T5. Obliczanie niepewności pomiaru

1. Klasyfikacja niepewności pomiaru
2. Metoda statystyczna, niepewność typu A
3. Metoda nie statystyczna, niepewność typu B

3.1. Niepewność wskazań mierników analogowych

3.2. Niepewność wskazań mierników cyfrowych

1. Klasyfikacja niepewności pomiaru

- **Niepewność pomiaru** jest wyrażeniem faktu, że **dla danej wielkości mierzonej i danego wyniku pomiaru tej wielkości mierzonej, istnieje nie jedna wartość, a nieskończenie wiele wartości rozproszonych wokół wyniku**, które są zgodne z obserwacjami, danymi i znajomością praw natury i które z różnym stopniem wiarygodności mogą zostać przypisane wielkości mierzonej.

1. Klasyfikacja niepewności pomiaru

Parametry niepewności mogą być obliczone w dwojaki sposób:

1) na podstawie serii wyników obserwacji z uwzględnieniem rozkładu prawdopodobieństwa wyników (obiektywny sposób) – metoda typu A,

Niepewność standardowa typu A jest obliczana z funkcji gęstości prawdopodobieństwa otrzymanej z obserwowanego rozkładu częstości

[można nazywać prawdopodobieństwem obiektywnym, MD]

M. DOROZHOVETS

1. Klasyfikacja niepewności pomiaru

Parametry niepewności mogą być obliczone w dwojaki sposób:

2) na podstawie znanego a priori rozkładu prawdopodobieństwa każdego źródła niepewności (subiektywny sposób) - metoda typu B.

Niepewność standardowa typu B jest obliczana na podstawie założonej funkcji gęstości prawdopodobieństwa opartej na stopniu wiary w to, że zajdzie dane zdarzenie.

[często nazywanego prawdopodobieństwem subiektywnym].

Te dwa podejścia korzystają z dwóch uznanych interpretacji prawdopodobieństwa.

M. DOROZHOVETS

1. Klasyfikacja niepewności

Niepewność standardowa u(x) **Obliczana dla każdej składowej**
Niepewność standardowa złożona $u_c(x)$ **Obliczana jeśli jest więcej niż jedna składowa**
Metody obliczania niepewności

Niepewność standardowa typu A **Metoda statystyczna** **$u_A(x)$**	**Niepewność standardowa typu B** **Metoda nie statystyczna** **$u_B(x)$**
W postaci odchylenia standardowego $u_A(x)$ lub wariancji	**W postaci odchylenia standardowego $u_B(x)$ lub wariancji**

Niepewność rozszerzona Up(x)

1. Klasyfikacja niepewności pomiaru

Niepewność wyniku pomiaru oznacza wątpliwość co do wartości wyniku pomiaru i ten termin odnosi się zarówno do pojęcia ogólnego jak i do konkretnych ilościowych miar: niepewności standardowej, złożonej oraz rozszerzonej.

Niepewność standardowa $u(x)$ – jest niepewnością wyrażoną w formie odchylenia standardowego wyniku.

Złożona niepewność standardowa $u_c(x)$ wyniku jest określana, gdy wynik pomiaru jest zależny od kilku innych wielkości bezpośrednio mierzonych, równa pierwiastkowi kwadratowemu z sumy wyrazów, będących wariancjami lub kowariancjami tych wielkości z wagami zależnymi od tego jak wynik pomiaru zmienia się wraz ze ich zmianami.

Niepewność rozszerzona $U_p(x)$ określa przedział wokół wyniku pomiaru, od którego oczekuje się, że obejmuje duża część rozkładu wartości wielkości, które można w uzasadniony sposób przyporządkować wielkości mierzonej.

2. Obliczanie niepewności metodą statystyczną (typu A)

Metoda typu A, lub inaczej metoda statystyczna obliczania niepewności pomiaru jest wykorzystywana kiedy kolejne obserwacji wielkości mierzonej, na przykład wskazania miernika, nie są stabilnymi tj. charakteryzują się pewnym rozrzutem

tj. kolejne wyniki obserwacji:

$$\boxed{x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots, x_n}$$

wielkości X zmieniają się w sposób przypadkowy.

