

## Podstawy metrologii 2022 Przykłady do kolokwium N3

### I. Pomiary mostkowy prądu stałego

**Przykład 1.** Mostkiem Wheatstone'a mierzona jest rezystancja  $R_x$ . Wartości rezystancji rezystorów mostka:  $R_A=1000 \Omega$ ,  $R_B=100 \Omega$ . Podczas zrównoważenia mostka uzyskano wartość rezystancji zrównoważenia  $R_{zr}=523.6 \Omega$ . Maksymalne dopuszczalne względne błędy (odchylenia rezystancji mostka od wartości nominalnych) równe  $\delta_{RA}=\delta_{RB}=\delta_{R_{zr}}=\pm 0.02\%$ .

**Wyznaczyć:**

- 1) zmierzoną wartość rezystancji  $R_x$ ,
- 2) względną złożoną niepewność standardową pomiaru według metody typu B (składową od nieczułości można pominąć),
- 3) bezwzględną złożoną niepewność standardową pomiaru typu B.

**Rozwiązanie:**

- 1) Zmierzona wartość rezystancji

$$R_x = \frac{R_A}{R_B} \cdot R_{zr} = \frac{1000 \Omega}{100 \Omega} \cdot 523.6 \Omega = 5836 \Omega$$

- 2) względna złożona niepewność standardową pomiaru według metody typu B  
Składowa niepewności od kwantowania (dyskretności wartości rezystancji  $R_{zr}$ ).  
Wartość cyfry najmniej znaczącej rezystancji  $R_{zr,kw} = 0.1 \Omega$ , dlatego względna standardowa niepewność od kwantowania

$$u_{Brel}(R_{zr,kw}) = \frac{0.5 \cdot \Delta R_{zr,kw}}{\sqrt{3} \cdot R_{zr}} 100\% = \frac{0.5 \cdot 0.1 \Omega}{\sqrt{3} \cdot 523.6 \Omega} 100\% \approx 0.00551\%$$

Dlatego względna złożona niepewność standardową

$$u_{c,rel}(R_x) = \sqrt{\frac{\delta_{RA}^2 + \delta_{RB}^2 + \delta_{R_{zr}}^2}{3} + u_{Brel}^2(R_{zr,kw})} = \sqrt{\frac{0.02^2 + 0.02^2 + 0.02^2}{3} + 0.00551^2} \approx 0.0207\%$$

- 3) Bezwzględna złożona niepewność standardową pomiaru.

$$u_c(R_x) = \frac{u_{c,rel}(R_x) \cdot R_x}{100\%} \approx \frac{0.0207\% \cdot 5836 \Omega}{100\%} \approx 1.08 \Omega$$

**Przykład 2.** Mostkiem Wheatstone'a mierzona jest rezystancja  $R_x$ . Wartości rezystancji rezystorów mostka:  $R_A=100 \Omega$ ;  $R_B=1000 \Omega$ . W celu zmniejszenia wpływu efektów losowych podczas pomiaru przeprowadzono  $n=5$  powtórnych zrównoważeń mostka i uzyskano wartości rezystancji rezystora zrównoważenia:  $R_{zr1}=891,4 \Omega$ ,  $R_{zr2}=891,7 \Omega$ ,  $R_{zr3}=890.8 \Omega$ ,  $R_{zr4}=891,0 \Omega$ ,  $R_{zr5}=891.3 \Omega$ .

**Wyznaczyć:**

- 1) zmierzoną wartość rezystancji  $R_x$ ,
- 2) bezwzględną standardową niepewności pomiaru według metody typu A,
- 3) względną standardową niepewności pomiaru rezystancji.

**Rozwiązanie:**

- 1a) Obliczmy poszczególne wartości pomiaru rezystancji:

$$R_{x1} = \frac{R_A}{R_B} \cdot R_{zr1} = \frac{100 \Omega}{1000 \Omega} \cdot 891.4 \Omega = 89.14 \Omega, \quad R_{x2} = \frac{100 \Omega}{1000 \Omega} \cdot 891.7 \Omega = 89.17 \Omega,$$

$$R_{x3} = \frac{100\Omega}{1000\Omega} \cdot 890.8\Omega = 89.08\Omega, \quad R_{x4} = \frac{100\Omega}{1000\Omega} \cdot 891.0\Omega = 89.10\Omega,$$

$$R_{x5} = \frac{100\Omega}{1000\Omega} \cdot 891.3\Omega = 89.13\Omega.$$

1b) Zmierzoną wartością jest wartość średnia rezystancji:

$$R_x = R_{xsr} = \frac{R_{x1} + R_{x2} + R_{x3} + R_{x4} + R_{x5}}{5} = \frac{89.14 + 89.17 + 89.08 + 89.10 + 89.13}{5} = 89.124\Omega$$

2) Bezwzględna standardowa niepewność pomiaru rezystancji według metody typu A

$$u_A(R_x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_{xi} - R_{xsr})^2}{n(n-1)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(89.14 - 89.124)^2 + (89.17 - 89.124)^2 + (89.08 - 89.124)^2 + (89.10 - 89.124)^2 + (89.13 - 89.124)^2}{5 \cdot 4}}$$

$$\approx 0.0157\Omega$$

3) Względna niepewność rezystancji

$$u_A(R_x) = \frac{u_A(R_x)}{R_x} 100\% = \frac{0.0157\Omega}{89.124\Omega} 100\% \approx 0.0176\%$$

**Przykład 3.** Mostkiem Thomsona mierzona jest rezystancja  $R_x$ . Wartość rezystancji mostka  $R_A=100\Omega$ , wartość rezystancji rezystora referencyjnego  $R_N=0.1\Omega$ , podczas zrównoważenia mostka uzyskano wartość rezystancji zrównoważenia  $R_{zr}=258.1\Omega$ . Maksymalne dopuszczalne względne błędy (odchylenia rezystancji mostka od wartości nominalnych) równe  $\delta_{RA} = \delta_{Rzr} = \pm 0.02\%$ . Maksymalny dopuszczalny względny błąd rezystora referencyjnego  $\delta_{RN} = \pm 0.01\%$ .

