

Cyfrowe przyrządy pomiarowe 2022

Przykłady do kolokwium N2

1. Analogowa filtracja i uśrednianie szumu nieskorelowanego

1a. Analogowa filtracja szumu nieskorelowanego (białego)

Podczas pomiaru cyfrowego sygnału występuje też szum biały o gęstości widmowej mocy $N_0=200 \text{ nV}^2/\text{Hz}$. W celu zmniejszenia wpływu szum wykorzystuje się analogowy dolnoprzepustowy filtr Butherwort'a rzędu $n=4$ ze stałą czasową $\tau_F=2 \text{ ms} = 0.002 \text{ s}$.

Wyznaczyć odchylenie standardowe szumu na wyjściu filtru.

Rozwiązanie:

1) Charakterystyka Amplitudo - częstotliwościowa filtru Butherwort'a:

$$A_F(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi\tau_F f)^{2n}}}$$

Dlatego wariancja szumu na wyjściu filtru:

$$\sigma_{sz}^2 = 2 \int_0^{\infty} N_0 A_F^2(f) df = 2N_0 \int_0^{\infty} \frac{1}{1 + (2\pi\tau_F f)^{2n}} df = \frac{N_0}{2n\tau_F \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2n}\right)}$$

Po podstawieniu $N_0=200\text{nV}^2/\text{Hz}$, $n=4$ oraz $\tau_F=2 \text{ ms} = 0.002 \text{ s}$ otrzymujemy:

$$\sigma_{sz}^2 = \frac{200 \text{ nV}^2 / \text{Hz}}{2 \cdot 4 \cdot 0.002 \text{ s} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot 4}\right)} = 3.266 \cdot 10^4 \text{ nV}^2$$

2) Odchylenie standardowe szumu

$$\sigma_{sz} = \sqrt{\sigma_{sz}^2} = \sqrt{3.266 \cdot 10^4 \text{ nV}^2} \approx 181 \text{ nV} = 0.181 \mu\text{V}$$

1b. Analogowe uśrednianie szumu nieskorelowanego (białego)

Podczas pomiaru cyfrowego sygnału występuje też szum biały o gęstości widmowej mocy $N_0=0.1 \mu\text{V}^2/\text{Hz}$. W celu zmniejszenia wpływu szum wykorzystuje się analogowy uśrednianie szumu poprzez jego całkowanie w czasie $T_{us}=20 \text{ ms}$ z funkcję wagową rzędu $n=1$ (prostokątna) lub 2 (trójkątna) (Na kolokwium będzie jedna wartość).

Wyznaczyć odchylenie standardowe szumu uśrednianiu analogowym.

Rozwiązanie:

1) Charakterystyka Amplitudo - częstotliwościowa uśredniania analogowego z funkcję wagowa 1-go lub 2-go rzędu:

$$A_{us}(f) = \left(\frac{\sin(\pi f T_{us})}{\pi f T_{us}} \right)^{2n}$$

Dlatego wariancja szumu po jego uśrednianiu analogowym:

$$\sigma_{sz}^2 = 2 \int_0^{\infty} N_0 A_F^2(f) df = 2 N_0 \int_0^{\infty} \left(\frac{\sin(\pi f T_{us})}{\pi f T_{us}} \right)^{2n} df = \frac{N_0}{T_{us}} \cdot \begin{cases} 1, & n=1 \\ \frac{2}{3}, & n=2 \end{cases}$$

Po podstawieniu $N_0=0.1 \mu V^2/Hz$, $n=1; 2$, oraz $T_{us}=20 \text{ ms}$:

$$\sigma_{sz}^2 = \frac{0.1 \mu V^2 / Hz}{0.02s} \begin{cases} 1, & n=1 \\ \frac{2}{3}, & n=2 \end{cases} = \begin{cases} 5, & n=1 \\ 3.33, & n=2 \end{cases} \mu V^2$$

2) Odchylenie standardowe szumu

$$\sigma_{sz} = \sqrt{\sigma_{sz}^2} = \sqrt{\begin{cases} 5, & n=1 \\ 3.33, & n=2 \end{cases} \mu V^2} \approx \begin{cases} 2.24, & n=1 \\ 1.83, & n=2 \end{cases} \mu V$$

2. Niepewność wartości średniej obserwacji skorelowanych

Zarejestrowano $n=16$ obserwacji skorelowanych:

9.20 10.28 9.85 9.38 9.72 10.20 11.68 10.6 8.99 9.48 9.33 10.19 10.13
10.54 11.25 8.79

Znana jest wykładnicza unormowana funkcja autokorelacji $\rho_i = \rho_0^i$ ($i=0,1,2,\dots$), $\rho_0 = 0.5$

Obliczyć:

- 1) Wartość średnią,
- 2) Wariancję obserwacji,
- 3) Niepewność standardową średniej bez uwzględnienia skorelowania obserwacji,
- 4) Niepewność standardową średniej z uwzględnieniem skorelowania obserwacji.
- 5) Efektywna liczba nieskorelowanych obserwacji.

Rozwiązanie:

1) Wartość średnia:

$$\bar{x} = \frac{9.20 + 10.28 + 9.85 + 9.38 + 9.72 + 10.20 + 11.68 + 10.60 + 8.99 + 9.48 + 9.33 + 10.19 + 10.13 + 10.54 + 11.25 + 8.79}{16} = 9.976$$

2) Wariancja obserwacji:

$$s_x^2 = \left(\frac{9.20^2 + 10.28^2 + 9.85^2 + 9.38^2 + 9.72^2 + 10.20^2 + 11.68^2 + 10.60^2 + 8.99^2 + 9.48^2 + 9.33^2 + 10.19^2 + 10.13^2 + 10.54^2 + 11.25^2 + 8.79^2}{16} - (9.976)^2 \right) \cdot \frac{16}{15} = 0.6351$$

3) Niepewność standardowa średniej bez uwzględnienia skorelowania obserwacji:

$$u_A(\bar{x}) = \sqrt{\frac{s_x^2}{n}} = \sqrt{\frac{0.6351}{16}} = 0.199$$

4) Niepewność standardowa średniej z uwzględnieniem skorelowania obserwacji.

Wartości unormowanej funkcji autokorelacji:

$$i=1,2,3,\dots: \rho_0^i = 0.5^i = 0.5; 0.25; 0.125; 0.0625; 0.03125 \dots$$

Uwzględniamy tylko wartości unormowanej funkcji autokorelacji większe od 0.05, tj. 0.5; 0.25; 0.125 oraz 0.0625 ($i=1,2,3,4$).

Współczynnik uwzględniający skorelowanie:

$$1 + R_{\rho N} = 1 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \left(1 - \frac{i}{N}\right) \rho_i \approx 1 + 2 \left(\left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot 0.5 + \left(1 - \frac{2}{16}\right) \cdot 0.25 + \left(1 - \frac{3}{16}\right) \cdot 0.125 + \left(1 - \frac{4}{16}\right) \cdot 0.0625 \right) \approx 2.672$$

Niepewność standardową średniej z uwzględnieniem skorelowania obserwacji

$$u_{A, kor}(\bar{x}) = u_A(\bar{x}) \sqrt{1 + R_{\rho N}} = 0.199 \sqrt{2.672} = 0.326$$

5) Efektywna liczba nie skorelowanych obserwacji

$$N_{eff} = \frac{N}{1 + R_{\rho N}} = \frac{16}{2.672} \approx 6$$

$$\sqrt{1 + R_{\rho N}} = \sqrt{2.672} \approx 1.64$$

Jeśliby była zadana trójkątna funkcja autokorelacji o długości m : $\rho_i = 1 - \frac{i}{m}$, $i = 0, 1, 2, \dots, m-1$, wtedy przy obliczaniu współczynnika uwzględniającego skorelowanie sumujemy $m-1$ członów.

Na przykład, przy $m=4$ uwzględniamy $4-1=3$ wartości funkcji autokorelacji:

$$\rho_1 = 1 - 1/4 = 0.75; \rho_2 = 1 - 2/4 = 0.5; \rho_3 = 1 - 3/4 = 0.25;$$

Stąd przy trójkątnej funkcji autokorelacji współczynnik uwzględniający skorelowanie

$$1 + R_{\rho N} = 1 + 2 \left(\left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot 0.75 + \left(1 - \frac{2}{16}\right) \cdot 0.5 + \left(1 - \frac{3}{16}\right) \cdot 0.25 \right) \approx 3.688$$

3. Korekcja oddziaływań systematycznych

3a) Podczas korekcji oddziaływań addytywnego i multiplikatywnego wskazanie miernika przy zwartym wejściu $N_0 = 0.003$ V przy podaniu wielkości referencyjnej $U_{ref} = 8,000$ V wskazanie $N_{ref} = 8.006$ V oraz wskazanie miernika $N_x = 6,725$ V przy podaniu o wejścia wielkości mierzonej.