M. DOROZHOVETS

2. Obliczanie niepewności metodą statystyczną (typu A)

We większości wypadków można przyjęć, że najlepszą estymatą wartości oczekiwanej μ_x wielkości X, która zmienia się przypadkowo i n niezależnych obserwacji x_i *(i=1, 2, 3,..,n)* uzyskano w tych samych warunkach pomiarowych, jest średnia arytmetyczna $\boxed{\bar{x}}$ z tych *n* obserwacji:

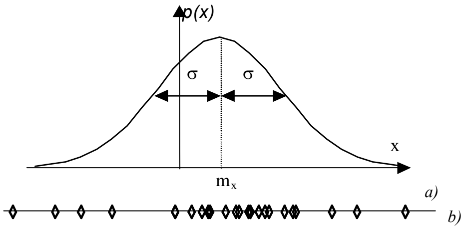
$$\boxed{\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

M. DOROZHOVETS

2. Obliczanie niepewności metodą statystyczną (typu A)

Właśnie formalnie poprawnie dotyczy to obserwacji podporządkowanych tak zwanemu rozkładowi, lub inaczej, rozkładowi Gaussa:

Model rozkładu prawdopodobieństwa normalnego (rozkładu Gaussa) (rys.1,a) jest szeroko wykorzystywany tak w teoretycznych badaniach jak i podczas praktycznego opracowania serii wyników obserwacji. Przykładowo na rys.1,b została pokazana jedna z realizacji o 25 wyników obserwacji wielkości mierzonej z normalnym rozkładem prawdopodobieństwa.



Rys.1. Normalny rozkład (rozkład Gaussa) (a) oraz przykładowe usytuowanie 25 wyników obserwacji przy normalnym rozkładzie (b)

2. Obliczanie niepewności metodą statystyczną (typu A)

Przy takim modelu ma miejsce następne właściwości wyników obserwacji (rozkład jest symetrycznym względem środka o charakterystycznym dzwonko podobnym kształtem):

1) – małe odchylenia wyników od wartości średniej są w większym stopniu wiarygodne w porównaniu małej wiarygodności dużych odchyleń od wartości średniej;

2) – dodatni i ujemni odchylenia wyników od wartości średniej są jednakowo wiarygodne Analityczne rozkład ten opisuje się zależnością

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}}, \quad -\infty < x < \infty \tag{7}$$

gdzie m_x - jest wartością oczekiwaną – punkt wokół którego grupują się wyniki obserwacji, σ_x - jest odchyleniem standardowym – miara rozrzutu wartości obserwacji wokół wartości oczekiwanej.

2.1. Obliczanie niepewności standardowej przy znanym standardowym odchyleniu obserwacji

Jeśli odchylenie standardowe σ_x obserwacji, na przykład z badań poprzednich, wtedy standardowa niepewność $u_A(\bar{x})$ wartości średniej jest o pierwiastek z liczby obserwacji $\sqrt{n}$ mniejsza od odchylenia standardowego σ_x obserwacji, tj obliczana według zależności:

$$u_A(\bar{x}) = \sigma(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

M. DOROZHOVETS

2.2. Względna niepewność standardowa

Względna niepewność standardowa wartości średniej – jest wyrażony w % lub ppm stosunek niepewności standardowej wartości średniej arytmetycznej do modułu wartości średniej arytmetycznej:

$$u_{A,rel}(\bar{x}) = \frac{u_{A,rel}(\bar{x})}{|\bar{x}|} 100\% \; (10^6 \; ppm)$$

M. DOROZHOVETS

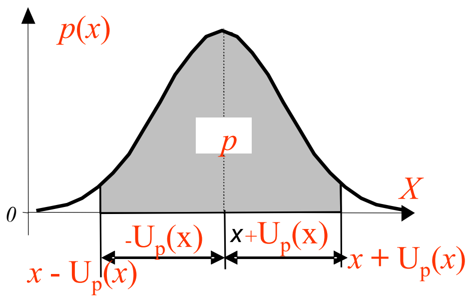
2.3. Niepewność rozszerzona

Wg. PRZEWODNIKA z WYRAŻANIA NIEPEWNOŚCI POMIARU- GUM:

Niepewność rozszerzona ($U_p(x)$) jest parametr definiujący przedział wokół wyniku pomiaru, od którego oczekuje się, że obejmie on dużą część rozkładu wartości, które w uzasadniony sposób można przypisać wielkości mierzone.

