

T4. Błąd a niepewność pomiaru

1. Wstęp.
2. Błąd pomiaru i problemy
3. Niepewność pomiaru
4. Liczbowe miary niepewności
5. Interpretacja niepewności
6. Przykłady historyczne

M.DOROZHOVETS

1. Wstęp

Celem każdego pomiaru jest uzyskanie wyniku pomiaru.

Wynik pomiaru – jest wyznaczona eksperymentalnie (w razie potrzeby z wykorzystaniem odpowiednich obliczeń) **ocena miary wielkości mierzonej** (wartość liczbowej wraz z jednostką), która zwiera też **pewną miarę dokładności (lub niedokładności)**.

Często, żeby podkreślić eksperymentalne pochodzenie wyniku pomiaru, otrzymana wartość wielkości nazywana jest **zmierzoną wartością wielkości**.

1. Wstęp

Z porównania definicji „wynik pomiaru” i „wartość wielkości mierzonej” można zauważyć, że są one bardzo bliskimi.

Jednak pojęcie wyniku pomiaru jest szersze, ponieważ oprócz wyznaczania miary wielkości, ono przewiduje wyznaczania i podanie pewnej miary jakości (dokładności) pomiaru.

Dokładność pomiaru jest większą wtedy, kiedy wynik pomiaru jest bliższy do wartości rzeczywistej wielkości mierzonej.

1. Wstęp

Wartość rzeczywista (prawdziwa) wielkości – jest to idealne odwzorowanie miary (rozmiaru) wielkości przy idealnej jednostce miary.

Wartość rzeczywistą (prawdziwą) można byłoby uzyskać przy istnieniu idealnych narzędzi pomiarowych oraz idealnych warunków ich wykorzystania.

1. Wstęp

W praktyce wartość rzeczywista nie jest znana z różnych przyczyn:

- niedoskonałości narzędzi pomiarowych,
- niepożądanego ich współdziałania z obiektem badanym,
- wpływu innych obiektów i procesów oraz innych.

Nawet najwyższym poziomie hierarchii etalonów wartość rzeczywista jednostek wielkości nie jest znana dokładnie a tylko w przybliżeniu.

Pojęcie wartości rzeczywistej wykorzystuje się podczas analizy teoretycznej pomiarów, zwłaszcza analizy ich potencjalnej dokładności.

2. Błąd pomiaru

Parametry jakości wyniku pomiaru

W celu oceny jakości pomiaru wykorzystują negatywne charakterystyki, mianowicie:

**błąd pomiaru oraz
niepewność pomiaru.**

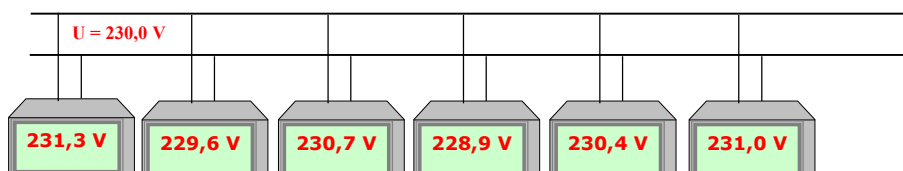
Do lat 90-ch 20-go wieku (a nawet często do dzisiaj) jakość wyniku pomiaru była oceniana przez **błąd pomiaru**.

Błąd pomiaru Δ jest odchyleniem wyniku pomiaru x od wartości rzeczywistej X

$$\Delta = x - X$$

2. Błąd pomiaru

Stosując do pomiaru tej samej wielkości mierzonej różne mierniki (nawet w tych samych warunkach) my otrzymujemy różne wyniki pomiaru x_i .



M.DOROZHOVETS

2. Błąd pomiaru: problemy

1. Problemy metodologiczne zastosowania błędu do oceny jakości pomiaru

Podczas pomiarów wartość rzeczywista (prawdziwa) X wielkości mierzonej nie jest znaną.

Jeśli wartość rzeczywista jest znana, wtedy nie ma potrzeby wykonywać pomiar!

Jeśli wykonano pomiary wielkości o nieznannej wartości X i po opracowaniu uzyskano wynik x , wtedy, ponieważ wartość prawdziwa X wielkości mierzonej nie jest znaną, to i wartość błędu Δ wyniku pomiaru ze wzoru

$$\Delta = x - X$$

nie może być wyznaczona.