**Wyznaczyć:**

- 1) zmierzoną wartość rezystancji  $R_x$  ( w miliomach),
- 2) względną złożoną niepewność standardową pomiaru według metody typu B (składową od nieczułości można pominąć),
- 3) bezwzględną złożoną niepewność standardową pomiaru typu B.

**Rozwiązanie:**

1) Zmierzona wartość rezystancji (mnożenie na 1000 daje wynik w miliomach)

$$R_x = \frac{R_N}{R_A} \cdot R_{zr} = \frac{0.1\Omega}{100\Omega} \cdot 258.1\Omega = 0.2581\Omega = 258.1\text{ m}\Omega$$

2) względną złożoną niepewność standardową pomiaru według metody typu B  
Składowa niepewności od kwantowania (dyskretności wartości rezystancji  $R_{zr}$ ).

Wartość cyfry najmniej znaczącej rezystancji  $R_{zr,kw} = 0.1\Omega$ , dlatego względna standardowa niepewność od kwantowania

$$u_{Brel}(R_{zr,kw}) = \frac{0.5 \cdot \Delta R_{zr,kw}}{\sqrt{3} \cdot R_{zr}} 100\% = \frac{0.5 \cdot 0.1\Omega}{\sqrt{3} \cdot 258.1\Omega} 100\% \approx 0.0112\%$$

Dlatego względna złożona niepewność standardową

$$u_{c,rel}(R_x) = \sqrt{\frac{\delta_{RA}^2 + \delta_{Rzr}^2 + \delta_{RN}^2}{3} + u_{Brel}^2(R_{zr,kw})} = \sqrt{\frac{0.02^2 + 0.02^2 + 0.01^2}{3} + 0.0112^2} \approx 0.0206\%$$

3) Bezwzględna złożona niepewność standardową pomiaru.

$$u_c(R_x) = \frac{u_{c,rel}(R_x) \cdot R_x}{100\%} \approx \frac{0.0206\% \cdot 258.1\text{ m}\Omega}{100\%} \approx 0.0532\text{ m}\Omega$$

**Przykład 4.** Mostkiem Thomsona mierzona jest rezystancja  $R_x$ . Wartość rezystancji mostka  $R_A=1000 \Omega$ , wartość rezystancji rezystora referencyjnego  $R_N=0.01 \Omega$ . W celu zmniejszenia wpływu efektów losowych podczas pomiaru przeprowadzono  $n=6$  powtórnych zrównoważeń mostka i uzyskano wartości rezystancji rezystora zrównoważenia:  $R_{zr1}=5387.0\Omega$ ,  $R_{zr2}=5387.9\Omega$ ,  $R_{zr3}=5386.8\Omega$ ,  $R_{zr4}=5386.2\Omega$ ,  $R_{zr5}=5388.4\Omega$ ,  $R_{zr6}=5386.0\Omega$ .

**Wyznaczyć:**

- 1) zmierzoną wartość rezystancji  $R_x$  (w miliomach),
- 2) bezwzględną standardową niepewności pomiaru według metody typu A,
- 3) względną standardową niepewności pomiaru rezystancji.

***Rozwiązanie:***

1a) Obliczmy poszczególne wartości pomiaru rezystancji (mnożenie na 1000 daje wynik w miliomach):

$$R_{x1} = \frac{R_N}{R_A} \cdot R_{zr1} \cdot 1000 = \frac{0.01\Omega}{1000\Omega} \cdot 5387.0 \cdot 1000m\Omega = 53.870m\Omega,$$

$$R_{x2} = \frac{0.01\Omega}{1000\Omega} \cdot 5387.9 \cdot 1000m\Omega = 53.879 m\Omega, \quad R_{x3} = \frac{0.01\Omega}{1000\Omega} \cdot 5386.8 \cdot 1000m\Omega = 53.868 m\Omega$$

$$R_{x4} = \frac{0.01\Omega}{1000\Omega} \cdot 5386.2 \cdot 1000m\Omega = 53.862 m\Omega, \quad R_{x5} = \frac{0.01\Omega}{1000\Omega} \cdot 5388.4 \cdot 1000m\Omega = 53.884 m\Omega$$

$$R_{x6} = \frac{0.01\Omega}{1000\Omega} \cdot 5386.0 \cdot 1000m\Omega = 53.860 m\Omega.$$

1b) Zmierzoną wartością jest wartość średnia rezystancji:

$$\begin{aligned} R_x = R_{xsr} &= \frac{R_{x1} + R_{x2} + R_{x3} + R_{x4} + R_{x5} + R_{x6}}{6} = \\ &= \frac{53.870 + 53.879 + 53.868 + 53.862 + 53.884 + 53.860}{6} = 53.8705 m\Omega \end{aligned}$$

2) Bezwzględna standardowa niepewność pomiaru rezystancji według metody typu A

$$\begin{aligned} u_A(R_x) &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_{xi} - R_{xsr})^2}{n(n-1)}} = \\ &= \sqrt{\frac{(53.870 - 53.8705)^2 + (53.879 - 53.8705)^2 + (53.868 - 53.8705)^2 + (53.862 - 53.8705)^2 + (53.884 - 53.8705)^2 + (53.860 - 53.8705)^2}{6 \cdot 5}} = \\ &\approx 0.00385 m\Omega \end{aligned}$$

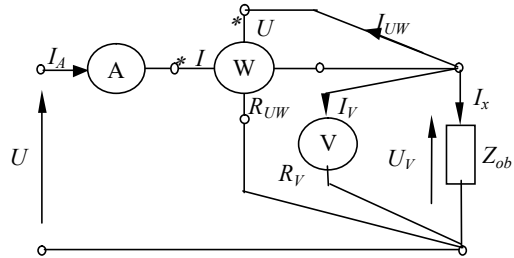
3) Względna niepewność rezystancji

$$u_A(R_x) = \frac{u_A(R_x)}{R_x} 100\% = \frac{0.00385 m\Omega}{53.8705 m\Omega} 100\% \approx 0.00713\%$$

