

Podstawy metrologii 2021
Przykłady do kolokwium N3
I. Pomiary mostkowy prądu stałego

Przykład 1. Mostkiem Wheatstone'a mierzona jest rezystancja R_x . Wartości rezystancji rezystorów mostka: $R_A=1000 \Omega$, $R_B=100 \Omega$. Podczas zrównoważenia mostka uzyskano wartość rezystancji zrównoważenia $R_{zr}=523.6 \Omega$. Maksymalne dopuszczalne względne błędy (odchylenia rezystancji mostka od wartości nominalnych) równe $\delta_{RA}=\delta_{RB}=\delta_{Rzr}=\pm 0.02\%$.

Wyznaczyć:

- 1) zmierzoną wartość rezystancji R_x ,
- 2) względną złożoną niepewność standardową pomiaru według metody typu B (składową od nieczułości można pominąć),
- 3) bezwzględną złożoną niepewność standardową pomiaru typu B.

Rozwiązanie:

- 1) Zmierzona wartość rezystancji

$$R_x = \frac{R_A}{R_B} \cdot R_{zr} = \frac{1000 \Omega}{100 \Omega} \cdot 523.6 \Omega = 5236 \Omega$$

- 2) względna złożona niepewność standardową pomiaru według metody typu B
Składowa niepewności od kwantowania (dyskretności wartości rezystancji R_{zr}).

Wartość cyfry najmniej znaczącej rezystancji $R_{zr,kw}=0.1 \Omega$, dlatego względna standardowa niepewność od kwantowania

$$u_{Brel}(R_{zr,kw}) = \frac{0.5 \cdot \Delta R_{zr,kw}}{\sqrt{3} \cdot R_{zr}} 100\% = \frac{0.5 \cdot 0.1 \Omega}{\sqrt{3} \cdot 523.6 \Omega} 100\% \approx 0.00551\%$$

Dlatego względna złożona niepewność standardową

$$u_{c,rel}(R_x) = \sqrt{\frac{\delta_{RA}^2 + \delta_{RB}^2 + \delta_{Rzr}^2}{3} + u_{Brel}^2(R_{zr,kw})} = \sqrt{\frac{0.02^2 + 0.02^2 + 0.02^2}{3} + 0.00551^2} \approx 0.0207\%$$

- 3) Bezwzględna złożona niepewność standardową pomiaru.

$$u_c(R_x) = \frac{u_{c,rel}(R_x) \cdot R_x}{100\%} \approx \frac{0.0207\% \cdot 5236 \Omega}{100\%} \approx 1.08 \Omega$$

Przykład 2. Mostkiem Wheatstone'a mierzona jest rezystancja R_x . Wartości rezystancji rezystorów mostka: $R_A=100 \Omega$; $R_B=1000 \Omega$. W celu zmniejszenia wpływu efektów losowych podczas pomiaru przeprowadzono $n=5$ powtórnych zrównoważeń mostka i uzyskano wartości rezystancji rezystora zrównoważenia: $R_{zr1}=891,4 \Omega$, $R_{zr2}=891,7 \Omega$, $R_{zr3}=890,8 \Omega$, $R_{zr4}=891,0 \Omega$, $R_{zr5}=891,3 \Omega$.

Wyznaczyć:

- 1) zmierzoną wartość rezystancji R_x ,
- 2) bezwzględną standardową niepewności pomiaru według metody typu A,
- 3) względną standardową niepewności pomiaru rezystancji.

Rozwiązanie:

1a) Obliczmy poszczególne wartości pomiaru rezystancji:

$$R_{x1} = \frac{R_A}{R_B} \cdot R_{zr1} = \frac{100 \Omega}{1000 \Omega} \cdot 891.4 \Omega = 89.14 \Omega, \quad R_{x2} = \frac{100 \Omega}{1000 \Omega} \cdot 891.7 \Omega = 89.17 \Omega,$$

$$R_{x3} = \frac{100 \Omega}{1000 \Omega} \cdot 890.8 \Omega = 89.08 \Omega, \quad R_{x4} = \frac{100 \Omega}{1000 \Omega} \cdot 891.0 \Omega = 89.10 \Omega,$$

$$R_{x5} = \frac{100 \Omega}{1000 \Omega} \cdot 891.3 \Omega = 89.13 \Omega.$$

1b) Zmierzoną wartością jest wartość średnia rezystancji:

$$R_x = R_{xsr} = \frac{R_{x1} + R_{x2} + R_{x3} + R_{x4} + R_{x5}}{5} = \frac{89.14 + 89.17 + 89.08 + 89.10 + 89.13}{5} = 89.124 \Omega$$

