

# **POMIAR NAPIĘCIA STAŁEGO**

## **Plan wykładu**

### **Wstęp**

- 1. Wymagania do woltomierzy DC.**
- 2. Układy wejściowe woltomierza**
- 3. Zasady doboru parametrów woltomierze**
- 4. Ogólny schemat woltomierza cyfrowego**
- 5. Niepewność wskazania woltomierza cyfrowego DC**
- 6. Wpływ ograniczonej wartości rezystancji wejściowej woltomierza**
- 7. Prosta metoda korekcji wpływu ograniczonej wartości rezystancji wejściowej woltomierza**

## Wstęp

**Jednostką napięcia elektrycznego jest wolt**

Oznaczenie **V**

Dla **dużych napięć** (ponad kilka set woltów) wykorzystuje się **kilowolt równy tysiąc (1000) woltów** :

$$1\text{kV}=1000\text{ V}$$

Na przykład: **zamiast 3250 V lepiej 3,25 kV**

Dla jeszcze **większych napięć** (powyżej kilka set kilowoltów) wykorzystuje się **megawolt równy tysiąc (1000) kilowoltów ( milion  $10^6$  woltów)**:

$$1\text{ MV}=1000\text{ kV}=10^3\text{ kV}=10^6\text{ V}$$

## Wstęp

Dla **małych napięć** (poniżej kilka setnych ( a nawet dziesiętnych) wolta) wykorzystuje się **miliwolt równy jedna tysięczną (0,001) wolta** :

$$1\text{mV}=0,001\text{ V} = 10^{-3}\text{ V}$$

$$(1\text{V} =1000\text{ mV} = 10^3\text{ mV})$$

Na przykład: **zamiast 0,0625 V lepiej 62,5 mV**

**Nawet często zamiast 0,255 V lepiej 255 mV.**

Dla jeszcze **mniejszych napięć** (poniżej kilka setnych ( a nawet dziesiętnych) miliwolta) wykorzystuje się **mikrowolt równy jedna tysięczna ( $0,001=10^{-3}$ ) miliwolta i jedna milionowa ( $0,000001=10^{-6}$ ) wolta**:

$$1\text{ }\mu\text{V}=0,001\text{ mV} = 10^{-3}\text{ mV} = 0,000001\text{ V} =10^{-6}\text{ V}$$

$$(1\text{ V} =1000000\text{ }\mu\text{V}= 10^6\text{ }\mu\text{V})$$

Na przykład: **zamiast 0,0642 mV lepiej 64,2  $\mu$ V**

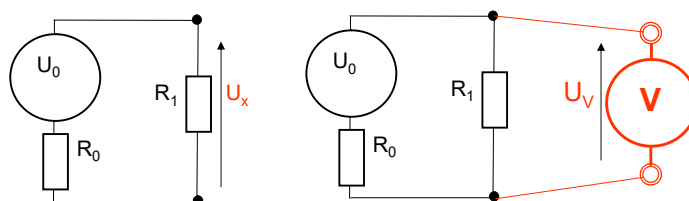
**Nawet zamiast 0,145 mV lepiej 145  $\mu$ V.**

## Wstęp

Do pomiaru napięcia wykorzystuje się woltomierze.

Woltomierz jest włączany równolegle do gałęzi obwodu elektrycznego, na której mierzone spadki napięcia.

Na rys. pokazano obwód elektryczny, w którym należy zmierzyć wartość spadku napięcia  $U_x$ .



## 1. Wymagania do woltomierzy DC.

Ogólnymi wymaganiami do woltomierze przy pomiarach wartości napięcia DC są:

- 1. Możliwość pomiaru wartości napięcia w zadanym zakresie** (małych jak i dużych wartości napięcia, prądu), jest to wymagania amplitudowe;
- 2. Brak obciążenia obiektu badanego** – odpowiednia wartość rezystancji wejściowej;

## 1. Wymagania do woltomierzy oraz amperomierzy DC.

**Zadana dokładność pomiaru**, zapewnia się odpowiednią klasą dokładności miernika oraz innymi wartościami jego parametrów: stabilnością temperaturową oraz czasową, odpornością na inne wielkości wpływające min. **zakłócenia**;

- 4. Szybkość pomiaru** – ten problem jest ważny przy pomiarach wielkości szybko zmiennych (dynamicznych), jest związany z odpornością do wpływu zakłóceń;
- 5. Możliwość przesyłania danych pomiarowych do PC** – jest to ważne przy automatyzacji pomiarów oraz opracowania wyników.