## Przykłady do kolokwium N3

### II. Pomiary mocy w obwodach 1-fazowych

**Przykład 1.** Moc odbiornika jednofazowego mierzona watomierzem z parametrami: zakresy napięciowy  $U_{nW}=75\text{ V}$ , prądowy  $I_{nW}=10\text{ A}$ ; znamionowa liczba działek  $n_{nW}=150\text{ dz}$ , nominalny  $\cos\varphi_{nW}=1$ , wskazanie watomierza  $n_W=67\text{ dz}$ . Do kontroli napięcia na odbiorniku wykorzystuje się woltomierz, którego wskazanie  $U_V=62,5\text{ V}$  oraz amperomierz, którego wskazanie  $I_A=7,25\text{ A}$ . Według wskazania mierników (watomierza, woltomierza i amperomierza) **wyznaczyć**:



1. Zużywaną odbiornikiem moc czynną  $P$ .
2. Moc pozorną  $S$ .
3. Moc bierną  $Q$ .

**Rozwiązanie:**

1) Wyznaczamy stałą podziałki watomierza:  $c_W = \frac{U_{nW} \cdot I_{nW} \cdot \cos\varphi_{nW}}{n_W} = \frac{75\text{ V} \cdot 10\text{ A} \cdot 1}{150\text{ dz}} = 5\text{ W/dz}$

2) Wyznaczamy moc czynną (według wskazania watomierza):

$$P = P_W = c_W \cdot n_W = 5 \frac{\text{W}}{\text{dz}} \cdot 67\text{ dz} = 335\text{ W}$$

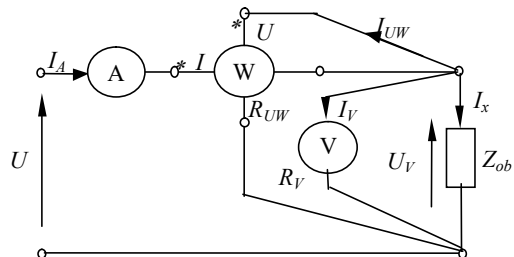
3) Wyznaczamy moc pozorną (według wskazań woltomierza i amperomierza):

$$S = U_V \cdot I_A = 62,5\text{ V} \cdot 7,25\text{ A} = 453,125\text{ V} \cdot \text{A}$$

4) Wyznaczamy moc bierną (według mocy pozornej i czynnej):

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{453,125^2 - 335^2} \approx 305,12\text{ Var}$$

**Przykład 2.** Moc odbiornika jednofazowego mierzona watomierzem z parametrami: zakresy napięciowy  $U_{nW}=300\text{ V}$ , prądowy  $I_{nW}=5\text{ A}$ ; znamionowa liczba działek  $n_{nW}=150\text{ dz}$ , nominalny  $\cos\varphi_{nW}=1$ , wskazanie watomierza  $n_W=123,5\text{ dz}$ , klasa dokładności watomierza  $kl_W=0,5$ . **Wyznaczyć**:



1. Zużywaną odbiornikiem moc czynną.
2. Względna standardową niepewność wskazania watomierza
3. Bezwzględna standardową niepewność wskazania watomierza

**Rozwiązanie:**

1) Wyznaczamy stałą podziałki watomierza:  $c_W = \frac{U_{nW} \cdot I_{nW} \cdot \cos\varphi_{nW}}{n_W} = \frac{300\text{ V} \cdot 5\text{ A} \cdot 1}{150\text{ dz}} = 10\text{ W/dz}$

2) Wyznaczamy moc czynną (według wskazania watomierza):

$$P = P_W = c_W \cdot n_W = 10 \frac{\text{W}}{\text{dz}} \cdot 123,5\text{ dz} = 1235\text{ W}$$

3) Wyznaczamy względną standardową niepewność wskazania watomierza:

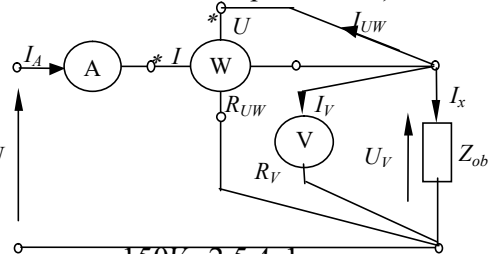
$$u_{B,rel}(P_W) = \frac{kl_W}{\sqrt{3}} \cdot \frac{n_{nW}}{n_W} = \frac{0,5\%}{\sqrt{3}} \cdot \frac{150\text{ dz}}{123\text{ dz}} = 0,351\%$$

4) Wyznaczamy bezwzględną standardową niepewność wskazania watomierza:

$$u_B(P_W) = \frac{u_{B,rel}(P_W)}{100\%} \cdot P_W = \frac{0,351\%}{100\%} \cdot 1235\text{ W} = 4,33\text{ W}$$

**Przykład 3.** Moc odbiornika jednofazowego mierzona watomierzem z parametrami: zakres napięciowy  $U_{nW}=150$  V, prąd w cewce napięciowej przy zakresowym napięciu: 5 mA, prądowy  $I_{nW}=2.5$  A; znamionowa liczba działek  $n_{nW}=75$  dz, nominalny  $\cos\varphi_{nW}=1$ , wskazanie watomierza  $n_W=57.5$  dz. Do kontroli napięcia na odbiorniku wykorzystuje się woltomierz, którego wskazanie  $U_V=122.5$  V (zakres 150 V) z prądem pełnego wychylenia  $I_{nV}=10$  mA, oraz amperomierz, którego wskazanie  $I_A=1.55$  A. Według wskazania mierników (watomierza, woltomierza i amperomierza) **wyznaczyć:**

1. Zużywaną moc według wskazania watomierza.
2. Moc zużywaną miernikami  $P_{miern}$ .
3. Skorygowaną moc zużywaną odbiornikiem.
3. Względny błąd systematyczny przy braku korekcji mocy.  $U$



**Rozwiązanie:**

1) Wyznaczamy stałą podziałki watomierza:  $c_W = \frac{U_{nW} \cdot I_{nW} \cdot \cos\varphi_{nW}}{n_W} = \frac{150V \cdot 2.5A \cdot 1}{75dz} = 5W/dz$

