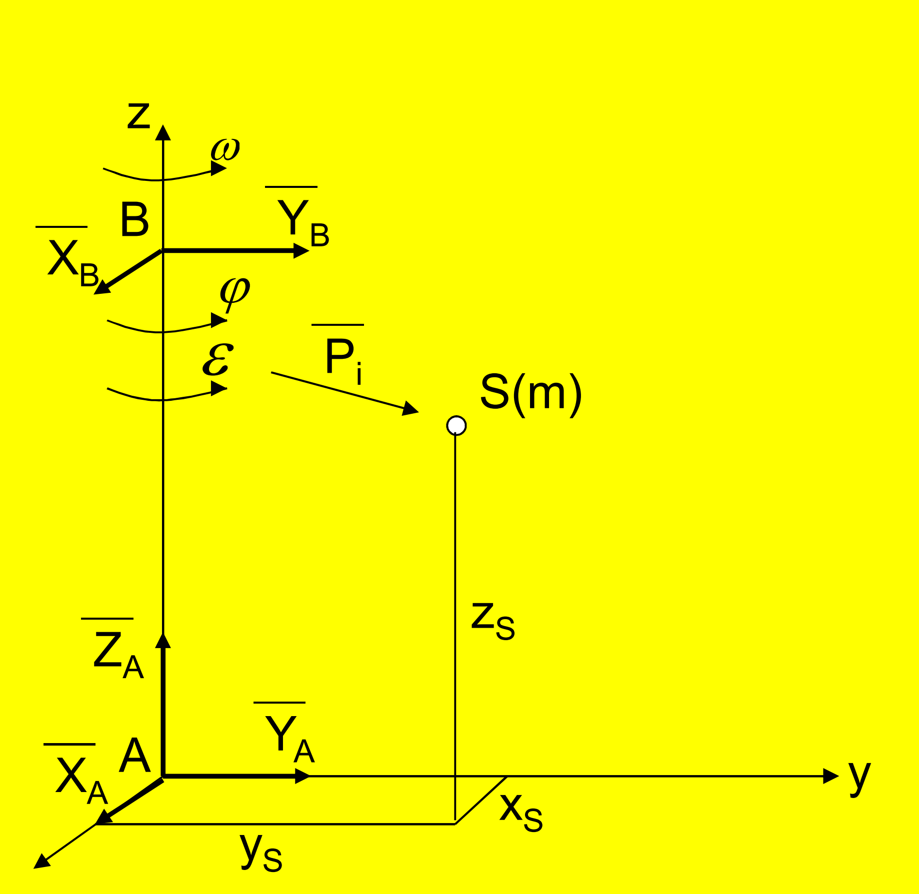
„Mechanika Ogólna - DYNAMIKA”

Reakcje dynamiczne w łożyskach.

Wyobraźmy sobie ciało sztywne osadzone na wale, który z kolei podparty jest w łożyskach A i B (rys. 3.6). Załóżmy, że środek masy nie leży w osi obrotu. Przyjmijmy układ odniesienia jak na rysunku. Położenie środka masy w układzie określimy podając współrzędne: x_S, y_S, z_S

Równania dynamiczne opisujące ruch środka masy będzie:

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{x}_S = \sum\limits_{i=1}^{n} P_{ix} \\ m \cdot \ddot{y}_S = \sum\limits_{i=1}^{n} P_{iy} \\ m \cdot \ddot{z}_S = \sum\limits_{i=1}^{n} P_{iz} \end{cases} \qquad (3.9)$$



Rys.3.6

Zgodnie z wzorem (3.3) składowe przyspieszenia środka masy możemy zapisać:

$$\begin{cases} \ddot{x}_S = -\varepsilon \cdot y_S - \omega^2 \cdot x_S \\ \ddot{y}_S = \varepsilon \cdot x_S - \omega^2 \cdot y_S \\ \ddot{z}_S = 0 \end{cases} \tag{3.10}$$

Wprowadzimy (3.10) do (3.9) :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} P_{ix} = -m \cdot \varepsilon \cdot y_S - m \cdot \omega^2 \cdot x_S \\ \sum_{i=1}^{n} P_{iy} = m \cdot \varepsilon \cdot x_S - m \cdot \omega^2 \cdot y_S \\ \sum_{i=1}^{n} P_{iz} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} M_x\left(\overline{P}_i\right) = -I_{xz} \cdot \varepsilon + I_{yz} \cdot \omega^2 \\ \sum_{i=1}^{n} M_y\left(\overline{P}_i\right) = -I_{yz} \cdot \varepsilon - I_{xz} \cdot \omega^2 \end{cases} \tag{3.11}$$

Układ (3.11) umożliwia określenie reakcji w łożyskach. Trzy pierwsze równania wynikają z równań (3.9) a dwa następne wynikają z równań (3.6).