Ułamek wyznaczający powyższą część rozkładu p(x) można traktować jak określone prawdopodobieństwo lub poziom ufności (p) tego przedziału.

2.3. Niepewność rozszerzona



„rozkład prawdopodobieństwa" p(x) – zwykle jest aproksymacją rozkładu prawdopodobieństwa, na podstawie którego została obliczona niepewność rozszerzona.

2.4.Współczynnik rozszerzenia

PRZEWODNIK WYRAŻANIE NIEPEWNOŚCI POMIARU-GUM:

Zwykle z niepewnością rozszerzoną związany jest współczynnik rozszerzenia (k_p) jako współczynnik liczbowy zastosowany jako mnożnik złożonej ($u_c(x)$) niepewności standardowej w celu otrzymania niepewności rozszerzonej.

$$\boxed{U_p(x) = k_p \times u_c(x)}$$

UWAGA

1 – Wartość współczynnika rozszerzenia k_p zależy od rozkładu $p(x)$ oraz poziomu ufności p.

2 – Współczynnik rozszerzenia k_p przyjmuje zazwyczaj wartości z zakresu od 2 do 3.

M. DOROZHOVETS

2.4. Współczynnik rozszerzenia i poziom ufności

Terminy przedział ufności i poziom ufności mają specyficzne definicje w statystyce i są tylko wtedy stosowane do przedziału określonego za pomocą U_p, gdy spełnione są pewne warunki, w tym warunek, żeby wszystkie składniki niepewności, które wchodzą do $u_c(y)$ były obliczone metodą typu A.

W metrologii do określenia przedziału ufności, najczęściej stosuje prawdopodobieństwo lub poziom ufności równy p=0.90 (90%), p=0.95 (95%) oraz p=0.99 (99%).

M. DOROZHOVETS

2.5. Niepewność rozszerzona: rozkład normalny, standardowe odchylenie jest znane

Jeśli obserwacje są podporządkowane rozkładowi normalnemu i znane jest standardowe odchylenie σ tych obserwacji (np. z badań poprzednich), wtedy współczynnik rozszerzenia k_p do obliczania niepewności rozszerzonej wartości średniej $\boxed{U_p(\bar{x})}$

$$\boxed{U_p(\bar{x}) = k_p \cdot u_A(\bar{x}) = k_p \cdot \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}}$$

wyznaczany jest z dystrybuanty rozkładu normalnego dla zadanego poziomu ufności p.

2.5. Niepewność rozszerzona: rozkład normalny, standardowe odchylenie jest znane

Dla wybranych wartości poziomu ufności p od 68.27% do 99.73% w przypadku rozkładu normalnego podano niżej w tabeli.

Tabela G.1 Wartość współczynnika rozszerzenia k_p określającego dla rozkładu normalnego przedział o poziomie ufności p

Poziom ufności p w procentach	Współczynnik rozszerzenia k_p
68,27	1
90	1,645
95	1,960
95,45	2
99	2,576
99,73	3

W przypadku rozkładu prostokątnego z wartością oczekiwaną μ i odchyleniem standardowym σ = a/√3 , gdzie a jest szerokością połówkową rozkładu, poziom ufności p wynosi:

57,74 % dla k_p = 1; 95 % dla k_p=1,65,

99 % dla k_p = 1,71, i 100 % dla k_p = 1,73.

2.5. Niepewność rozszerzona: rozkład normalny, standardowe odchylenie jest znane

W sytuacjach pomiarowych, gdy rozkład prawdopodobieństwa $p(y)$ charakteryzowanego przez y i $u_c(y)$ jest tylko w przybliżeniu normalny (taka sytuacja zdarza się zresztą często w praktyce), można założyć,

że przyjmując $k_p = 2$ tworzy się przedział o poziomie ufności w przybliżeniu równym 95 %,

zaś przyjmując $k_p = 3$ tworzy się przedział o poziomie ufności w przybliżeniu równym 99 %.

M. DOROZHOVETS

2.6. Wynik pomiaru

Wynik pomiaru y (lub x przy pomiarach bezpośrednich, tj.: $y = x$ jest przy tym często umownie podawany jako

$$Y = y \pm U_p(y), \text{ lub } X = x \pm U_p(x),$$

co interpretuje się, iż najlepszą wartością, jaką można przypisać wielkości mierzonej Y (lub X), jest y (lub x), i że

$$y - U_p(y), \text{ do } y + U_p(y), \ (x - U_p(x), \text{ do } y + U_p(x))$$

jest przedziałem, od którego można oczekiwać, że obejmuje dużą część rozkładu wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej Y (lub X).