2) Wyznaczamy moc czynną (według wskazania watomierza):

$$P = P_W = c_W \cdot n_w = 5 \frac{W}{dz} \cdot 57.5 dz = 287.5 W$$

3) Wyznaczamy rezystancję cewki napięciowej watomierza:  $R_{UW} = \frac{U_{nW}}{I_{UnW}} = \frac{150V}{5mA} = 30 k\Omega$ ,

4) Wyznaczamy moc zużywaną cewką napięciową watomierza

$$P_{UW} = \frac{U_V^2}{R_{UW}} = \frac{122.5^2 V^2}{30 \cdot 10^3 \Omega} \approx 0.500 W$$

5) Wyznaczamy rezystancję cewki woltomierza  $R_V = \frac{U_{nV}}{I_{nV}} = \frac{150V}{10mA} = 15 k\Omega$ ,

6) Wyznaczamy moc zużywaną cewką woltomierza

$$P_V = \frac{U_V^2}{R_V} = \frac{122.5^2 V^2}{15 \cdot 10^3 \Omega} \approx 1.00 W$$

7). Wyznaczamy moc zużywaną miernikami  $P_{miern}$ .

$$P_{miern} = P_{UW} + P_V = 0.500 W + 1.00 W = 1.500 W$$

8) Wyznaczamy skorygowaną moc zużywaną odbiornikiem.

$$P_{x, kor} = P - P_{miern} = 287.5 W + 1.5 W = 286.0 W$$

9) Wyznaczamy względny błąd systematyczny przy braku korekcji mocy.

$$\delta_{P, syst} = \frac{P_{miern}}{P_x} 100\% = \frac{1.5 W}{286.0 W} \cdot 100\% = 0.525\%$$

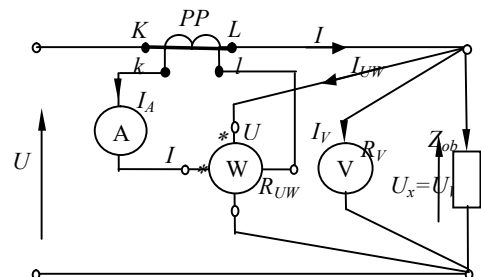
#### **Przykład 4.**

Moc odbiornika jednofazowego mierzona watomierzem z parametrami: zakres napięciowy  $U_{nW}=300$  V, prądowy  $I_{nW}=5$  A; znamionowa liczba działek  $n_{nW}=150$  dz, nominalny  $\cos$ :  $\cos\varphi_{nW}=1$ , odchylenie wskazówki watomierza  $n_W=98.5$  dz. Przekładnia przekładnika  $K_{IN}=20A/5A$ . Wskazanie woltomierza Według wskazania watomierza  $U_V=230$  V, wskazanie amperomierza  $I_A=4.67A$ .

**Wyznaczyć:**

1. Zużywaną odbiornikiem moc czynną P.
2. Moc pozorną S.
3. Moc bierna Q.

**Rozwiązanie:**



1) Wyznaczamy stałą podziałki watomierza:

$$c_W = \frac{U_{nW} \cdot I_{nW} \cdot \cos \varphi_{nW}}{n_W} = \frac{300V \cdot 5A \cdot 1}{150dz} = 10W/dz$$

2) Wyznaczamy moc wskazywaną watomierzem:

$$P_W = c_W \cdot n_w = 10 \frac{W}{dz} \cdot 98.5dz = 985 W$$

3) Wyznaczamy moc czynną zużywaną odbiornikiem (uwzględniamy przekładnie przekładnika prądowego):

$$P = P_W K_{IN} = 985 W \cdot \frac{20A}{5A} = 3940 W$$

4) Wyznaczamy moc pozorną (według wskazań woltomierza i amperomierza z uwzględnieniem przekładni przekładnika prądowego):

$$S = U_V \cdot I_A \cdot K_{IN} = 231 V \cdot 4.67 A \cdot \frac{20A}{5A} = 4315.1 V \cdot A$$

5) Wyznaczamy moc bierną (według mocy pozornej i czynnej):

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{4315.1^2 - 3940^2} \approx 1759.6 Var$$

**Przykład 5.** Moc odbiornika jednofazowego mierzona watomierzem z parametrami: zakres napięciowy  $U_{nW}=75 V$ , prądowy  $I_{nW}=5 A$ ; znamionowa liczba działek  $n_{nW}=150 dz$ , nominalny  $\cos \varphi_{nW}=1$ , klasa dokładności  $kl_W=0,2\%$ , odchylenie wskazówki watomierza  $n_w=132.5 dz$ . Przekładnia przekładnika  $K_{IN}=2A/5A$ , klasa dokładności  $kl_{pp}=0,2\%$ . Według wskazania watomierza **wyznaczyć:**

1. Zużywaną odbiornikiem moc czynną.
2. Względna standardową niepewność wskazania watomierza
3. Względna standardową niepewność przekładni
4. Złożoną względną niepewność wyniku pomiaru mocy.
5. Złożoną bezwzględną niepewność wyniku pomiaru mocy.

**Rozwiązanie:**

1) Wyznaczamy stałą podziałki watomierza:

$$c_W = \frac{U_{nW} \cdot I_{nW} \cdot \cos \varphi_{nW}}{n_W} = \frac{75V \cdot 5A \cdot 1}{150dz} = 2.5W/dz$$

2) Wyznaczamy moc wskazywaną watomierzem:

$$P_W = c_W \cdot n_w = 2.5 \frac{W}{dz} \cdot 132.5dz = 331.25 W$$

3) Wyznaczamy moc zużywaną odbiornikiem (uwzględniamy przekładnie przekładnika prądowego):

$$P = P_W K_{IN} = 331.25W \frac{2A}{5A} = 165.5 W$$

4) Wyznaczamy względną standardową niepewność wskazania watomierza:

$$u_{B,rel}(P_W) = \frac{kl_W}{\sqrt{3}} \cdot \frac{n_{nW}}{n_W} = \frac{0.2\%}{\sqrt{3}} \cdot \frac{150dz}{132.5dz} = 0.131\%$$