Wyznaczyć wartość skorygowanego wyniku pomiaru.

Rozwiązanie:

1) Skorygowany wynik:

$$U_{cor} = \frac{N_x - N_0}{N_{ref} - N_0} U_{ref} = \frac{6.725_x - 0.003}{8.006 - 0.003} 8.000V = 6.7195V$$

3b) Podczas korekcji dryftu addytywnego liniowego miernika metodą komutacji sygnału wejściowego w równych odstępach czasowych uzyskano 4 wyniki pomiaru: pomiar $+U_x$ wskazanie miernika $N_{x1} = 5,642$ V, pomiar $-U_x$ wskazanie miernika $N_{x2} = -5,622$ V, pomiar $-U_x$ wskazanie miernika $N_{x3} = -5,602$ V, pomiar $+U_x$ wskazanie miernika $N_{x4} = 5,702$ V.

Wyznaczyć wartość skorygowanego wyniku pomiaru.

Rozwiązanie:

1) Skorygowany wynik:

$$U_{cor} = \frac{N_{x1} - N_{x2} - N_{x3} + N_{x4}}{4} = \frac{5.642 - (-5.620) - (-5.602) + 5.692}{4} = 5.639 \text{ V}$$

3c) Wyznaczyć bezwzględną i względną złożoną standardową niepewność skorygowanego wyniku $U_{kor,x} = 17.823$ V pomiaru cyfrowym miernikiem, jeśli wskazanie miernika przy zwartym wejściu $N_0 = -0.02$ V, przy podaniu wielkości mierzonej wskazanie $N_x = 17.77$ V, oraz przy podaniu wielkości referencyjnej $U_{ref} = 16.000$ V wskazanie $N_{ref} = 15.95$ V, jeśli względna wartość graniczna odchylenia wielkości referencyjnej od wartości nominalnej jest równa $\pm 0.025\%$. Uwzględnić tylko efekt kwantowania (wartość cyfry najmniej znaczącej) wskazania miernika.

Rozwiązanie:

1) Wartość cyfry najmniej znaczącej wskazań $WCNZ = 0.01$ V, dlatego standardowe odchylenie efektu kwantowania:

$$\sigma_{kw} = \frac{WCNZ}{2\sqrt{3}} = \frac{0.01 \text{ V}}{2\sqrt{3}} = 0.00288 \text{ V},$$

Niepewność standardowa napięcia referencyjnego

$$u(U_{ref}) = \frac{\delta_{ref} U_{ref}}{100\sqrt{3}} = \frac{0.025\% \cdot 16 \text{ V}}{100\% \cdot \sqrt{3}} \approx 0.0231 \text{ V}$$

2) Współczynniki wpływu niepewności od kwantowania we wszystkich wynikach:

$$C_{Nx} \approx 1, C_{N0} \approx \frac{N_x - N_{ref}}{N_{ref}} = \frac{17.77 - 15.95}{15.95} = 0.114,$$

$$C_{Nref} \approx \frac{-N_x}{N_{ref}} = \frac{-17.77}{15.95} \approx -1.114, C_{Uref} \approx \frac{N_x}{N_{ref}} = \frac{17.77}{15.95} \approx 1.114$$

3) Złożona standardowa niepewność korekcji:

$$u(U_{kor}) = \sqrt{C_{Nx}^2 \sigma_{kw}^2 + C_{N0}^2 \sigma_{kw}^2 + C_{Nref}^2 \sigma_{kw}^2 + C_{Uref}^2 u^2(U_{ref})} = \sqrt{(1^2 + 0.114^2 + 1.114^2) \cdot 0.00288^2 + 1.114^2 \cdot 0.0231^2} \quad 4) \\ = 0.00503 \text{ V}$$

Względna złożona standardowa niepewność korekcji:

$$u_{c,rel}(U_{kor}) = \frac{u(U_{kor})}{U_{kor}} \cdot 100\% = \frac{0.00503 \text{ V}}{17.823 \text{ V}} \cdot 100\% = 0.0282\%$$