M.DOROZHOVETS

2. Błąd pomiaru: problemy

Ze wszystkich składowych procesu pomiarowego, uczestniczących w otrzymaniu wyniku pomiaru, tylko dla **narzędzi pomiarowych, zwłaszcza mierników, unormowane są wartości graniczne błędów $\pm\Delta_{gr}$ ich wskazań.**

Jednak interpretacja tych wartości granicznych nie jest zawsze poprawna.

1. Nie są to wartości graniczne błędów **pomiaru wielkości;**
2. Wartości graniczne błędów stosują się nie konkretnego miernika, a **wszystkich mierników danego typu;**

M.DOROZHOVETS

2. Błąd pomiaru: problemy

Ze wszystkich składowych procesu pomiarowego, uczestniczących w otrzymaniu wyniku pomiaru, tylko dla **narzędzi pomiarowych, zwłaszcza mierników, unormowane są wartości graniczne błędów $\pm\Delta_{gr}$ ich wskazań.**

3. Wartości graniczne błędów wskazań stosują się wykorzystania mierników **w normalnych warunkach pracy;**
4. Przy odchyleniu warunków od normalnych zdefiniowane są **dodatkowe składowe błędów.**

M.DOROZHOVETS

2. Błąd pomiaru: problemy

Nawet jeśli podczas pomiaru nie istnieli inne źródła niedokładności oprócz niedokładności miernika, dla którego znane są wartości graniczne błędów Δ_{gr} przedstawienie wyniku pomiaru w postaci

$$X = x \pm \Delta_{gr}$$

i stwierdzenie, że jest podano wartości graniczne błędu pomiaru z formalnego punktu widzenia **nie jest uzasadnionym.**

Najpierw należy zwrócić uwagę, że według definicji błędu nim jest odchylenie wyniku od wartości rzeczywistej, a w tym wzorze wartości przedziałowe błędu zostały dołączone do wyniku, co nie odpowiada definicji błędu:

$$x = X + \Delta \quad !!!$$

M.DOROZHOVETS

2. Błąd pomiaru: problemy

Przykładowo, za pomocą analogowego woltomierza z wartościami granicznymi błędów

$$\Delta_{V,gr} = \pm 5 \text{ V}$$

mierzone napięcie, którego wartość prawdziwa $U = 228.5 \text{ V}$, i uzyskano wynik (wskazanie woltomierza)

$$u_V = 233.0 \text{ V} .$$

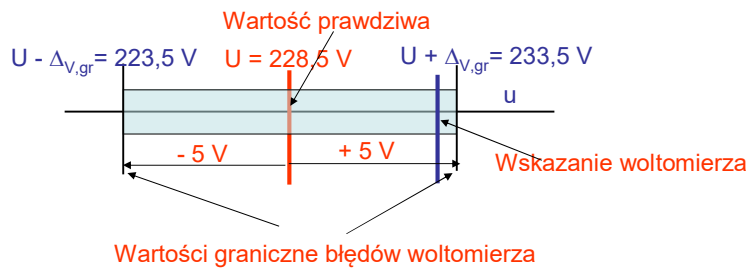
Powstaje pytanie jak należy interpretować ten wynik?

M.DOROZHOVETS

3. Błąd pomiaru: problemy

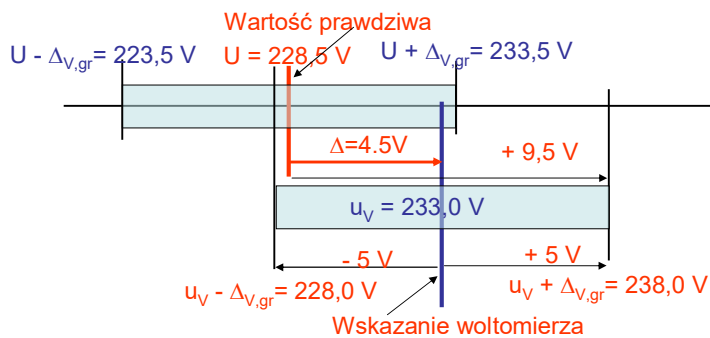
Wskazanie woltomierza (233.0 V) mieści się w zadanych granicach wyznaczonych przez wartości graniczne błędów woltomierza (± 5.0 V) :

$$228.5 \text{ V} - 5 \text{ V} = 223.5 \text{ V} \leq 233,0 \text{ V} \leq 233.5 \text{ V} = 228.5 \text{ V} + 5 \text{ V}$$