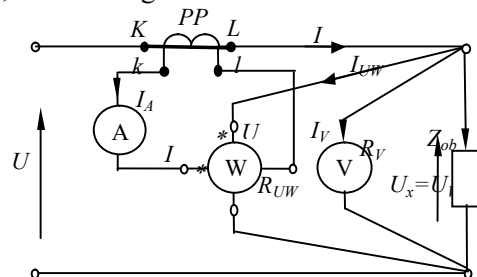
5) Wyznaczamy względną standardową niepewność przekładni prądowej:

$$u_{B,rel}(K_{IN}) = \frac{kl_{pp}}{\sqrt{3}} = \frac{0.2\%}{\sqrt{3}} = 0.115\%$$

6) Wyznaczamy złożoną względną standardową niepewność pomiaru mocy:

$$u_{B,rel}(P) = \sqrt{u_{B,rel}^2(P_W) + u_{B,rel}^2(K_{IN})} = \sqrt{0.131^2 + 0.115^2} \approx \frac{0.2\%}{\sqrt{3}} = 0.174\%$$

7) Wyznaczamy złożoną bezwzględną standardową niepewność pomiaru mocy:

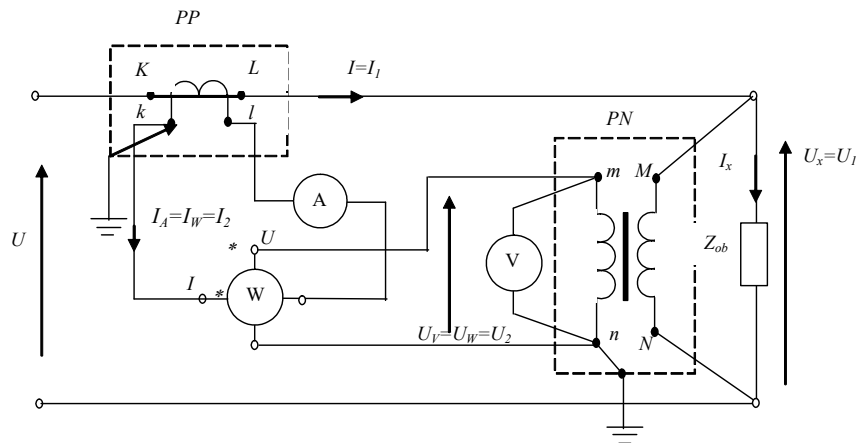


$$u_B(P) = \frac{u_{B,rel}(P) \cdot P}{100\%} = \frac{0.174\%}{100\%} \cdot 132.5 W = 0.23 W$$

**Przykład 6.** Moc odbiornika jednofazowego mierzona watomierzem z parametrami: zakres napięciowy  $U_{nW}=120 V$ , prądowy  $I_{nW}=5 A$ ; znamionowa liczba działek  $n_{nW}=150 dz$ , nominalny  $\cos\varphi_{nW}=1$ , odchylenie wskazówki watomierza  $n_W=107.5 dz$ . Przekładnia przekładnika prądowego  $K_{IN}=50A/5A$ , przekładnia przekładnika napięciowego  $K_{UN}=3000V/100V$ . Wskazanie woltomierza  $U_V=92.5 V$ , wskazanie amperomierza  $I_A=4.27A$ .

**Wyznaczyć:**

1. Zużywaną odbiornikiem moc czynną  $P$ .
2. Moc pozorną  $S$ .
3. Moc bierna  $Q$ .



**Rozwiązanie:**

- 1) Wyznaczamy stałą podziałki watomierza:

$$c_W = \frac{U_{nW} \cdot I_{nW} \cdot \cos\varphi_{nW}}{n_W} = \frac{120V \cdot 5A \cdot 1}{150dz} = 4W/dz$$

- 2) Wyznaczamy moc wskazywaną watomierzem:

$$P_W = c_W \cdot n_w = 4 \frac{W}{dz} \cdot 88.5dz = 354 W$$

- 3) Wyznaczamy moc czynną zużywaną odbiornikiem (uwzględniamy przekładni przekładników prądowego i napięciowego):

$$P = P_W K_{IN} K_{UN} = 354 W \cdot \frac{50A}{5A} \cdot \frac{3000V}{100V} = 106200 W = 106.20 kW$$

- 4) Wyznaczamy moc pozorną (według wskazań woltomierza i amperomierza z uwzględnieniem przekładni przekładników prądowego i napięciowego):

$$S = U_V \cdot I_A \cdot K_{IN} \cdot K_{UN} = 92.5 V \cdot 4.27 A \cdot \frac{50A}{5A} \cdot \frac{3000V}{100V} = 118492.5 V \cdot A = 118.49 kVA$$

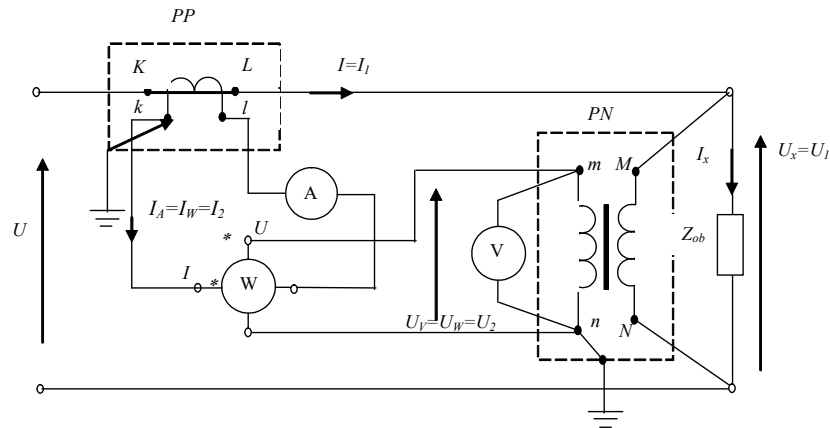
- 5) Wyznaczamy moc bierną (według mocy pozornej i czynnej):

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{118.49^2 - 106.20^2} \approx 52.56 kVar$$

**Przykład 7.** Moc odbiornika jednofazowego mierzona watomierzem z parametrami: zakres napięciowy  $U_{nW}=120 V$ , prądowy  $I_{nW}=5 A$ ; znamionowa liczba działek  $n_{nW}=75 dz$ , nominalny  $\cos\varphi_{nW}=1$ , odchylenie wskazówki watomierza  $n_W=57.5 dz$ , klasa dokładności  $kl_W=0.5$ . Przekładnia przekładnika prądowego  $K_{IN}=10A/5A$ , klasa dokładności  $kl_{PP}=0.5$ , przekładnia przekładnika napięciowego  $K_{UN}=1500V/100V$ , klasa dokładności  $kl_{PN}=0.5$ .