Taki przedział jest także wyrażany jako

$$y - U_p(y) \le Y \le y + U_p(y) \text{ lub } x - U_p(x) \le X \le y + U_p(x)$$

M. DOROZHOVETS

2.7. Przykład 1a. Obliczanie niepewności standardowej i rozszerzonej przy znajomości standardowego odchylenia obserwacji

W celu zmniejszenia wpływu losowych oddziaływań podczas pomiaru natężenia prądu elektrycznego wykonano i zarejestrowano $n = 25$ wyników niezależnych obserwacji I_i (w mA):

5,048; 5,073; 4,945; 5,019; 4,912; 4,985; 4,951; 5,031; 5,017; 4,963; 4,949; 5,049; 5,027; 4,963; 4,992; 4,997; 5,056; 4,958; 4,997; 4,962; 5,055; 4,950; 5,038; 4,953; 5,090

Odchylenie standardowe obserwacji jest znane z poprzednich badań i jest równe: σ_i=0.05mA

M. DOROZHOVETS

2.7. Przykład 1a. Obliczanie niepewności standardowej i rozszerzonej przy znajomości standardowego odchylenia obserwacji

1) Najlepszą oceną wartości prądu jest wartość średnia arytmetyczna z obserwacji

$$\boxed{\bar{I} = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25} I_i = 4{,}9992\ mA}$$

2) Ponieważ odchylenie standardowe obserwacji jest znane (σ_i=0.05mA) niepewność standardowa pomiaru prądu:

$$\boxed{u_A(\bar{I}) = \frac{\sigma_i}{\sqrt{n}} = \frac{0.05\ mA}{\sqrt{25}} = 0.010\ mA}$$

3) Względna niepewność standardowa pomiaru prądu:

$$\boxed{u_{A,rel}(\bar{I}) = \frac{u_{A,rel}(\bar{I})}{|\bar{I}|}100\% = \frac{0.010\ mA}{4.9992\ mA}100\% \approx 0.20\%}$$

M. DOROZHOVETS

2.7. Przykład 1a. Obliczanie niepewności standardowej i rozszerzonej przy znajomości standardowego odchylenia obserwacji

Niepewność rozszerzona pomiaru prądu dla poziomów ufności: $p_1=0.90$, $p_2=0.95$ i $p_3=0.99$ według tabeli wartości współczynników rozszerzenia dla rozkładu normalnego są równe:

$k_{p1}\approx 1.65$. $k_{p2}\approx 1.96$, $k_{p3}\approx 2.58$

Dlatego dla obliczonej wartości niepewności standardowej

$$\boxed{u_A(\bar{I}) = 0.010\ mA}$$

Niepewności rozszerzone pomiaru prądu są równe odpowiednio:

$$\boxed{\begin{gathered} u_{0.90}(\bar{I}) = 1.65 \cdot 0.010 mA = 0.0165\ mA;\ u_{0.95}(\bar{I}) = 1.96 \cdot 0.010 mA = 0.0196\ mA; \\ u_{0.99}(\bar{I}) = 2.58 \cdot 0.010 mA = 0.0258\ mA; \end{gathered}}$$

M. DOROZHOVETS

2.8. Zasady zaokrąglania niepewności i wyników

W uproszczeniu:

1) Zaokrąglenie wartości liczbowych niepewności i wyniku pomiaru dotyczy tylko końcowych wyników
2) Najpierw zaokrąglamy wartość liczbową niepewności do dwóch cyfr znaczących – nie „po przecinku”!

Wartości liczbowe następnych niepewności:

12.34, 2.751, 0.7629, 0.09840, 0.002082

mają po 4 cyfry znaczące.

Cyfry znaczące – są to wszystkie cyfry liczby oprócz zer na początku tej liczby. Zera w środki i na końcu liczby są znaczącymi.

Podane wyżej wartości liczbowe następnych niepewności po zaokrąglaniu do 2-ch cyfr znaczących:

12.34≈12, 2.751 ≈2.8, 0.7629 ≈0.76, 0.09970 ≈0.10, 0.002082 ≈0.0021.