M.DOROZHOVETS

2. Błąd pomiaru : problemy



Ponieważ wskazanie woltomierza: $u_v = U + \Delta$,

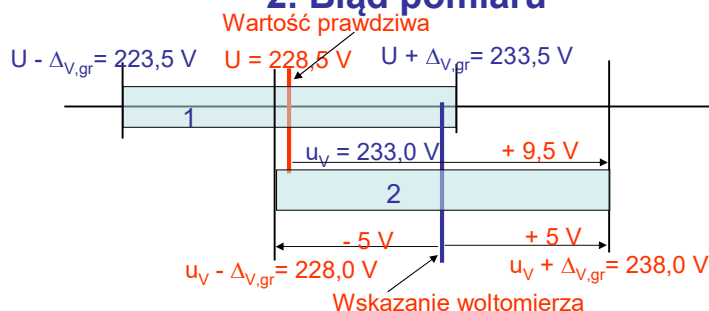
Wtedy przy wykorzystywaniu zapisu $u = u_v \pm \Delta_{V,gr}$, oznacza:

$u = U + \Delta \pm \Delta_{V,gr}$ i stąd wartości błędu pomiaru napięcia:

$$\Delta_u = u - U = \Delta \pm \Delta_{V,gr} !!!$$

M.DOROZHOVETS

2. Błąd pomiaru



W tym przykładzie ta interpretacja oznacza, że

$$4,5 \text{ V} - 5 \text{ V} = -0,5 \text{ V} \leq \Delta_{ugr} \leq +9,5 \text{ V} = 4,5 \text{ V} + 5,0 \text{ V}$$

Tj. że błąd pomiaru może sięgać +9,5 V!!

Są dwa różne przedziały o tej samej szerokości $2 \times \Delta_{gr}$:

- 1 – wokół wartości prawdziwej - przedział dla możliwych wskazań miernika (woltomierza) – dla błędów – nie znany!
- 2 - wokół wskazania - przedział niepewności wskazania miernika (woltomierza) – dla niepewności – znany.

M.DOROZHOVETS

2. Błąd pomiaru

- Z definicji błędu pomiaru ($\Delta = x - X$) wynika, że na ogół teoria błędów bez zastrzeżeń może być wykorzystywana w takich zagadnieniach metrologicznych (oraz innych), w których **jest możliwe wykorzystanie wielkości prawdziwej (rzeczywistej)**.
- Do takich zagadnień odnoszą się tak zwane **zagadnienia pomiarowe proste** – zagadnienia, w których **znana jest wartość wejściowa (wartość prawdziwa wielkości) a poszukiwaną jest wartość wyjściowa (wynik pomiaru)**.

M.DOROZHOVETS

2. Błąd pomiaru

Są to zagadnienia (najważniejsze):

- **Analiza teoretyczna** torów pomiarowych, metod pomiaru oraz opracowania wyników pomiaru, projektowania narzędzi pomiarowych lub ich części, procesów dynamicznych itp.;
- **Modelowanie oraz symulacja** torów pomiarowych, metod pomiaru oraz opracowania wyników pomiaru, oszacowania niepewności itp., np. metodą Monte-Carlo;
- **Wyznaczanie eksperymentalne błędów** narzędzi pomiarowych (sprawdzanie mierników oraz innej aparatury pomiarowej) (z niepewnością).

M.DOROZHOVETS

3. Niepewność pomiaru

Parametry jakości wyniku pomiaru

Niepewność wyniku pomiaru $u(x)$ jest miarą rozrzutu wartości wielkości mierzonej wokół wyniku x

$$X = x \pm u(x)$$

W praktycznych pomiarach niepewność wyznaczana jest zawsze!

Do obliczania niepewności nie wymagana znajomość wartości rzeczywistej

3. Niepewność pomiaru

W 1993 r został opracowany przewodnik Guide to the Expression of Uncertainty In Measurement

– Przewodnik do Wyrażania Niepewności w Pomiarach
- GUM

(Wyrażanie Niepewności Pomiaru. Przewodnik).