## 1. Wymagania do woltomierzy DC.

Podstawowymi parametrami każdego woltomierza są:

- 1. Zakresy pomiarowe:  $U_{n,1}; U_{n,2}; \dots, U_{n,k}$ ;**
- 2. Rezystancja wejściowa  $R_v$ ;**
- 3. Klasa dokładności (kl).**

**Zakres pomiarowy woltomierza ma być dobrany w taki sposób, żeby jego wskazanie  $U_v$  było większe od zakresu poprzedniego  $U_{n,i+1}$  i jak najbliższe do zakresu następnego  $U_{n,i+1}$**

$$U_{n,i} < U_x \leq U_{n,i+1}$$

## 1. Wymagania do woltomierzy DC

Zakres pomiarowy woltomierza ma być dobrany w taki sposób, żeby jego wskazanie  $U_V$  było większe od zakresu poprzedniego  $U_{n,i+1}$  i jak najbliższe do zakresu następnego  $U_{n,i+1}$

$$U_{n,i-1} < U_x \leq U_{n,i}$$

Ponieważ w takim przypadku otrzymuje się największą dokładność wyniku – najmniejszą niepewność.

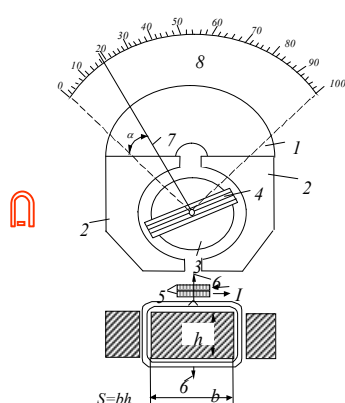
Standardowa niepewność wskazania woltomierza analogowego:

$$u_B(U_V) = k_{l_V} \frac{U_{n,i}}{\sqrt{3} \cdot 100\%}$$

Względna standardowa niepewność wskazania woltomierza analogowego:

$$u_{B,rel}(U_V) = \frac{u_B(U_V)}{|U_V|} 100\% = k_{l_V} \frac{U_{n,i}}{\sqrt{3} \cdot |U_V|}$$

## 2. Woltomierze magnetoelektryczne (ME)



- Odchylenie ( $\alpha$ ) organu ruchomego jest proporcjonalne do wartości prądu ( $I_{ME}$ ) płynącego przez cewkę

$$\alpha = \frac{BSW}{k_{zwr}} I_{ME} = S_I I_{ME}$$

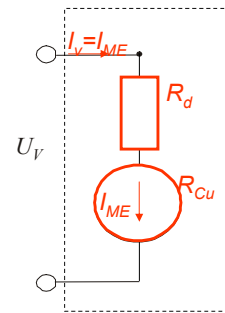
- gdzie  $S_I = \frac{BSW}{k_{zwr}}$  - jest czułością organu ruchomego do wartości prądu

## 2. Woltomierze magnetoelektryczne (ME)

Ponieważ **kąt odchylenia** organu ruchomego jest **proporcjonalny do prądu** przyływającego w **cewce**, w woltomierzu analogowym magnetoelektrycznym **napięcie** mierzone  $U_V$  jest przetwarzane na prąd  $I_{ME}$  według prawa Ohma:

$$I_{ME} = I_V = \frac{U_V}{R_V} = \frac{U_V}{R_{Cu} + R_d}$$

Gdzie  $R_V$  jest rezystancją wejściową woltomierza  
 $R_{Cu}$  jest rezystancją ramki (miedź) mechanizmu ME  
 $R_d$  jest rezystancją dodatkową



## 2. Woltomierze magnetoelektryczne (ME)

Zakresy pomiarowe woltomierze analogowych najczęściej są realizowane poprzez wykorzystania rezystorów dodatkowych (szeregowych)  $R_{d,i}$ .