3d) Wyznaczyć bezwzględną i względną złożoną standardową niepewność skorygowanego wyniku $U_{kor,x} = 2.5185$ V pomiaru podczas korekcji dryftu addytywnego

liniowego miernika metodą komutacji sygnału wejściowego w równych odstępach czasowych. Uzyskano 4 wyniki pomiaru: pomiar $+U_x$ wskazanie miernika $N_{x1} = 2.521 \text{ V}$, pomiar $-U_x$ wskazanie miernika $N_{x2} = -2.501 \text{ V}$, pomiar $-U_x$ wskazanie miernika $N_{x3} = -2.591 \text{ V}$, pomiar $+U_x$ wskazanie miernika $N_{x4} = 2.551 \text{ V}$. Uwzględnić tylko efekt kwantowania (wartość cyfry najmniej znaczącej) wskazania miernika.

Rozwiązanie:

1) Wartość cyfry najmniej znaczącej wskazań $WCNZ = 0.001 \text{ V}$, dlatego standardowe odchylenie efektu kwantowania:

$$\sigma_{kw} = \frac{WCNZ}{2\sqrt{3}} = \frac{0.001 \text{ V}}{2\sqrt{3}} = 0.000288 \text{ V}$$

2) Współczynniki wpływu niepewności od kwantowania we wszystkich wynikach:

$$C_1 = C_2 + C_3 + C_4 = 1/4.$$

3) Złożona standardowa niepewność korekcji:

$$u_c(U_{kor}) = \sqrt{C_1^2 \sigma_{kw}^2 + C_2^2 \sigma_{kw}^2 + C_3^2 \sigma_{kw}^2 + C_4^2 \sigma_{kw}^2} = \sigma_{kw} \sqrt{\left(\frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16}\right)} = 0.000288 \text{ V} \cdot \frac{1}{2} = 0.000144 \text{ V}$$

4) Względna złożona standardowa niepewność korekcji:

$$u_{c,rel}(U_{kor}) = \frac{u_c(U_{kor})}{U_{kor}} 100\% = \frac{0.000144 \text{ V}}{2.5185 \text{ V}} 100\% = 0.00572\%$$

4. Rezystancyjny dzielniki i wzmacniacze napięcia na zasadzie rezystorów Hamona i technologii DEM

4.A) Dzielnik: Zadano 2 zestawy po 4 rezystory o rezystancji (w Ω):

1 zestaw	$R_{11} = 2000.3$	$R_{12} = 1999.7$	$R_{13} = 2002.9$	$R_{14} = 2002.2$
2 zestaw	$R_{21} = 2004.0$	$R_{22} = 2000.9$	$R_{23} = 1998.1$	$R_{24} = 2002.7$

Tolerancja rezystorów $\delta_{tol} = \pm 0.2\%$.

Z tych zestawów tworzony jest rezystancyjny dzielnik napięcia na zasadzie rezystorów Hamona.

Wyznaczyć:

- 1) Nominalny współczynnik podziału napięcia.
- 2) Wartość rzeczywistą współczynnika podziału napięcia.
- 3) Względny błąd współczynnika podziału napięcia.
- 4) Teoretyczną przybliżoną wartość graniczną błędu współczynnika podziału

Rozwiązanie:

1) Nominalny współczynnik podziału napięcia jest równy:

$$K_{d,nom} = n^2 + 1 = 4^2 + 1 = 17$$

2) Wartość rzeczywistą współczynnika podziału napięcia:

2.1) Rezystancja szeregowych połączeń rezystorów zestawów

$$R_{sz1} = 2000.3 + 1999.7 + 2002.9 + 2002.2 = 8005.1 \Omega$$

$$R_{sz2} = 2004.0 + 2000.9 + 1998.1 + 2002.7 = 8005.7 \Omega$$

2.2) Przewodności rezystorów ($G_i = 1/R_i$):

$$4.999 \quad 5.001 \quad 4.993 \quad 4.995 \quad 4.990 \text{ (Sm);}$$

$$4.998 \quad 5.005 \quad 4.993) \times 10^{-4} \text{ (Sm);}$$

2.3) Przewodności równoległego połączenia rezystorów zestawów

$$G_{r1} = (5.9993 + 5.0008 + 4.9938 + 4.9945) \times 10^{-4} = 1.99873 \times 10^{-3} \text{ Sm}$$

$$G_{r2} = (4.9900 + 4.9978 + 5.0048 + 4.9933) \times 10^{-4} = 1.99858 \times 10^{-3} \text{ Sm}$$