**Wyznaczyć:**

1. Zużywaną odbiornikiem moc czynną.
2. Względna standardową niepewność wskazania watomierza
3. Względna standardową niepewność obydwu przekładni.
4. Złożoną względną niepewność wyniku pomiaru mocy.
5. Złożoną bezwzględną niepewność wyniku pomiaru mocy.



**Rozwiązanie:**

1) Wyznaczamy stałą podziałki watomierza:

$$c_W = \frac{U_{nW} \cdot I_{nW} \cdot \cos \varphi_{nW}}{n_W} = \frac{120V \cdot 5A \cdot 1}{75dz} = 8W/dz$$

2) Wyznaczamy moc wskazywaną watomierzem:

$$P_W = c_W \cdot n_w = 8 \frac{W}{dz} \cdot 57.5dz = 460 W$$

3) Wyznaczamy moc zużywaną odbiornikiem (uwzględniamy przekładnie przekładnika prądowego i napięciowego):

$$P = P_W K_{IN} K_{UN} = 460 W \cdot \frac{10A}{5A} \cdot \frac{1500V}{10V} = 13800 W = 13.80 kW$$

4) Wyznaczamy względną standardową niepewność wskazania watomierza:

$$u_{B,rel}(P_W) = \frac{kl_W}{\sqrt{3}} \cdot \frac{n_{nW}}{n_W} = \frac{0.5\%}{\sqrt{3}} \cdot \frac{75dz}{57.5dz} = 0.377\%$$

5) Wyznaczamy względną standardową niepewność przekładni prądowej:

$$u_{B,rel}(K_{IN}) = \frac{kl_{IN}}{\sqrt{3}} = \frac{0.5\%}{\sqrt{3}} = 0.289\%$$

6) Wyznaczamy względną standardową niepewność przekładni napięciowej:

$$u_{B,rel}(K_{UN}) = \frac{kl_{UN}}{\sqrt{3}} = \frac{0.5\%}{\sqrt{3}} = 0.289\%$$

7) Wyznaczamy złożoną względną standardową niepewność pomiaru mocy:

$$u_{B,rel}(P) = \sqrt{u_{B,rel}^2(P_W) + u_{B,rel}^2(K_{IN}) + u_{B,rel}^2(K_{UN})} = \sqrt{0.377^2 + 0.289^2 + 0.289^2} \approx 0.555\%$$

8) Wyznaczamy złożoną bezwzględną standardową niepewność pomiaru mocy:

$$u_B(P) = \frac{u_{B,rel}(P) \cdot P}{100\%} = \frac{0.555\%}{100\%} \cdot 13800 W \approx 77.6 W$$



## Przykłady do kolokwium N3

### III. Pomiary impedancji, indukcyjności, dobroci, pojemności, stratności

**Przykład 1.** Podczas pomiaru impedancji obiektu indukcyjnego wskazanie woltomierza  $U_V=121\text{ V}$ , wskazanie amperomierza  $I_A=3,45\text{ A}$ , rezystancja  $R_{ob}=20,5\ \Omega$ , częstotliwość  $f=50\text{ Hz}$ . Wyznaczyć:

1. Impedancje obiektu  $Z_{ob}$ .
2. Indukcyjność obiektu  $L_{ob}$ .
3. Dobroć obiektu indukcyjnego

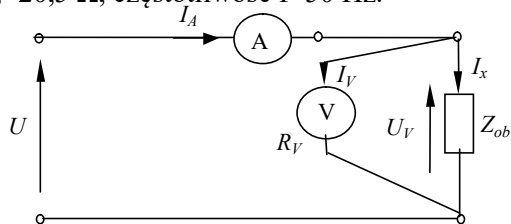
**Rozwiązanie:**

1) Impedancja obiektu  $Z_{ob} = \frac{U_V}{I_A} = \frac{121\text{ V}}{3,45\text{ A}} \approx 35,072\ \Omega$ .

2a) Reaktancja obiektu  $X_{ob} = \sqrt{Z_{ob}^2 - R_{ob}^2} = \sqrt{35,072^2 - 20,5^2} \approx 28,457\ \Omega$   $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$

2b) Indukcyjność obciążenia:  $L_{ob} = \frac{X_{ob}}{2\pi f} = \frac{28,457\ \Omega}{2\pi \cdot 50\text{ Hz}} \approx 90,58\text{ mH}$

3) Dobroć obiektu indukcyjnego:  $Q_{ob} = \frac{X_{ob}}{R_{ob}} = \frac{28,457\ \Omega}{20,5\ \Omega} \approx 1,39$



**Przykład 2:** Podczas pomiaru impedancji obiektu pojemnościowego wskazanie woltomierza  $U_V=480\text{ V}$ , wskazanie amperomierza  $I_A=0,435\text{ A}$ , rezystancja (w układzie zastępczym równoległym)  $R_{ob}=12,5\text{ k}\Omega$ , częstotliwość  $f=50\text{ Hz}$ . Wyznaczyć:

1. Admitancje obiektu  $Y_{ob}$ .
2. Pojemność obiektu  $C_{ob}$ .
3. Stratność obiektu pojemnościowego

**Rozwiązanie:**

1) Admitancja obiektu  $Y_{ob} = \frac{I_A}{U_V} = \frac{0,435\text{ A}}{480\text{ V}} \approx 9,063 \cdot 10^{-3}\text{ S}$ .