Rezystancja wejściowa woltomierza powinna być **bardzo duża**, teoretycznie nieskończoną:  $R_V \rightarrow \infty$

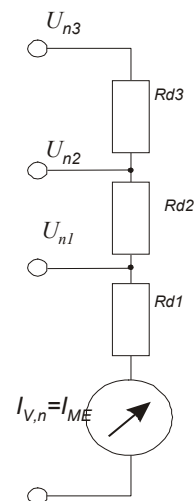
Na najmniejszym zakresie ( $U_{n1}$ ) rezystancja  $R_{d1}$  wyznaczana jest z warunku kompensacji temperaturowej:

$$R_{d1} \geq \frac{4 - kl}{kl} R_{Cu}$$

Na większych zakresach wartości rezystancji wyznaczane są wg wzoru

$$R_{d,i} = \frac{U_{n,i} - U_{n,i-1}}{I_{ME}}$$

$$I_{ME} = I_{V,n} = \frac{U_{n,i}}{R_{Cu} + R_{d,i}}$$



## 2. Woltomierze magnetoelektryczne (ME) Rezystancja wejściowa woltomierza analogowego

Na **każdym** zakresie  $U_{n,i}$  woltomierza rezystancja wejściowa woltomierza  $R_V$  jest różną:

$$R_{V,i} = \frac{U_{n,i}}{I_{V,n}}$$

Natomiast prąd przez woltomierz  $I_{V,n}$  przy różnych napięciach zakresowych zwykle jest jednakowym, rzędu **kilku miliamper**.

## 2. Woltomierze magnetoelektryczne (ME) Rezystancja wejściowa woltomierza analogowego

Na przykład, przy prądzie nominalnym przez woltomierz  $I_{V,n}=3\text{mA}$  na zakresie pomiarowym  $U_{n1}=15\text{V}$  rezystancja wejściowa woltomierza analogowego równa się

$$R_{V,i} = \frac{15\text{V}}{3\text{mA}} = 5\text{ k}\Omega$$

A na zakresie pomiarowym  $U_{n2}=60\text{V}$  rezystancja wejściowa woltomierza analogowego równa się

$$R_{V,i} = \frac{60\text{V}}{3\text{mA}} = 20\text{ k}\Omega$$

### 3. Zasady doboru parametrów woltomierze DC

Przykład:

Mierzone jest napięcie  $U_x \approx 12V$

Woltomierz analogowy 1:

Zakresy: 3V; 7,5V; 15V; 30V, 60V, klasa dokładności 1,5

Woltomierz analogowy 2:

Zakresy: 2; 5; 10V; 20V; 50V; 100V, klasa dokładności 1,0

Dobrać odpowiednie zakresy pomiarowe i wyznaczyć standardowe (bezwzględne i względne) niepewności oczekiwanych wskazań obydwu woltomierze.

Rozwiązanie:

1. Ponieważ mierzone napięcie  $U_x \approx 12V$  dlatego

Zakres pomiarowy woltomierza 1 :  $U_{n1} = 15V$

Zakres pomiarowy woltomierza 2 :  $U_{n2} = 20V$

### 3. Zasady doboru parametrów woltomierze DC

Woltomierz analogowy 1: zakresy: 3V; 7,5V; 15V; 30V, 60V, klasa dokładności 1,5

Woltomierz analogowy 2: zakresy 2; 5; 10V; 20V; 50V; 100V, klasa dokładności 1,0

2. Standardowa niepewność wskazania woltomierza 1 ( $U_{v1} \approx U_x$ ):

$$u_B(U_{V1}) = 1,5 \frac{15V}{\sqrt{3} \cdot 100\%} = 0,130 V$$

3. Względna standardowa niepewność wskazania woltomierza 1:

$$u_{B,rel}(U_v) = \frac{0,130V}{12V} \cdot 100\% = 1,08\%$$

4. Standardowa niepewność wskazania woltomierza 2 ( $U_{v2} \approx U_x$ ):

$$u_B(U_{V2}) = 1,0 \frac{20 V}{\sqrt{3} \cdot 100\%} = 0,115 V$$

5. Względna standardowa niepewność wskazania woltomierza 2 :

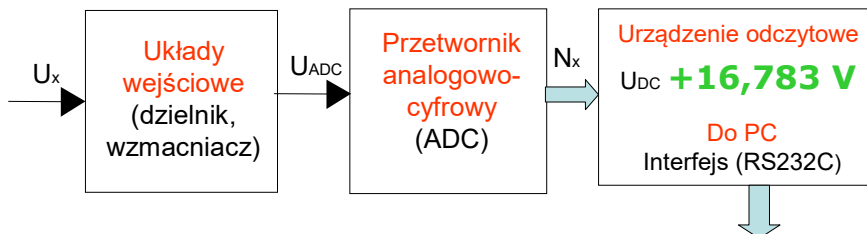
$$u_{B,rel}(U_{V2}) = \frac{0,115V}{12 V} \cdot 100\% = 0,962 \%$$



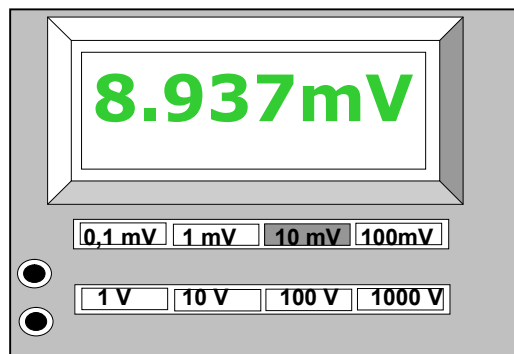
#### 4. Ogólny schemat woltomierza cyfrowego DC

Schemat zawiera 3 podstawowe części:

1. Układy wejściowe, zapewniające odpowiednie zakresy pomiarowe, odpowiednią rezystancję wejściową, oraz inne wymagania;
2. Przetwornik analogowo-cyfrowy (ADC), zapewniający przetwarzanie napięcia  $U_{ADC}$  w wartość cyfrową  $N_x$ ;
3. Urządzenie odczytowe + układy do przesyłania danych do PC, zapewniające wizualizację wyniku pomiaru oraz jego przesyłanie do PC (narzędzia interfejsowe: RS232C, GPIB, USB,...)



#### 4. Ogólny schemat woltomierza cyfrowego DC



Możliwość pomiaru wartości napięcia w różnych zakresach zapewnia się wykorzystaniem na wejściu woltomierza

- **wzmacniacza** - dla małych wartości napięć;
- **dzielnika** - dla dużych wartości napięć.

#### 4. Układy wejściowe woltomierza cyfrowego DC Dzielnik wejściowy

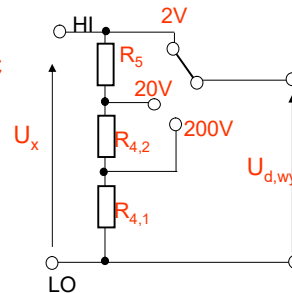
W celu zapewnienia **rozszerzenia zakresów napięć powyżej zakresu przetwarzania ADC** wykorzystuje się rezystancyjny **dzielnik wejściowy**.

Współczynnik przetwarzania dzielnika:

$$K_{d,i} = \frac{U_{d,wy}}{U_{x,i}} = \frac{R_{4,i}}{R_{4,i} + R_5} = \frac{1}{1 + R_5/R_{4,i}}$$

Rezystancja wejściowa woltomierza równa się rezystancji dzielnika:

$$R_V = R_5 + R_{4,1} + R_{4,2} + \dots = R_d$$



#### 4. Układy wejściowe woltomierza cyfrowego DC Wzmacniacz wejściowy

W celu zapewnienia **rozszerzenia zakresów w stronę napięć poniżej zakresu przetwarzania przetwornika ADC** wykorzystuje **wzmacniacz napięcia, zbudowany na bazie wzmacniacza operacyjnego (WO)**.