Uwaga!!!

Z równań (3.11) określamy reakcje w łożyskach. Zależą one od ε i ω $\left(\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}\right)$

Mówimy, że reakcje mają charakter dynamiczny, co ze względu na żywotność łożysk jest niekorzystne.

Dlatego układ mamy tak rozwiązać aby bez względu na ε i ω reakcje miały charakter statyczny. Jeżeli środek masy leży na osi obrotu z to:

$$\left.\begin{aligned} x_S &= 0 \\ y_S &= 0 \end{aligned}\right\}$$ - bryła jest wyważona statycznie.

Jeżeli oś obrotu jest główną osią bezwładności to:

$$\left.\begin{aligned} I_{xz} &= 0 \\ I_{yz} &= 0 \end{aligned}\right\}$$

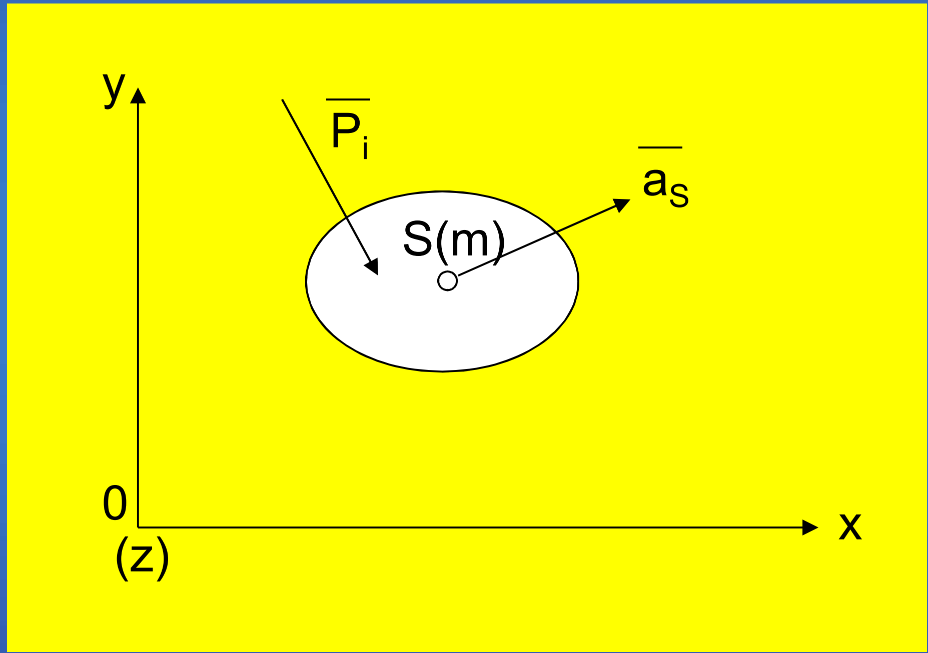
Gdy spełnione są oba powyższe warunki to mówimy, że bryła jest wyważona dynamicznie, a oś z jest główną centralną osią bezwładności.

Ruch płaski bryły

Pamiętamy z kinematyki, że ruch płaski to ruch jaki wykonuje bryła w jednej płaszczyźnie, będący **złożeniem ruchu postępowego i ruchu obrotowego.**

Różniczkowe równania ruchu płaskiego bryły będą:

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{x}_S = \sum_{i=1}^{n} P_{ix} \\ m \cdot \ddot{y}_S = \sum_{i=1}^{n} P_{iy} \\ I_S \cdot \ddot{\varphi} = \sum_{i=1}^{n} M_S\left(\overline{P}_i\right) \end{cases} \qquad (3.12)$$



Rys.3.7

Pierwsze dwa równania wzoru (3.12) opisują ruch postępowy środka masy, trzecie równanie opisuje ruch obrotowy bryły względem środka masy.

Dynamika układu brył

Opisując zjawisko ruchu układu brył postępujemy wg. następującej kolejności:

1. Na rysunku wprowadzamy wszystkie siły działające na poszczególne bryły.
2. W zależności od tego jakim ruchem porusza się bryła, opisujemy ruch podając różniczkowe równania ruchu.
3. Podajemy równania wynikające z zależności siłowych.
4. Określamy zależności kinematyczne układu.

Tak otrzymany układ równań rozwiązujemy.

Przykład

Dziękuję