2.4a) Współczynnik podziału dzielnika R_{sz1} : R_{r2}

$$K_{d1} = R_{sz1} G_{p2} + 1 = 16.99882$$

2.4b) Współczynnik podziału dzielnika R_{sz2} : R_{r1}

$$K_{d2} = R_{sz2} G_{p1} + 1 = 17.0012$$

2.5) Wartość rzeczywistą współczynnika podziału napięcia:

$$K_d = \frac{K_{d1} + K_{d2}}{2} = 17.000013$$

3) Względny błąd współczynnika podziału napięcia.

$$\delta_d = \left(\frac{K_d}{K_{d,nom}} - 1 \right) 100\% = \left(\frac{17.000013}{17} - 1 \right) 100\% = 0.00008\%.$$

4) Teoretyczną przybliżoną wartość graniczną błędu współczynnika podziału

$$\delta_{K_w} \approx \delta_{tol}^2 = \left(\frac{\delta_{tol}}{100} \right)^2 \cdot 100\% = \left(\frac{0.2}{100} \right)^2 \cdot 100\% = 0.0004\%.$$

4B) Wzmacniacz odwracający: Zadano 2 zestawy po 3 rezystory o rezystancji (w Ω), tolerancja rezystorów $\delta_{tol} = \pm 0.2\%$:

1 zestaw	$R_{11} = 2997.5$	$R_{12} = 3003.9$	$R_{13} = 2998.3$
2 zestaw	$R_{21} = 3003.4$	$R_{22} = 2996.8$	$R_{23} = 3002.5$

Z tych zestawów dzielników napięcia na zasadzie rezystorów Hamona oraz przestawienia miejscami zestawów rezystorów tworzony jest wzmacniacz odwracający.

Wyznaczyć: 1) Nominalny współczynnik wzmocnienia napięcia.

2) Wartość rzeczywistą współczynnika wzmocnienia napięcia.

3) Względny błąd współczynnika wzmocnienia napięcia.

4) Teoretyczną przybliżoną wartość graniczną błędu współczynnika wzmocnienia

Rozwiązanie:

1) Nominalny współczynnik wzmocnienia napięcia jest równy:

$$K_{w,nom} = n^2 = 3^2 = 9$$

2) Wartość rzeczywistą współczynnika wzmocnienia napięcia:

2.1) Rezystancja szeregowych połączeń rezystorów zestawów

$$R_{sz1} = 2997.5 + 3003.9 + 2998.3 = 8999.7 \Omega$$

$$R_{sz2} = 3003.4 + 2996.8 + 3002.5 = 9002.7 \Omega$$

2.2) Przewodności rezystorów ($G_i = 1/R_i$):

$$(3.3361 \quad 3.3290 \quad 3.3352) \times 10^{-4} \text{ (Sm)};$$

$$(3.3296 \quad 3.3369 \quad 3.3306) \times 10^{-4} \text{ (Sm)};$$

2.3) Przewodności równoległego połączeń rezystorów zestawów

$$G_{r1} = (3.3361 + 3.3290 + 3.3352) \times 10^{-4} = 10.0003 \cdot 10^{-4} \text{ Sm}$$

$$G_{r2} = (3.3296 + 3.3369 + 3.3306) \times 10^{-4} = 9.99701 \cdot 10^{-4} \text{ Sm}$$

2.5a) Współczynnik wzmocnienia 1: R_{sz1} ; G_{r2}

$$K_{w1} = R_{sz1} G_{r2} = 8999.7 \cdot 9.99701 \cdot 10^{-4} = 8.99701$$

2.4b) Współczynnik wzmocnienia 1 R_{sz2} ; G_{r1}

$$K_{w2} = R_{sz2} G_{r1} = 9002.7 \cdot 10.0003 \cdot 10^{-4} = 9.00301$$

2.5) Wartość rzeczywistą współczynnika wzmocnienia napięcia:

$$K_w = \frac{K_{w1} + K_{w2}}{2} = 9.000009$$

3) Względny błąd współczynnika wzmocnienia napięcia.

$$\delta_w = \left(\frac{K_w}{K_{w,nom}} - 1 \right) 100\% = \left(\frac{9.000009}{9} - 1 \right) 100\% \approx 0.0001\% .$$