M. DOROZHOVETS

2.8. Zasady zaokrąglania niepewności i wyniku. Prezentacja wyniku pomiaru

Po zaokrągleniu obliczonych wyżej niepewności pomiaru prądu są równe:

$$u_{0.90}(\bar{I}) = 0.0165\ mA \approx 0.016\ mA;\ u_{0.95}(\bar{I}) = 0.0196\ mA \approx 0.020\ mA;\ u_{0.99}(\bar{I}) = 0.0258\ mA \approx 0.026\ mA.$$

3) Wartość liczbową wyniku zaokrąglamy do tego samego miejsca dziesiątego jak i zaokrąglona niepewność.

W przypadku pomiaru prądu wyżej podane niepewności są zaokrąglone do tysięcznych miliampera, tj. do 3-go miejsca dziesiętnego, dlatego wartość liczbowa wyniku (wartość średnią 4.9992) zaokrąglamy do tysięcznej wartości miliampera, tj. 4.9992≈4.999

4) Wynik pomiaru (po zaokrągleniu!) w uproszczonej formie przedstawiamy w postaci:

Symbol wielkości = (wartość liczbowa±niepewność), jednostka, poziom ufności, rozkład prawdopodobieństwa.

Na przykład:

I=(4.999±0.020) mA, p= 0.95, normalny.

Są częściowo inne zasady zaokrąglenia, jednak podaną zasadę można przyjęć jako podstawową.

M. DOROZHOVETS

3. Obliczanie niepewności standardowej przy braku znajomości standardowego odchylenia obserwacji

Przy braku znajomości standardowego odchylenia obserwacji najpierw należy obliczyć nieobciążony estymator wariancji obserwacji według wzoru:

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

Wtedy standardowa niepewność wartości średniej jest o pierwiastek z liczby obserwacji mniejsza od eksperymentalnego odchylenia standardowego s_x obserwacji, tj obliczana według zależności:

$$s_x = \sqrt{s_x^2}$$

$$u_A(\bar{x}) = s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{s_x^2}{n}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}}$$

M. DOROZHOVETS

3.1. Niepewność rozszerzona pomiaru przy braku znajomości odchylenia standardowego obserwacji o rozkładzie normalnym

Jeśli obserwacje są podporządkowane rozkładowi normalnemu jednak standardowe odchylenie tych obserwacji nie jest znane a obliczane jego estymatę s_x, wtedy współczynnik rozszerzenia k_p do obliczania niepewności rozszerzonej wartości średniej dla zadanego poziomu ufności p pobierany jest z tabeli dystrybuanty tak zwanego t - rozkładu Studenta o v=n-1 (n jest liczbą obserwacji) stopni swobody:

$$\boxed{k_p = t_p(v) = t_p(n-1)}$$

Wtedy niepewność rozszerzona obliczana jest wg. wzoru:

$$\boxed{U_p(\bar{x}) = t_p(v) \cdot u_A(\bar{x}) = t_p(n-1) \cdot \frac{s_x}{\sqrt{n}}}$$

M. DOROZHOVETS

3.2. Tabela współczynników rozszerzenia $t_p(v)$ z rozkładu Studenta

Liczba st. swob. v	p – poziom ufności				v	p - poziom ufności			
	0.9	0.95	0.99	0.999		0.9	0.95	0.99	0.999
1	6.314	12.706	63.657	636.619	18	1.734	2.101	2.878	3.922
2	2.920	4.303	9.925	31.598	19	1.729	2.093	2.861	3.883
3	2.353	3.182	5.841	12.941	20	1.725	2.086	2.845	3.850
4	2.132	2.776	4.604	8.610	21	1.721	2.080	2.831	3.819
5	2.015	2.571	4.032	6.859	22	1.717	2.074	2.819	3.792
6	1.943	2.447	3.707	5.959	23	1.714	2.069	2.807	3.767
7	1.895	2.365	3.499	5.405	24	1.711	2.064	2.797	3.745
8	1.860	2.306	3.355	5.041	25	1.708	2.060	2.787	3.725
9	1.833	2.262	3.250	4.781	26	1.706	2.056	2.779	3.707
10	1.812	2.228	3.169	4.587	27	1.703	2.052	2.761	3.690
11	1.796	2.201	3.106	4.437	28	1.701	2.048	2.763	3.674
12	1.782	2.179	3.055	4.318	29	1.699	2.045	2.756	3.659
13	1.771	2.160	3.012	4.221	30	1.697	2.042	2.750	3.646
14	1.761	2.145	2.977	4.140	40	1.684	2.021	2.704	3.551
15	1.753	2.131	2.947	4.073	60	1.671	2.000	2.660	3.460
16	1.746	2.120	2.921	4.015	120	1.658	1.980	2.617	3.373
17	1.740	2.110	2.898	3.965	∞	1.645	1.960	2.576	3.291