Przewodnik przedstawia ogólne reguły obliczania i wyrażania niepewności pomiaru, które mogą znaleźć zastosowanie w pomiarach o dowolnej dokładności i we wszystkich dziedzinach - od pomiarów handlowych do pomiarów naukowych.

M.DOROZHOVETS

3. Niepewność pomiaru

PRZEWODNIK WYRAŻANIE NIEPEWNOŚCI POMIARU-GUM

Zasady przedstawione w Przewodniku są przeznaczone do stosowania w szerokim zakresie, a w szczególności odnoszą się do pomiarów realizowanych przy:

- kontroli jakości w produkcji,
- wprowadzaniu i przestrzeganiu zarządzeń i przepisów,
- prowadzeniu badań podstawowych i wdrożeniowych w nauce i technice,
- kalibracji wzorców i przyrządów oraz wykonywaniu badań zapewniających spójność pomiarową,
- rozwijaniu, utrzymywaniu i porównywaniu wzorców międzynarodowych i państwowych, z materiałami odniesienia włącznie.

M.DOROZHOVETS

3. Niepewność pomiaru

Przyczyny wprowadzenia nowej koncepcji obliczania jakości wyniku pomiaru są związane z wyżej wymienionymi problemami zastosowania błędów:

1. Problemy metodologiczne związane z:

- **definicję błędu** jako różnicy pomiędzy wynikiem pomiaru x i wartością prawdziwą X : $\Delta = x - X$ która podczas pomiaru nie jest znana.
- „**przyłączeniem**” pewnych parametrów błędu Δ do **wyniku pomiaru** w postaci $Y = y \pm \Delta$.

M.DOROZHOVETS

3. Niepewność pomiaru

Przyczyny wprowadzenia nowej koncepcji obliczania jakości wyniku pomiaru

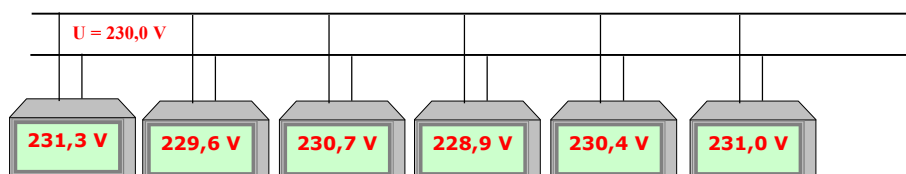
2. **Brak jednolitego sposobu obliczania i wyrażania jakości pomiarów**, zwłaszcza brak jednolitego podsumowania składowych błędów pomiarów, brak jednolitego podsumowania wartości liczbowych błędów systematycznych oraz losowych, brak jednolitego obliczania przedziałów błędów oraz przedstawienia wyników końcowych.
3. **Nigdy nie ma pewności, że wszystkie składowe błędów zostały ujawnione** i następnie uwzględnione, co może powodować niepoprawne wyniki.

M.DOROZHOVETS

3. Niepewność pomiaru: koncepcja

Najpierw jeszcze raz koncepcja błędu:

Tej samej wartości mierzonej mogą odpowiadać różne wyniki pomiaru (wskazania woltomierze)

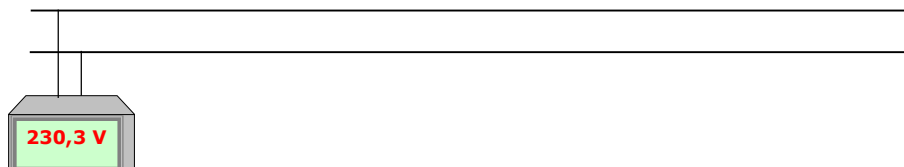


M.DOROZHOVETS

3. Niepewność pomiaru: koncepcja

Uproszczona koncepcja niepewności

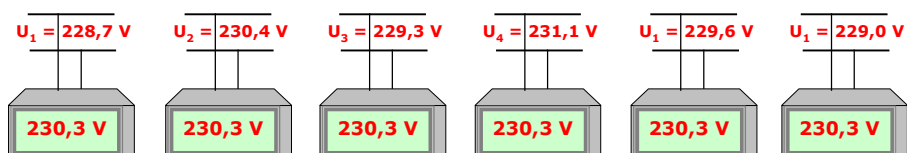
- Pomiar wielkości jednym miernikiem:
- Wartość napięcia mierzonego **nie jest znana**.
- Mamy wskazanie miernika.
- Pytanie: w jaki sposób można zinterpretować jakość pomiaru tej wielkości przy tym wyniku?