4) Teoretyczną przybliżoną wartość graniczną błędów współczynnika wzmocnienia

$$\delta_{K_w} \approx \delta_{tol}^2 = \left(\frac{\delta_{tol}}{100} \right)^2 \cdot 100\% = \left(\frac{0.2}{100} \right)^2 \cdot 100\% = 0.0004\%$$

4C) Wzmacniacz nieodwracający: Zadano 2 zestawy po 3 rezystory o rezystancji (w Ω), tolerancja rezystorów $\delta_{tol} = \pm 0.15\%$:

1 zestaw	$R_{11} = 6003.4$	$R_{12} = 5996.9$	$R_{13} = 5997.0$
2 zestaw	$R_{21} = 5996.6$	$R_{22} = 6003.9$	$R_{23} = 6003.7$

Z tych zestawów dzielników napięcia na zasadzie rezystorów Hamona oraz przestawienia miejscami zestawów rezystorów tworzony jest **wzmacniacz nieodwracający**.

Wyznaczyć: 1) Nominalny współczynnik wzmocnienia napięcia.

- 2) Wartość rzeczywistą współczynnika wzmocnienia napięcia.
 3) Względny błąd współczynnika wzmocnienia napięcia.
 4) Teoretyczną przybliżoną wartość graniczną błędu współczynnika wzmocnienia

Rozwiązanie:

1) Nominalny współczynnik wzmocnienia napięcia jest równy:

$$K_{w,nom} = n^2 + 1 = 3^2 + 1 = 10$$

2) Wartość rzeczywistą współczynnika wzmocnienia napięcia:

2.1) Rezystancja szeregowych połączeń rezystorów zestawów

$$R_{sz1} = 6003.4 + 5996.9 + 5997.0 = 17997.3 \Omega$$

$$R_{sz2} = 5996.6 + 6003.9 + 6003.7 = 18004.2 \Omega$$

2.2) Przewodności rezystorów ($G_i = 1/R_i$):

$$(1.6657 \quad 1.6675 \quad 1.6675) \times 10^{-4} \text{ (Sm);}$$

$$(1.6656 \quad 1.6676 \quad 1.6656) \times 10^{-4} \text{ (Sm);}$$

2.3) Przewodności równoległego połączeń rezystorów zestawów

$$G_{r1} = (1.6657 + 1.6675 + 1.6675) \times 10^{-4} = 5.00075 \cdot 10^{-4} \text{ Sm}$$

$$G_{r2} = (1.6656 + 1.6676 + 1.6656) \times 10^{-4} = 4.99884 \cdot 10^{-4} \text{ Sm}$$

2.5a) Współczynnik wzmocnienia 1: R_{sz1} ; G_{r2}

$$K_{w1} = R_{sz1} G_{r2} + 1 = 17997.3 \cdot 4.99884 \cdot 10^{-4} + 1 = 9.99655$$

2.4b) Współczynnik wzmocnienia 1 R_{sz2} ; G_{r1}

$$K_{w2} = R_{sz2} G_{r1} + 1 = 18004.2 \cdot 5.00075 \cdot 10^{-4} + 1 = 10.00375$$

2.5) Wartość rzeczywistą współczynnika wzmocnienia napięcia:

$$K_w = \frac{K_{w1} + K_{w2}}{2} = 10.000003$$

3) Względny błąd współczynnika wzmocnienia napięcia.

$$\delta_w = \left(\frac{K_w}{K_{w,nom}} - 1 \right) 100\% = \left(\frac{9.000003}{9} - 1 \right) 100\% \approx 0.00003\%$$

4) Teoretyczną przybliżoną wartość graniczną błędu współczynnika wzmocnienia

$$\delta_{K_w} \approx \delta_{tol}^2 = \left(\frac{\delta_{tol}}{100} \right)^2 \cdot 100\% = \left(\frac{0.1}{100} \right)^2 \cdot 100\% = 0.0001\%$$

4.D) Wzmacniacz różnicowy: Zadano 4 zestawy po 2 rezystory o rezystancji (w Ω), tolerancja rezystorów $\delta_{tol} = \pm 0.5\%$:

1 zestaw	$R_{11} = 4012.7$	$R_{12} = 3990.2$
----------	-------------------	-------------------

2 zestaw	$R_{21} = 3989.0$	$R_{22} = 4001.9$
3 zestaw	$R_{31} = 3990.2$	$R_{32} = 4011.5$
4 zestaw	$R_{41} = 4010.4$	$R_{42} = 3988.1$

Z tych zestawów dzielników napięcia na zasadzie rezystorów Hamona oraz przestawienia miejscami zestawów rezystorów tworzony jest wzmacniacz różnicowy.