Dla zapewnienia **kilku zakresów pomiarowych** wykorzystuje **kilku rezystorów R2,j** w obwodzie sprzężenia zwrotnego WO.

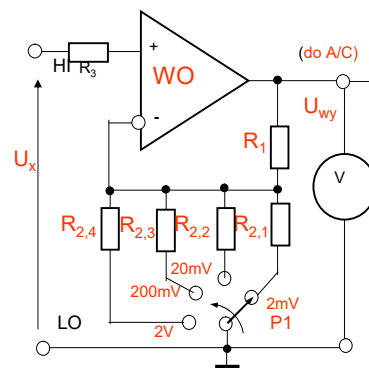
Wartości **współczynnika wzmocnienia** równają się:

$$K_{w,j} = \frac{R_{2,j} + R_1}{R_{2,j}} = 1 + R_1/R_{2,j}$$

Przełącznik **P** zapewnia zadany współczynnik wzmocnienia.

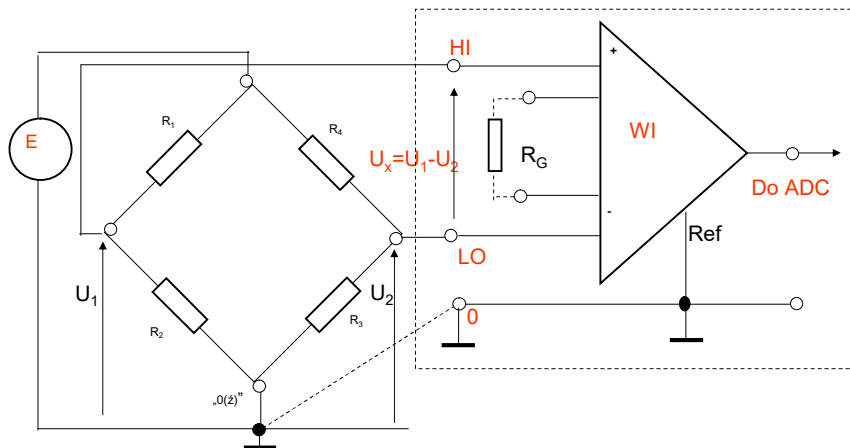
Napięcie wyjściowe wzmacniacza:

$$U_{wy} = U_x \cdot K_w$$



#### 4. Układ wejściowy woltomierza ze wzmacniaczem instrumentalnym.

W takim układzie woltomierz jest wyposażony w trzy wejścia (sygnałowe wysokie – „HI” i niskie „LO” oraz masę „0”).



#### 4. Układy wejściowe woltomierza cyfrowego DC Zakresy cyfrowych woltomierze DC

Typowe zakresy woltomierzy są krotne:  
wartościom  $10^n$ , gdzie  $n$  – liczba całkowita, ujemna i dodatnia, na przykład

0,001 V (1 mV) 0,01 V (10 mV); 0,1 V (100 mV); 1 V, 10 V,  
100 V; 1000 V,

lub krotne wartościom  $2 \cdot 10^n$ , na przykład :

0,002 V (2 mV) 0,02 V (20 mV); 0,2 V (200 mV); 2 V, 20 V,  
200 V.

## 5. Niepewność wskazania woltomierza cyfrowego DC

Wartość niepewności wskazania woltomierza cyfrowego DC  $U_V$  jednoznacznie wyznaczana jest przez znane wartości graniczne:

$a$  % (ppm) od wskazania  $U_V$ ;

oraz  $b$  % (ppm) od zakresu  $U_n$ .