2) Bezwzględna standardowa niepewność pomiaru rezystancji według metody typu A

$$u_A(R_x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_{xi} - R_{xsr})^2}{n(n-1)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(89.14 - 89.124)^2 + (89.17 - 89.124)^2 + (89.08 - 89.124)^2 + (89.10 - 89.124)^2 + (89.13 - 89.124)^2}{5 \cdot 4}}$$

$$\approx 0.0157 \Omega$$

3) Względna niepewność rezystancji

$$u_A(R_x) = \frac{u_A(R_x)}{R_x} 100\% = \frac{0.0157 \Omega}{89.124 \Omega} 100\% \approx 0.0176\%$$

Przykład 3. Mostkiem Thomsona mierzona jest rezystancja R_x . Wartość rezystancji mostka $R_A=100 \Omega$, wartość rezystancji rezystora referencyjnego $R_N=0.1 \Omega$, podczas zrównoważenia mostka uzyskano wartość rezystancji zrównoważenia $R_{zr}=258.1 \Omega$. Maksymalne dopuszczalne względne błędy (odchylenia rezystancji mostka od wartości nominalnych) równe $\delta_{RA} = \delta_{Rzr} = \pm 0.02\%$. Maksymalny dopuszczalny względny błąd rezystora referencyjnego $\delta_{RN} = \pm 0.01\%$.

Wyznaczyć:

- 1) zmierzoną wartość rezystancji R_x (w miliomach),
- 2) względną złożoną niepewność standardową pomiaru według metody typu B (składową od nieczułości można pominąć),
- 3) bezwzględną złożoną niepewność standardową pomiaru typu B.

Rozwiązanie:

1) Zmierzona wartość rezystancji (mnożenie na 1000 daje wynik w miliomach)

$$R_x = \frac{R_N}{R_A} \cdot R_{zr} = \frac{0.1 \Omega}{100 \Omega} \cdot 258.1 \Omega = 0.2581 \Omega = 258.1 m\Omega$$

2) względna złożona niepewność standardową pomiaru według metody typu B
Składowa niepewności od kwantowania (dyskretności wartości rezystancji R_{zr}).

Wartość cyfry najmniej znaczącej rezystancji $R_{zr,kw} = 0.1 \Omega$, dlatego względna standardowa niepewność od kwantowania

$$u_{Brel}(R_{zr,kw}) = \frac{0.5 \cdot \Delta R_{zr,kw}}{\sqrt{3} \cdot R_{zr}} 100\% = \frac{0.5 \cdot 0.1 \Omega}{\sqrt{3} \cdot 258.1 \Omega} 100\% \approx 0.0112\%$$

Dlatego względna złożona niepewność standardową

$$u_{c,rel}(R_x) = \sqrt{\frac{\delta_{RA}^2 + \delta_{Rzr}^2 + \delta_{RN}^2}{3} + u_{Brel}^2(R_{zr,kw})} = \sqrt{\frac{0.02^2 + 0.02^2 + 0.01^2}{3} + 0.0112^2} \approx 0.0206\%$$

3) Bezwzględna złożona niepewność standardową pomiaru.

$$u_c(R_x) = \frac{u_{c,rel}(R_x) \cdot R_x}{100\%} \approx \frac{0.0206\% \cdot 258.1 m\Omega}{100\%} \approx 0.0532 m\Omega$$

Przykład 4. Mostkiem Thomsona mierzona jest rezystancja R_x . Wartość rezystancji mostka $R_A=1000 \Omega$, wartość rezystancji rezystora referencyjnego $R_N=0.01 \Omega$. W celu zmniejszenia wpływu efektów losowych podczas pomiaru przeprowadzono $n=6$ powtórnych

zrównoważeń mostka i uzyskano wartości rezystancji rezystora zrównoważenia:

$R_{zr1}=5387.0\Omega$, $R_{zr2}=5387.9\Omega$, $R_{zr3}=5386.8\Omega$, $R_{zr4}=5386.2\Omega$, $R_{zr5}=5388.4\Omega$, $R_{zr6}=5386.0\Omega$.

Wyznaczyć:

- 1) zmierzoną wartość rezystancji R_x (w miliomach),
- 2) bezwzględną standardową niepewności pomiaru według metody typu A,
- 3) względną standardową niepewności pomiaru rezystancji.