Wyznaczyć:

- 1) Nominalny współczynnik wzmocnienia napięcia.
- 2) Wartość rzeczywistą współczynnika wzmocnienia napięcia.
- 3) Względny błąd współczynnika wzmocnienia napięcia.
- 4) Teoretyczną przybliżoną wartość graniczną błędu współczynnika wzmocnienia

Rozwiązanie

- 1) Nominalny współczynnik podziału napięcia jest równy:

$$K_{2,nom} = 2n^2 + 1 = 2 \cdot 2^2 = 9$$

- 2) Wartość rzeczywistą współczynnika podziału napięcia:

- 2.1) Rezystancja szeregowych połączeń rezystorów zestawów

$$R_{sz1} = 4012.7 + 3990.2 = 8002.9 \Omega$$

$$R_{sz2} = 3989.0 + 4001.9 = 7990.9 \Omega$$

$$R_{sz3} = 3990.2 + 4011.5 = 8001.7 \Omega$$

$$R_{sz4} = 4010.4 + 3988.1 = 7998.5 \Omega$$

- 2.2) Przewodności rezystorów ($G_i = 1/R_i$):

$$(2.4921 \quad 2.5061) \times 10^{-4} \text{ (Sm);}$$

$$(2.5069 \quad 2.4988) \times 10^{-4} \text{ (Sm);}$$

$$(2.5061 \quad 2.4928) \times 10^{-4} \text{ (Sm);}$$

$$(2.4935 \quad 2.5075) \times 10^{-4} \text{ (Sm);}$$

- 2.3) Przewodności równoległego połączeń rezystorów zestawów

$$G_{r1} = (2.4921 + 2.5061) \times 10^{-4} = 4.99823 \cdot 10^{-4} \text{ Sm}$$

$$G_{r2} = (2.5069 + 2.4988) \times 10^{-4} = 5.00571 \cdot 10^{-4} \text{ Sm}$$

$$G_{r3} = (2.5061 + 2.4928) \times 10^{-4} = 4.99897 \cdot 10^{-4} \text{ Sm}$$

$$G_{r2} = (2.4935 + 2.5075) \times 10^{-4} = 5.00098 \cdot 10^{-4} \text{ Sm}$$

- 2.4a) Współczynniki wzmocnienia:

$$K_{w1} = (R_{sz2} + R_{sz4})G_{r1} + 1 = (7990.9 + 7998.5) \cdot 4.99823 \times 10^{-4} + 1 = 8.99187$$

$$K_{w2} = (R_{sz3} + R_{sz1})G_{r2} + 1 = (8001.7 + 8002.9) \cdot 5.00571 \times 10^{-4} + 1 = 9.01143$$

$$K_{w3} = (R_{sz4} + R_{sz2})G_{r3} + 1 = (7998.5 + 7990.9) \cdot 4.99897 \times 10^{-4} + 1 = 8.99306$$

$$K_{w4} = (R_{sz1} + R_{sz3})G_{r4} + 1 = (8002.9 + 8001.7) \cdot 5.00098 \times 10^{-4} + 1 = 9.00386$$

2.5) Wartość rzeczywistą współczynnika podziału napięcia:

$$K_{wsr} = \frac{K_{w1} + K_{w2} + K_{w3} + K_{w4}}{2} = (8.99187 + 9.01143 + 8.99306 + 9.00386) / 4 = 9.00006$$

3) Względny błąd współczynnika podziału napięcia.

$$\delta_d = \left(\frac{K_d}{K_{d,nom}} - 1 \right) 100\% = \left(\frac{9.00006}{9} - 1 \right) 100\% \approx 0.0007\%$$

4) Teoretyczną przybliżoną wartość graniczną błędów współczynnika podziału

$$\delta_{K_w} \approx \delta_{tol}^2 = \left(\frac{\delta_{tol}}{100} \right)^2 \cdot 100\% = \left(\frac{0.15}{100} \right)^2 \cdot 100\% = 0.00023\%$$