Przy założeniu jednostajnego rozkładu prawdopodobieństwa odchyłeń wskazań woltomierza w przedziale wartości granicznych niepewność **standardowa** **wskazania woltomierza cyfrowego** równa się:

$$u_B(U_V) = \frac{a \cdot U_V + b \cdot U_n}{\sqrt{3} \cdot 100\%}$$

Względna niepewność **standardowa** **wskazania woltomierza cyfrowego** równa się

$$u_{B,rel}(U_V) = \frac{u_B(U_V)}{|U_V|} 100\% = \frac{a + b \cdot (U_n/U_V)}{\sqrt{3}}$$

## 5. Niepewność wskazania woltomierza cyfrowego DC

Jeśli druga składowa wartości granicznej odchylenia wskazania woltomierza jest zadana przez:

liczbę  $c$  cyfr **najmniej znaczących** wskazania (CNZ):

$$CNZ = \frac{U_n}{N_{kw}}$$

$a$  pierwsza dalej podana jako  $a$  % (ppm) od wskazania  $U_V$ .

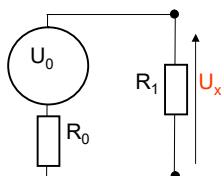
Wtedy przy założeniu jednostajnego rozkładu prawdopodobieństwa odchyłeń wskazań woltomierza w przedziale wartości granicznych niepewność **standardowa** **wskazania woltomierza cyfrowego** równa się:

$$u_B(U_V) = \frac{\frac{a}{100\%} \cdot U_V + c \cdot CNZ}{\sqrt{3}}$$

Względna niepewność **standardowa** **wskazania woltomierza cyfrowego** równa się

$$u_{B,rel}(U_V) = \frac{u_B(U_V)}{|U_V|} 100\% = \frac{a + c \cdot (CNZ/U_V) 100\%}{\sqrt{3}}$$

### 6. Wpływ ograniczonej wartości rezystancji wejściowej woltomierza

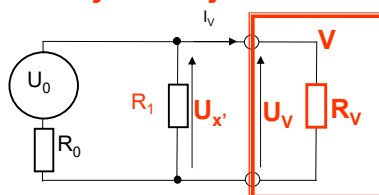


Do podłączenia woltomierza wartość napięcia mierzonego wynosi

$$U_x = U_0 \frac{R_1}{R_0 + R_1} = \frac{U_0}{R_0} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1}} = \frac{U_0 G_0}{G_0 + G_1}$$

$$G_0 = \frac{1}{R_0}, G_1 = \frac{1}{R_1}$$

### 6. Wpływ ograniczonej wartości rezystancji wejściowej woltomierza

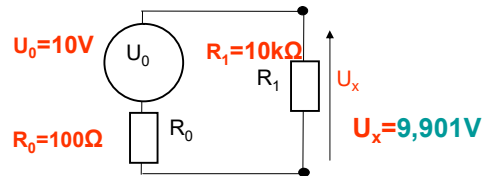


Po podłączeniu woltomierza wynik pomiaru tego napięcia wynosi

$$U_V = U_0 \frac{R_1 \parallel R_V}{R_0 + R_1 \parallel R_V} = \frac{U_0}{R_0} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_V}} = \frac{U_0 G_0}{G_0 + G_1 + G_V}$$

$$G_0 = \frac{1}{R_0}, G_1 = \frac{1}{R_1}, G_V = \frac{1}{R_V}$$

## 6. Wpływ ograniczonej wartości rezystancji wejściowej woltomierza: Przykład:



Przykład 1.

Napięcie zasilania:  $U_0 = 10V$

Rezystancje:

$R_0 = 100\Omega$ ,  $R_1 = 10k\Omega$

Wartość napięcia mierzonego:

$$U_x = \frac{U_0}{R_0} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1}} = \frac{10V}{100\Omega} \cdot \frac{1}{\frac{1}{100\Omega} + \frac{1}{10k\Omega}} = 9,901V$$

## 6. Wpływ ograniczonej wartości rezystancji wejściowej woltomierza: Przykład:

Przykład 1. Woltomierz analogowy.