2). Pojemność obiektu:  $C_{ob} = \frac{\sqrt{Y_{ob}^2 - \frac{1}{R_{ob}^2}}}{2\pi f} = \frac{\sqrt{(9,063 \cdot 10^{-3})^2 - \frac{1}{12500^2}}}{2\pi \cdot 50\text{ Hz}} \approx 2,874 \cdot 10^{-6}\text{ F} = 2,874\ \mu\text{F}$

3) Stratność obiektu pojemnościowego:  $\text{tg}\delta_p = \frac{1}{R_{ob} \cdot 2\pi f C_{ob}} = \frac{1}{12500\ \Omega \cdot 2\pi \cdot 50\text{ Hz} \cdot 2,874 \cdot 10^{-6}\text{ F}} \approx 0,089$

**Przykład 3:** Podczas pomiaru impedancji odbiornika jednofazowego wskazanie woltomierza  $U_V=225\text{ V}$  (zakres  $300\text{ V}$ , klasa dokładności 1.0), wskazanie amperomierza  $I_A=3,45\text{ A}$  (zakres  $5\text{ A}$ , klasa 1.5) Wyznaczyć:

1. Impedancje obiektu  $Z_{ob}$ .
2. Względne niepewności wskazań mierników.
3. Względna niepewność pomiaru impedancji obiektu.
4. Bezwzględna niepewność pomiaru impedancji obiektu.

**Rozwiązanie:**

1) Impedancje obiektu  $Z_{ob} = \frac{U_V}{I_A} = \frac{225\text{ V}}{3,45\text{ A}} \approx 65,217\ \Omega$ .

2a) Względna niepewność pomiaru napięcia  $u_{B,rel}(U) = \frac{k_U U_{nV}}{\sqrt{3} U_V} = \frac{1,0 \cdot 300\text{ V}}{\sqrt{3} \cdot 225\text{ V}} \approx 0,770\%$

2b) Względna niepewność pomiaru prądu  $u_{B,rel}(I) = \frac{k_I I_{nA}}{\sqrt{3} I_A} = \frac{1,5 \cdot 3\text{ A}}{\sqrt{3} \cdot 3,45\text{ A}} \approx 0,945\%$

3) Względna złożona niepewność pomiaru impedancji  $u_{c,rel}(Z) = \sqrt{u_{B,rel}^2(U) + u_{B,rel}^2(I)} = \sqrt{0,770^2 + 0,945^2} = 1,219\%$

4) Bezwzględna złożona niepewność pomiaru impedancji

$u_{c,rel}(Z) = \frac{u_{c,rel}(Z) \cdot Z_{ob}}{100\%} = \frac{1,219\% \cdot 65,217\ \Omega}{100\%} \approx 0,795\ \Omega \approx 1,0\ \Omega$

**Przykład 4:** Podczas pomiaru indukcyjności odbiornika jednofazowego wartość częstotliwości  $50,0\text{ Hz}$  (względna niepewność standardowa  $0,15\%$ ) wskazanie woltomierza  $U_V=227,4\text{ V}$  (zakres

250 V, klasa dokładności 0.5), wskazanie amperomierza  $I_A=4.457$  A (zakres 5A, klasa 0.5).  
 Rezystancja na prądzie stałym jest znana:  $R_{ob}=25.45$   $\Omega$  ze względną niepewnością standardową 0.25 %. Wyznaczyć:

1. Impedancje obiektu  $Z_{ob}$ .
2. Indukcyjność obiektu
3. Względną złożoną niepewność pomiaru impedancji.
4. Względną niepewność pomiaru indukcyjności obiektu.
5. Bezwzględna niepewność pomiaru indukcyjności obiektu.

**Rozwiązanie:**

1) Impedancje obiektu  $Z_{ob} = \frac{U_V}{I_A} = \frac{227.5 V}{4.457 A} \approx 51.043 \Omega$ .

2a) Reaktancja obiektu  $X_{ob} = \sqrt{Z_{ob}^2 - R_{ob}^2} = \sqrt{51.043^2 - 25.45^2} \approx 44.246 \Omega$

2b) Indukcyjność obciążenia:  $L_{ob} = \frac{X_{ob}}{2\pi f} = \frac{44.246}{2\pi \cdot 50} \approx 140.84$  mH

3a) Względna niepewność pomiaru napięcia  $u_{B,rel}(U) = \frac{kI_V U_{nV}}{\sqrt{3} U_V} = \frac{0.5 \cdot 250V}{\sqrt{3} 227.5V} \approx 0.317\%$

3b) Względna niepewność pomiaru prądu  $u_{B,rel}(I) = \frac{kI_A I_{nA}}{\sqrt{3} I_A} = \frac{0.5 \cdot 5 A}{\sqrt{3} 4.457 V} \approx 0.324\%$

3c) Względna złożona niepewność pomiaru impedancji  $u_{c,rel}(Z) = \sqrt{u_{B,rel}(U)^2 + u_{B,rel}(I)^2} = \sqrt{0.317^2 + 0.324^2} = 0.453\%$

4a) Względna niepewność pomiaru indukcyjności obiektu:

$$u_{c,rel}(L) = \sqrt{u_{B,rel}(f)^2 + \frac{Z_{ob}^4 u_{c,rel}(Z)^2 + R_{ob}^4 u_{c,rel}(DR)^2}{X^4}} = \sqrt{0.15^2 + \frac{51.043^4 \cdot 0.453^2 + 25.45^4 \cdot 0.25^2}{44.246^4}} = 0.627\%$$

4b) Bezwzględna złożona niepewność pomiaru indukcyjności obiektu

$$u_{c,rel}(L) = \frac{u_{c,rel}(L) \cdot L_{ob}}{100\%} = \frac{0.627\% \cdot 140.84mH}{100\%} \approx 0.88$$
 mH

## Przykłady do kolokwium N3

### IV. Pomiary LCR mostkiem MT4090

Dane mostku MT4090 podano w tabelach na końcu tego tekstu

**Przykład 1.** Podczas pomiaru indukcyjności na częstotliwości 1 kHz wskazanie miernika  $L_x = 25.35$  mH. Wyznaczyć:

- 1) bezwzględną niepewność wyniku pomiaru indukcyjności.
- 2) względną niepewność wyniku pomiaru indukcyjności.