M.DOROZHOVETS

3. Niepewność pomiaru: koncepcja

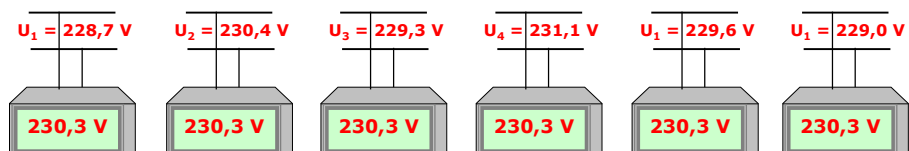
Wskazanie jednego miernika można zinterpretować w odniesieniu **takich samych wskazań wielu mierników** przy różnych wartościach napięcia.



Koncepcja niepewności bazuje na tym, że temu samemu wynikowi pomiaru może odpowiadać wielu możliwych wartości wielkości mierzonej.

M.DOROZHOVETS

3. Niepewność pomiaru: koncepcja



- Oprócz tego, przy tej samej wartości mierzonej wskazania każdego miernika podczas pomiarów często mogą być niestabilnymi.

Niepewność (pomiaru) – parametr, związany z wynikiem pomiaru, **charakteryzujący rozrzut wartości**, które można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej.

M.DOROZHOVETS

4. Liczbowe parametry niepewności pomiaru

- Niepewność (pomiaru) – parametr, związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej.
- Takim parametrem może być:
 - odchylenie standardowe $u(x)$ - niepewność standardowa,
 - przy liczbie składowych ponad 1 – złożona standardowa niepewność – $u_c(x)$;
 - jego wielokrotność $k_p \times u(x)$ – niepewność rozszerzona $U_p(x)$,
 - połowa szerokości przedziału mającego ustalony poziom ufności p .

Parametry niepewności mogą być obliczane w postaci bezwzględnej $u(x)$ lub względnej $u_{rel}(x)$:

$$u_{rel}(x) = \frac{u(x)}{|x|} (100\%, 10^6 \text{ ppm})$$

M.DOROZHOVETS

4. Liczbowe parametry niepewności pomiaru Klasyfikacja niepewności

Niepewność standardowa $u(x)$ Obliczana dla każdej składowej	
Niepewność standardowa złożona $u_c(x)$ Obliczana jeśli jest więcej niż jedna składowa	
Metody obliczania niepewności	
Niepewność standardowa typu A Metoda statystyczna $u_A(x)$	Niepewność standardowa typu B Metoda nie statystyczna $u_B(x)$
W postaci odchylenia standardowego $u_A(x)$ lub wariancji	W postaci odchylenia standardowego $u_B(x)$ lub wariancji

Niepewność rozszerzona $U_p(x)$

M.DOROZHOVETS

4. Liczbowe parametry niepewności pomiaru

Parametry niepewności mogą być obliczone w dwojaki sposób:

- 1) na podstawie serii wyników obserwacji z uwzględnieniem **rozkładu prawdopodobieństwa wyników** (obiektywny sposób) – **metoda typu A**,

Niepewność standardowa **typu A** jest obliczana z funkcji gęstości prawdopodobieństwa otrzymanej z obserwowanego rozkładu częstości

[można nazywać prawdopodobieństwem obiektywnym, MD]

M.DOROZHOVETS

4. Liczbowe parametry niepewności pomiaru

Parametry niepewności mogą być obliczone w dwojaki sposób:

- 2) na podstawie **znanego a priori rozkładu prawdopodobieństwa** każdego źródła niepewności (subiektywny sposób) - **metoda typu B**.

Niepewność standardowa **typu B** jest obliczana na podstawie założonej funkcji gęstości prawdopodobieństwa opartej **na stopniu wiary w to, że zajdzie dane zdarzenie**.

[często nazywanego prawdopodobieństwem subiektywnym].

Te dwa podejścia korzystają z dwóch uznanych interpretacji prawdopodobieństwa.