Rozwiązanie:

1a) Obliczmy poszczególne wartości pomiaru rezystancji (mnożenie na 1000 daje wynik w miliomach):

$$R_{x1} = \frac{R_N}{R_A} \cdot R_{zr1} \cdot 1000 = \frac{0.01\Omega}{1000\Omega} \cdot 5387.0 \cdot 1000 m\Omega = 53.870 m\Omega,$$

$$R_{x2} = \frac{0.01\Omega}{1000\Omega} \cdot 5387.9 \cdot 1000 m\Omega = 53.879 m\Omega, \quad R_{x3} = \frac{0.01\Omega}{1000\Omega} \cdot 5386.8 \cdot 1000 m\Omega = 53.868 m\Omega$$

$$R_{x4} = \frac{0.01\Omega}{1000\Omega} \cdot 5386.2 \cdot 1000 m\Omega = 53.862 m\Omega, \quad R_{x5} = \frac{0.01\Omega}{1000\Omega} \cdot 5388.4 \cdot 1000 m\Omega = 53.884 m\Omega$$

$$R_{x6} = \frac{0.01\Omega}{1000\Omega} \cdot 5386.0 \cdot 1000 m\Omega = 53.860 m\Omega.$$

1b) Zmierzoną wartością jest wartość średnia rezystancji:

$$\begin{aligned} R_x = R_{xsr} &= \frac{R_{x1} + R_{x2} + R_{x3} + R_{x4} + R_{x5} + R_{x6}}{6} = \\ &= \frac{53.870 + 53.879 + 53.868 + 53.862 + 53.884 + 53.860}{6} = 53.8705 m\Omega \end{aligned}$$

2) Bezwzględna standardowa niepewność pomiaru rezystancji według metody typu A

$$\begin{aligned} u_A(R_x) &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_{xi} - R_{xsr})^2}{n(n-1)}} = \\ &= \sqrt{\frac{(53.870 - 53.8705)^2 + (53.879 - 53.8705)^2 + (53.868 - 53.8705)^2 + (53.862 - 53.8705)^2 + (53.884 - 53.8705)^2 + (53.860 - 53.8705)^2}{6 \cdot 5}} = \\ &\approx 0.00385 m\Omega \end{aligned}$$

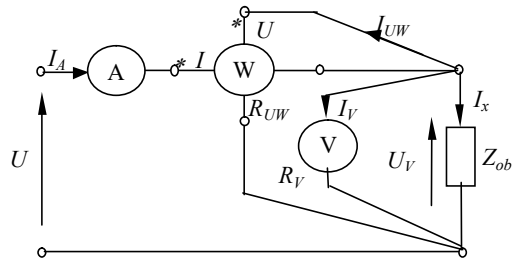
3) Względna niepewność rezystancji

$$u_A(R_x) = \frac{u_A(R_x)}{R_x} 100\% = \frac{0.00385 m\Omega}{53.8705 m\Omega} 100\% \approx 0.00713\%$$

Przykłady do kolokwium N3

Pomiary mocy w obwodach 1-fazowych

Przykład 1. Moc odbiornika jednofazowego mierzona watomierzem z parametrami: zakresy napięciowy $U_{nW}=75\text{ V}$, prądowy $I_{nW}=10\text{ A}$; znamionowa liczba działek $n_{nW}=150\text{ dz}$, nominalny $\cos\varphi_{nW}=1$, wskazanie watomierza $n_W=67\text{ dz}$. Do kontroli napięcia na odbiorniku wykorzystuje się woltomierz, którego wskazanie $U_V=62,5\text{ V}$ oraz amperomierz, którego wskazanie $I_A=7,25\text{ A}$. Według wskazania mierników (watomierza, woltomierza i amperomierza) **wyznaczyć**:



1. Zużywaną odbiornikiem moc czynną P .
2. Moc pozorną S .
3. Moc bierną Q .

Rozwiązanie:

1) Wyznaczamy stałą podziałki watomierza: $c_W = \frac{U_{nW} \cdot I_{nW} \cdot \cos\varphi_{nW}}{n_W} = \frac{75\text{ V} \cdot 10\text{ A} \cdot 1}{150\text{ dz}} = 5\text{ W/dz}$

2) Wyznaczamy moc czynną (według wskazania watomierza):

$$P = P_W = c_W \cdot n_W = 5 \frac{\text{W}}{\text{dz}} \cdot 67\text{ dz} = 335\text{ W}$$