**Rozwiązanie:**

1) Według zadanej częstotliwości (1 kHz) oraz wyniku parametry niepewności znajdziemy w Tabeli 2 w 3-m wierszu oraz 7 kolumnie (zakres  $15.91$  mH  $\div$   $159.1$   $\mu$ H): WMBD= $\pm 0.5\%$ ,  $c=1$ . Tj.

- 2) Bezwzględna niepewność standardowa wyniku pomiaru indukcyjności:

$$u_B(L) = \frac{\frac{0.5\% \cdot 25.35 \text{ mH}}{100\%} + 1 \cdot 0.01 \text{ mH}}{\sqrt{3}} = 0.0790 \text{ mH}$$

- 2) Względna niepewność standardowa wyniku pomiaru indukcyjności:

$$u_{B,rel}(L) = \frac{0.5\% + \frac{1 \cdot 0.01 \text{ mH}}{25.35 \text{ mH}} 100\%}{\sqrt{3}} = 0.311 \%$$

**Przykład 2.** Podczas pomiaru pojemności kondensatora na częstotliwości 200 kHz wskazanie miernika  $C_x = 37.82$  pF. Wyznaczyć:

- 1) bezwzględną niepewność wyniku pomiaru pojemności.
- 2) względną niepewność wyniku pomiaru pojemności.

**Rozwiązanie:**

1) Według zadanej częstotliwości (200 kHz) oraz wyniku parametry niepewności znajdziemy w Tabeli 1 w ostatnim wierszu oraz 4 kolumnie (zakres  $7.957$  pF  $\div$   $79.57$  pF): WMBD= $\pm 1\%$ ,  $c=1$ . Tj.

- 2) Bezwzględna niepewność standardowa wyniku pomiaru pojemności:

$$u_B(C) = \frac{\frac{1\% \cdot 37.82 \text{ pF}}{100\%} + 1 \cdot 0.01 \text{ pF}}{\sqrt{3}} = 0.224 \text{ pF}$$

- 2) Względna niepewność standardowa wyniku pomiaru pojemności:

$$u_{B,rel}(C) = \frac{1\% + \frac{1 \cdot 0.01 \text{ pF}}{37.82 \text{ pF}} 100\%}{\sqrt{3}} = 0.593 \%$$

**Przykład 3.** Na częstotliwości 10 kHz mierzona pojemność, uzyskano wyniki:  $C_x = 56.78$  nF; stratność  $D_x = 0.024$ . Wyznaczyć:

- 1) bezwzględną niepewność standardową wyniku pomiaru stratności:

**Rozwiązanie:**

- 1) Impedancja kondensatora

$$Z_C = X_C = \frac{1}{2\pi f C_x} = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \text{ Hz} \cdot 56.78 \cdot 10^{-9} \text{ F}} = 280.3 \Omega$$

2) Według tabeli 3 dla  $f=10$  kHz oraz  $Z_c=280.3 \Omega$  z 6-jej kolumny i 2-go wiersza MBD( $D_x$ )= $\pm 0.002$ .

- 3) Bezwzględna niepewność standardową wyniku pomiaru stratności:

$$u_B(Dx) = \frac{0.002}{\sqrt{3}} = 0.00115$$

**Przykład 4.** Na częstotliwości 1 kHz mierzona indukcyjność, uzyskano wyniki:  
 $L_x = 122.3 \text{ mH}$ ; dobroć  $Q_x = D_x = 30$ . Wyznaczyć bezwzględną niepewność standardową  
wyniku pomiaru dobroci:

1) Impedancja indukcyjnościowa

$$Z_L = X_L = 2\pi f C_x = 2\pi \cdot 10^3 \text{ Hz} \cdot 122.3 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 768.4 \Omega$$

2) Według tabeli 3 dla  $f=1 \text{ kHz}$  oraz  $Z_c=768.4 \Omega$  z 6-ej kolumny i 2-go wiersza  
 $MBD(D_x) = \pm 0.002$ .

3) Bezwzględna niepewność standardową wyniku pomiaru dobroci:

$$u_B(Dx) = 30^2 \frac{0.002}{\sqrt{3}} \approx 1.0$$



**Tabela 3. Dokładność pomiaru dobroci D oraz kąta stratności  $\theta$** 

Dokładność pomiaru współczynnika stratności (D):

Zx Często.	20M ~ 10M ( $\Omega$ )	10M ~ 1M ( $\Omega$ )	1M ~ 100k ( $\Omega$ )	100k ~ 10k ( $\Omega$ )	10k ~ 1k ( $\Omega$ )	1k ~ 100 ( $\Omega$ )	100 ~ 1 ( $\Omega$ )	1 ~ 0,1 ( $\Omega$ )
100Hz	$\pm 0,020$ ●	$\pm 0,010$	$\pm 0,005$	$\pm 0,002$	$\pm 0,002$	$\pm 0,002$	$\pm 0,005$	$\pm 0,010$ ●
120Hz								
1kHz								
10kHz	$\pm 0,050$ ●	$\pm 0,020$						
100kHz 200kHz ●	–	$\pm 0,050$	$\pm 0,020$	$\pm 0,010$	$\pm 0,004$	$\pm 0,010$	$\pm 0,020$	$\pm 0,050$

Dokładność pomiaru kąta stratności ( $\theta$ ):

Zx Często.	20M ~ 10M ( $\Omega$ )	10M ~ 1M ( $\Omega$ )	1M ~ 100k ( $\Omega$ )	100k ~ 10k ( $\Omega$ )	10k ~ 1k ( $\Omega$ )	1k ~ 100 ( $\Omega$ )	100 ~ 1 ( $\Omega$ )	1 ~ 0,1 ( $\Omega$ )
100Hz	$\pm 1,046$ ●	$\pm 0,523$	$\pm 0,261$	$\pm 0,105$	$\pm 0,105$	$\pm 0,105$	$\pm 0,261$	$\pm 0,523$ ●
120Hz								
1kHz								
10kHz	$\pm 2,615$ ●	$\pm 1,046$						
100kHz 200kHz ●	–	$\pm 2,615$	$\pm 1,046$	$\pm 0,409$	$\pm 0,209$	$\pm 0,409$	$\pm 1,046$	$\pm 2,615$