M.DOROZHOVETS

5. Interpretacja niepewności pomiaru

- **Niepewność pomiaru jest wyrażeniem faktu, że dla danej wielkości mierzonej i danego wyniku pomiaru tej wielkości mierzonej, istnieje nie jedna wartość, a nieskończenie wiele wartości rozproszonych wokół wyniku, które są zgodne z obserwacjami, danymi i znajomością praw natury i które z różnym stopniem wiarygodności mogą zostać przypisane wielkości mierzonej.**

M.DOROZHOVETS

5. Interpretacja niepewności pomiaru

- Nawet jednak, gdy obliczone niepewności są małe, to ciągle nie ma gwarancji, że błąd wyniku pomiaru jest mały, ponieważ podczas określania poprawki lub oceny stopnia nieznaności zjawiska, pewne oddziaływania systematyczne mogą być pominięte, gdyż nie zostały rozpoznane.
- Zatem niepewność wyniku pomiaru niekoniecznie jest wskazaniem prawdopodobieństwa, że wynik pomiaru jest bliski wartości wielkości mierzonej; jest ona po prostu estymatą prawdopodobieństwa bliskości do najlepszej wartości, zgodnej z obecnie posiadaną wiedzą.

M.DOROZHOVETS

6. Błąd pomiaru: przykłady historyczne

Przykład historyczny 1. Jeden z najwybitniejszych twórców teorii probabilistyki Laplace, po dokładnej analizie wyników obserwacji dotyczących parametrów ruchu Jowisza, wyznaczył, że stosunek masy Jowisza do masy Słońca równa się

1:1071 ($<\pm 1,0\%$),

z względnym błędem, który nie przekroczy wartości granicznej $\pm 1,0\%$.

Proponował on zakład (bukmacherski) w stosunku **1 000 000 : 1**, że wartość względnego błędu nie przekroczy $\pm 1,0\%$.

Jak się później ujawniło, na podstawie obserwacji o większej dokładności, oraz uwzględnieniu innych czynników (które wcześniej nie zostały zauważony), stosunek mas różni się od wyznaczonego przez Laplace'a ponad **2%!**

Zakład jednoznacznie zostałby przegrany, jednak po sprecyzowaniu tej wartości Laplace'a już dawno nie było.

M.DOROZHOVETS

6. Błąd pomiaru: przykłady historyczne

Przykład historyczny 2. A. Michelson (1852-1931) – jeden z najwybitniejszych fizyków oraz pierwszy amerykański laureat nagrody Nobla w ostatnich latach swojego życia dużo czasu poświęcił zwiększeniu dokładności pomiaru prędkości światła, w porównaniu z dokładnością, którą uzyskał wcześniej.

Niestety zmarł nie zakończywszy opracowania wyników pomiaru.

Jego uczniowie kontynuowali te prace i opublikowali rezultaty opracowania prawie **3000** wyników obserwacji.

Na podstawie tych wyników prędkość światła określono na równą **299 774 km/s.**

M.DOROZHOVETS

6. Błąd pomiaru: przykłady historyczne

Przykład historyczny 2.

Na podstawie tych wyników prędkość światła określono na równą **299 774 km/s**.

Ocenę dokładności otrzymanego wyniku przeprowadził inny znany fizyk R. Biörg, znany specjalista w teorii pomiarów oraz ich błędów.

R. Biörg przeprowadził analizę wszystkich składowych błędów, w tym metody pomiaru oraz metody opracowania wyników obserwacji, w rezultacie czego stwierdził, że błąd wyznaczania prędkości światła obliczonej na podstawie otrzymanych wyników eksperymentów prawdopodobnie **nie przekracza ± 4 km/s**.

M.DOROZHOVETS

6. Błąd pomiaru: przykłady historyczne

Przykład historyczny 2.

Jednak później, po wynalezieniu radarów, prędkość światła została wyznaczona z większą dokładnością.

Wartość prędkości, która została obliczona na podstawie wyników eksperymentów A. Michelsona, okazała się **o 16 km/s mniejsza**.

Dokładność pomiaru prędkości światła przez Michelsona okazała się zdecydowanie **(4 razy!!)** gorsza niż otrzymana przez Biörga ocena błędu granicznego.

Ważne jest to, że nawet później nie znaleziono zadowolających wyjaśnień otrzymanej przez Biörga zbyt optymistycznej wartości granicznej błędu pomiaru prędkości światła wyników eksperymentów Michelsona.

M.DOROZHOVETS