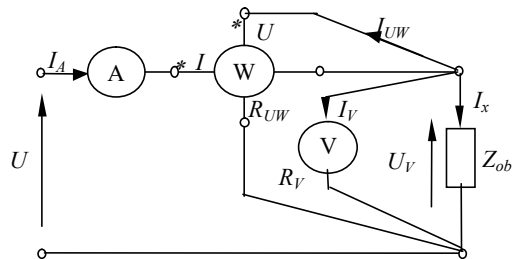
3) Wyznaczamy moc pozorną (według wskazań woltomierza i amperomierza):

$$S = U_V \cdot I_A = 62,5\text{ V} \cdot 7,25\text{ A} = 453,125\text{ V} \cdot \text{A}$$

4) Wyznaczamy moc bierną (według mocy pozornej i czynnej):

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{453,125^2 - 335^2} \approx 305,12\text{ Var}$$

Przykład 2. Moc odbiornika jednofazowego mierzona watomierzem z parametrami: zakresy napięciowy $U_{nW}=300\text{ V}$, prądowy $I_{nW}=5\text{ A}$; znamionowa liczba działek $n_{nW}=150\text{ dz}$, nominalny $\cos\varphi_{nW}=1$, wskazanie watomierza $n_W=123,5\text{ dz}$, klasa dokładności watomierza $kl_W=0,5$. **Wyznaczyć**:



1. Zużywaną odbiornikiem moc czynną.
2. Względna standardową niepewność wskazania watomierza
3. Bezwzględna standardową niepewność wskazania watomierza

Rozwiązanie:

1) Wyznaczamy stałą podziałki watomierza: $c_W = \frac{U_{nW} \cdot I_{nW} \cdot \cos\varphi_{nW}}{n_W} = \frac{300\text{ V} \cdot 5\text{ A} \cdot 1}{150\text{ dz}} = 10\text{ W/dz}$

2) Wyznaczamy moc czynną (według wskazania watomierza):

$$P = P_W = c_W \cdot n_W = 10 \frac{\text{W}}{\text{dz}} \cdot 123,5\text{ dz} = 1235\text{ W}$$

3) Wyznaczamy względną standardową niepewność wskazania watomierza:

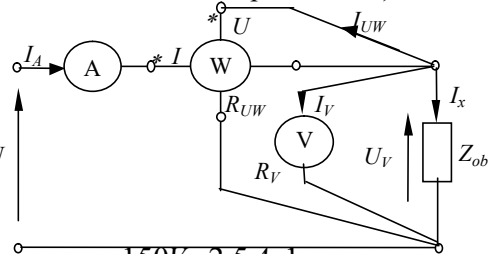
$$u_{B,rel}(P_W) = \frac{kl_W}{\sqrt{3}} \cdot \frac{n_{nW}}{n_W} = \frac{0,5\%}{\sqrt{3}} \cdot \frac{150\text{ dz}}{123\text{ dz}} = 0,351\%$$

4) Wyznaczamy bezwzględną standardową niepewność wskazania watomierza:

$$u_B(P_W) = \frac{u_{B,rel}(P_W)}{100\%} \cdot P_W = \frac{0,351\%}{100\%} \cdot 1235\text{ W} = 4,33\text{ W}$$

Przykład 3. Moc odbiornika jednofazowego mierzona watomierzem z parametrami: zakresy napięciowy $U_{nW}=150$ V, prąd w cewce napięciowej przy zakresowym napięciu: 5 mA, prądowy $I_{nW}=2.5$ A; znamionowa liczba działek $n_{nW}=75$ dz, nominalny $\cos\varphi_{nW}=1$, wskazanie watomierza $n_W=57.5$ dz. Do kontroli napięcia na odbiorniku wykorzystuje się woltomierz, którego wskazanie $U_V=122.5$ V (zakres 150 V) z prądem pełnego wychylenia $I_{nV}=10$ mA, oraz amperomierz, którego wskazanie $I_A=1.55$ A. Według wskazania mierników (watomierza, woltomierza i amperomierza) **wyznaczyć:**

1. Zużywaną moc według wskazania watomierza.
2. Moc zużywaną miernikami P_{miern} .
3. Skorygowaną moc zużywaną odbiornikiem.
3. Względny błąd systematyczny przy braku korekcji mocy. U



Rozwiązanie:

1) Wyznaczamy stałą podziałki watomierza: $c_W = \frac{U_{nW} \cdot I_{nW} \cdot \cos\varphi_{nW}}{n_W} = \frac{150V \cdot 2.5A \cdot 1}{75dz} = 5W/dz$