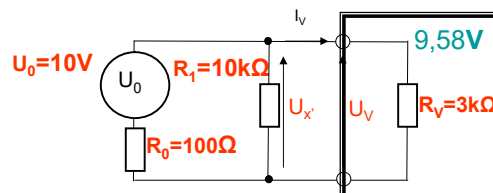
Rezystancja wejściowa woltomierza:  $R_V = 3k\Omega$ ,

Wskazanie woltomierza:

Błąd metodyczny bezwzględny:

Błąd metodyczny względny:

lub bezpośrednio



$$U_V = \frac{10V}{100\Omega} \cdot \frac{1}{\frac{1}{100\Omega} + \frac{1}{10000\Omega} + \frac{1}{3000\Omega}} \approx 9,58V$$

$$\Delta_{R_V}(U) = U_V - U_x = 9,58V - 9,901V \approx -0,321V$$

$$\delta_{R_V} = \frac{\Delta_{R_V}(U)}{U_x} = \frac{-0,321V}{9,901V} \cdot 100\% \approx -3,19\%$$

$$\delta_{R_V} = \frac{\Delta_{R_V}(U)}{U_x} = -\frac{100\Omega}{3000\Omega} \cdot \frac{1}{1 + \frac{100\Omega}{10000\Omega} + \frac{100\Omega}{3000\Omega}} = -3,19\%$$

## 6. Wpływ ograniczonej wartości rezystancji wejściowej woltomierza: Przykład:

Woltomierz cyfrowy.

Rezystancja wejściowa woltomierza  
 $R_V = 10 \text{ M}\Omega$

Wskazanie woltomierza

$$U_V = \frac{10 \text{ V}}{100 \Omega} \cdot \frac{1}{\frac{1}{100 \Omega} + \frac{1}{10000 \Omega} + \frac{1}{10000000 \Omega}} = 9,9000 \text{ V}$$

Błąd metodyczny bezwzględny:

$$\Delta_{R_V}(U) = U_V - U_x = 9,9000 \text{ V} - 9,9010 \text{ V} \approx -0,0010 \text{ V}$$

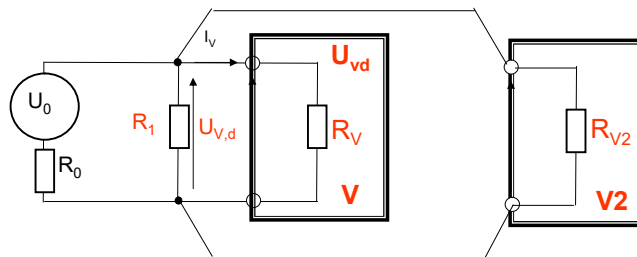
Błąd metodyczny względny:

$$\delta_{R_V} = \frac{\Delta_{R_V}(U)}{U_x} = \frac{-0,0010 \text{ V}}{9,901 \text{ V}} \cdot 100\% \approx -0,010\%$$

lub bezpośrednio

$$\delta_{R_V} = \frac{\Delta_{R_V}(U)}{U_x} = -\frac{100 \Omega}{1000000 \Omega} \cdot \frac{1}{1 + \frac{100 \Omega}{10000 \Omega} + \frac{100 \Omega}{1000000 \Omega}} = -0,0099\% \approx -0,010\%$$

## 7. Prosta metoda korekcji wpływu ograniczonej wartości rezystancji wejściowej woltomierza

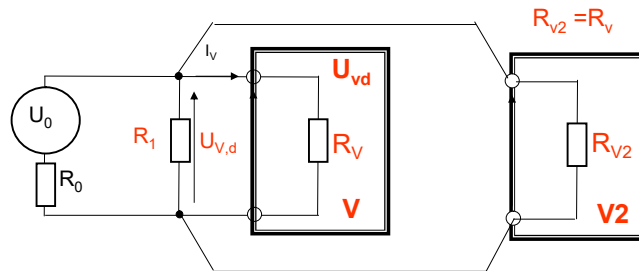


Równoległe do woltomierza podłączenie drugiego ( $V_2$ ) woltomierza, najlepiej o takiej samej rezystancji wejściowej: ( $R_{V2} = R_V$ )

Po podłączeniu dodatkowego woltomierza wskazanie woltomierza wynosi

$$U_{V,d} = \frac{U_0 G_0}{G_0 + G_1 + G_V + G_{V2}} = \frac{U_0 G_0}{G_0 + G_1 + 2G_V}$$