M. DOROZHOVETS

3.3. Przykład 1b

Dla tych samych n = 25 wartości obserwacji natężenia prądu elektrycznego:

5,048; 5,073; 4,945; 5,019; 4,912; 4,985; 4,951; 5,031; 5,017; 4,963; 4,949; 5,049; 5,027; 4,963; 4,992; 4,997; 5,056; 4,958; 4,997; 4,962; 5,055; 4,950; 5,038; 4,953; 5,090

Przy braku znajomości odchylenia standardowego obserwacji należy obliczyć niepewność standardową i rozszerzona oraz przedstawić wynik pomiaru.

1) Jak i poprzednio najlepszą oceną wartości prądu jest wartość średnia arytmetyczna z obserwacji:

$$\boxed{\bar{I} = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25} I_i = 4{,}9992\ mA}$$

M. DOROZHOVETS

3.3. Przykład 1b

2) Nieobciążony estymator wariancji obserwacji:

$$\boxed{s^2(I) = \frac{1}{25-1}\sum_{i=1}^{25}\left(I_i - \bar{I}\right)^2 = 0.00228312\ mA^2}$$

3) Eksperymentalne odchylenie standardowe:

$$\boxed{s(I) = \sqrt{s^2(I)} = \sqrt{0.00228312}\ mA = 0.047782\ mA}$$

4) Niepewność standardowa wartości średniej – eksperymentalne standardowe odchylenie wartości średniej arytmetycznej:

$$\boxed{u_A\left(\bar{I}\right) = s\left(\bar{I}\right) = \frac{s(I)}{\sqrt{n}} = \frac{0.047782\ mA}{\sqrt{25}} = 0.009556\ mA}$$

M. DOROZHOVETS

3.3. Przykład 1b

5) Względna niepewność standardowa wartości średniej – jest wyrażony w % lub ppm stosunek niepewności standardowej wartości średniej arytmetycznej do modułu wartości średniej arytmetycznej:

$$u_{A,rel}(\bar{I}) = \frac{u_A(\bar{I})}{|\bar{I}|}100\% = \frac{0.009556\,mA}{4.9992\,mA}100\% \approx 0.19\%$$

6) Dla poziomu ufności p=0.99 obliczamy niepewność rozszerzoną:

Dla liczby obserwacji n=25 liczba stopni swobody v=25-1=24.

Z tabeli rozkładu Studenta wyznaczamy współczynnik rozszerzenia: $t_{099}(24)$= 2.797.

Dlatego niepewność rozszerzona pomiaru prądu :

$$u_{0.95}(\bar{I}) = 2.7974 \cdot 0.009556mA = 0.02673\,mA$$

3.3. Przykład 1b

7) Wynik pomiaru:

7.1. Najpierw zaokrąglamy wartość liczbową niepewności:

0.02673≈0.027

7.2. Zaokrąglamy wartość liczbową wyniku (wartości średniej) do 3-go miejsca dziesiętnego:

4.9992≈ 4.999

7.3. Wynik:

I=(4.999 ± 0.027) mA, p= 0.99, rozkład t- Studenta.

$$u_{0.95}(\bar{I}) = 2.064 \cdot 0.009556mA = 0.009808\,mA$$

4. Uwagi do obliczania niepewności metodą typu A

1. Standardowa niepewność wartości średniej arytmetycznej obserwacji losowych niezależnych obliczana jest jako standardowe odchylenie obserwacji dzielone na pierwiastek z liczby obserwacji.
2. Jest to minimalna wartość standardowej niepewności tylko dla rozkładu normalnego obserwacji.
3. Istotne odchylenie rozkładu od normalnego powoduje, że są inne parametry próby z mniejszą standardową niepewnością od niepewności wartości średniej.
4. Standardowa niepewność wartości średniej istotnie powiększa się przy wzajemnym skorelowaniu obserwacji.