2) Wyznaczamy moc czynną (według wskazania watomierza):

$$P = P_W = c_W \cdot n_w = 5 \frac{W}{dz} \cdot 57.5 dz = 287.5 W$$

3) Wyznaczamy rezystancję cewki napięciowej watomierza: $R_{UW} = \frac{U_{nW}}{I_{UnW}} = \frac{150V}{5mA} = 30 k\Omega$,

4) Wyznaczamy moc zużywaną cewką napięciową watomierza

$$P_{UW} = \frac{U_V^2}{R_{UW}} = \frac{122.5^2 V^2}{30 \cdot 10^3 \Omega} \approx 0.500 W$$

5) Wyznaczamy rezystancję cewki woltomierza $R_V = \frac{U_{nV}}{I_{nV}} = \frac{150V}{10mA} = 15 k\Omega$,

6) Wyznaczamy moc zużywaną cewką woltomierza

$$P_V = \frac{U_V^2}{R_V} = \frac{122.5^2 V^2}{15 \cdot 10^3 \Omega} \approx 1.00 W$$

7). Wyznaczamy moc zużywaną miernikami P_{miern} .

$$P_{miern} = P_{UW} + P_V = 0.500 W + 1.00 W = 1.500 W$$

8) Wyznaczamy skorygowaną moc zużywaną odbiornikiem.

$$P_{x, kor} = P - P_{miern} = 287.5 W + 1.5 W = 286.0 W$$

9) Wyznaczamy względny błąd systematyczny przy braku korekcji mocy.

$$\delta_{P, syst} = \frac{P_{miern}}{P_x} 100\% = \frac{1.5 W}{286.0 W} \cdot 100\% = 0.525\%$$

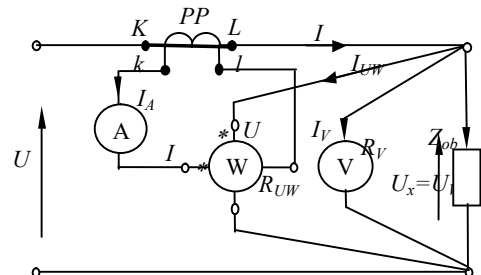
Przykład 4.

Moc odbiornika jednofazowego mierzona watomierzem z parametrami: zakres napięciowy $U_{nW}=300$ V, prądowy $I_{nW}=5$ A; znamionowa liczba działek $n_{nW}=150$ dz, nominalny \cos : $\cos\varphi_{nW}=1$, odchylenie wskazówki watomierza $n_W=98.5$ dz. Przekładnia przekładnika $K_{IN}=20A/5A$. Wskazanie woltomierza Według wskazania watomierza $U_V=230$ V, wskazanie amperomierza $I_A=4.67A$.

Wyznaczyć:

1. Zużywaną odbiornikiem moc czynną P.
2. Moc pozorną S.
3. Moc bierna Q.

Rozwiązanie:



1) Wyznaczamy stałą podziałki watomierza:

$$c_W = \frac{U_{nW} \cdot I_{nW} \cdot \cos \varphi_{nW}}{n_W} = \frac{300V \cdot 5A \cdot 1}{150dz} = 10W/dz$$

2) Wyznaczamy moc wskazywaną watomierzem:

$$P_W = c_W \cdot n_w = 10 \frac{W}{dz} \cdot 98.5dz = 985 W$$

3) Wyznaczamy moc czynną zużywaną odbiornikiem (uwzględniamy przekładnie przekładnika prądowego):

$$P = P_W K_{IN} = 985 W \cdot \frac{20A}{5A} = 3940 W$$

4) Wyznaczamy moc pozorną (według wskazań woltomierza i amperomierza z uwzględnieniem przekładni przekładnika prądowego):

$$S = U_V \cdot I_A \cdot K_{IN} = 231 V \cdot 4.67 A \cdot \frac{20A}{5A} = 4315.1 V \cdot A$$

5) Wyznaczamy moc bierną (według mocy pozornej i czynnej):

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{4315.1^2 - 3940^2} \approx 1759.6 Var$$

Przykład 5. Moc odbiornika jednofazowego mierzona watomierzem z parametrami: zakres napięciowy $U_{nW}=75 V$, prądowy $I_{nW}=5 A$; znamionowa liczba działek $n_{nW}=150 dz$, nominalny $\cos \varphi_{nW}=1$, klasa dokładności $kl_W=0,2\%$, odchylenie wskazówki watomierza $n_w=132.5 dz$. Przekładnia przekładnika $K_{IN}=2A/5A$, klasa dokładności $kl_{pp}=0,2\%$. Według wskazania watomierza **wyznaczyć:**

1. Zużywaną odbiornikiem moc czynną.
2. Względna standardową niepewność wskazania watomierza
3. Względna standardową niepewność przekładni
4. Złożoną względną niepewność wyniku pomiaru mocy.
5. Złożoną bezwzględną niepewność wyniku pomiaru mocy.