## 7. Prosta metoda korekcji wpływu ograniczonej wartości rezystancji wejściowej woltomierza



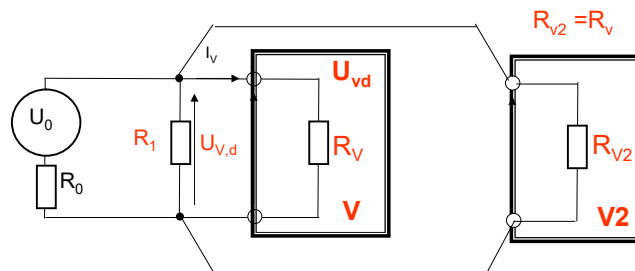
Stosunek obydwu wskazań woltomierza

$$\gamma_V = \frac{U_V}{U_{V,d}} = \frac{G_0 + G_1 + G_V + G_{V2}}{G_0 + G_1 + G_V} = 1 + \frac{G_{V2}}{G_0 + G_1 + G_V} > 1$$

$$\text{lub } \gamma_V = \frac{U_V}{U_{V,d}} = 1 + \frac{\beta}{\frac{G_0 + G_1}{G_V} + \beta}$$

$$\beta = \frac{R_V}{R_{V,d}}$$

## 7. Prosta metoda korekcji wpływu ograniczonej wartości rezystancji wejściowej woltomierza



Skorygowana wartość zmierzonego napięcia

$$U_x \approx U_{kor} = U_V \frac{\beta}{1 + \beta - \gamma_V}$$

$$\gamma_V = \frac{U_V}{U_{V2}}$$

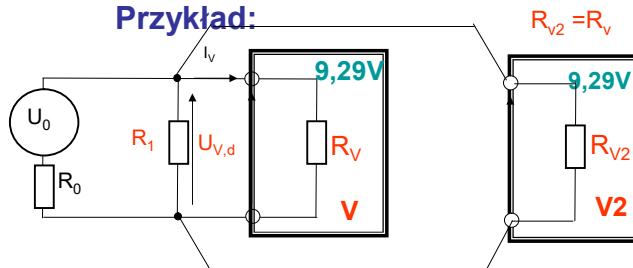
A przy  $R_{V2} = R_V$ :  $\beta = 1$  i wtedy

$$U_x \approx U_{kor} = U_V \frac{1}{2 - \gamma_V}$$



## 7. Prosta metoda korekcji wpływu ograniczonej wartości rezystancji wejściowej woltomierza

Przykład:

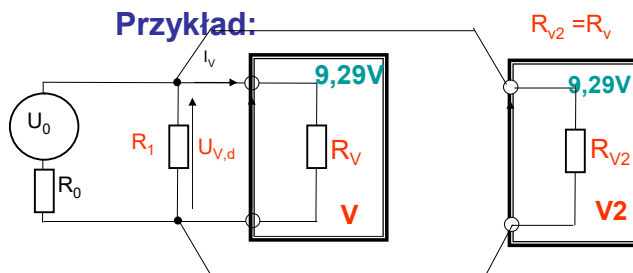


Przykład dla analogowego woltomierza:

$$R_{V2}=R_V=3k\ \Omega; \quad U_x=9,901\ V; \quad U_V=9,58\ V$$

## 7. Prosta metoda korekcji wpływu ograniczonej wartości rezystancji wejściowej woltomierza

Przykład:



Po podłączeniu dodatkowego woltomierza wskazanie woltomierza wynosi:

$$U_{V,d} = \frac{U_V G_0}{G_0 + G_1 + G_V + G_{V2}} \approx 9,29\ V$$

Stosunek napięć:

$$\gamma_V = \frac{U_V}{U_{V,d}} = \frac{9,58\ V}{9,29} \approx 1,031$$

Skorygowana wartość  
wyniku pomiaru napięcia  
Dokładna wartość:

$$U_x \approx U_{sk} = \frac{U_V}{2 - \gamma_V} = \frac{9,58\ V}{2 - 1,031} \approx 9,989\ V$$

$$U_x = 9,901\ V$$