Rozwiązanie:

1) Wyznaczamy stałą podziałki watomierza:

$$c_W = \frac{U_{nW} \cdot I_{nW} \cdot \cos \varphi_{nW}}{n_W} = \frac{75V \cdot 5A \cdot 1}{150dz} = 2.5W/dz$$

2) Wyznaczamy moc wskazywaną watomierzem:

$$P_W = c_W \cdot n_w = 2.5 \frac{W}{dz} \cdot 132.5dz = 331.25 W$$

3) Wyznaczamy moc zużywaną odbiornikiem (uwzględniamy przekładnie przekładnika prądowego):

$$P = P_W K_{IN} = 331.25W \frac{2A}{5A} = 165.5 W$$

4) Wyznaczamy względną standardową niepewność wskazania watomierza:

$$u_{B,rel}(P_W) = \frac{kl_W}{\sqrt{3}} \cdot \frac{n_{nW}}{n_W} = \frac{0.2\%}{\sqrt{3}} \cdot \frac{150dz}{132.5dz} = 0.131\%$$

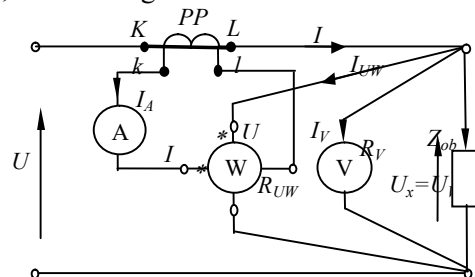
5) Wyznaczamy względną standardową niepewność przekładni prądowej:

$$u_{B,rel}(K_{IN}) = \frac{kl_{pp}}{\sqrt{3}} = \frac{0.2\%}{\sqrt{3}} = 0.115\%$$

6) Wyznaczamy złożoną względną standardową niepewność pomiaru mocy:

$$u_{B,rel}(P) = \sqrt{u_{B,rel}^2(P_W) + u_{B,rel}^2(K_{IN})} = \sqrt{0.131^2 + 0.115^2} \approx \frac{0.2\%}{\sqrt{3}} = 0.174\%$$

7) Wyznaczamy złożoną bezwzględną standardową niepewność pomiaru mocy:

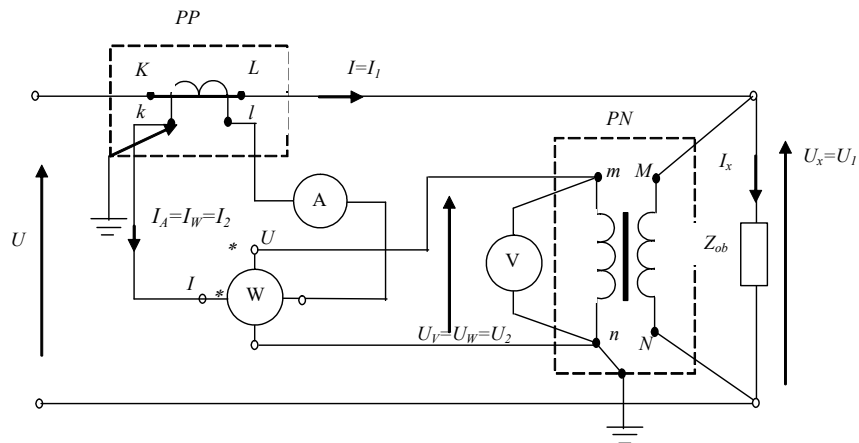


$$u_B(P) = \frac{u_{B,rel}(P) \cdot P}{100\%} = \frac{0.174\%}{100\%} \cdot 132.5 W = 0.23 W$$

Przykład 6. Moc odbiornika jednofazowego mierzona watomierzem z parametrami: zakres napięciowy $U_{nW}=120 V$, prądowy $I_{nW}=5 A$; znamionowa liczba działek $n_{nW}=150 dz$, nominalny $\cos\varphi_{nW}=1$, odchylenie wskazówki watomierza $n_W=107.5 dz$. Przekładnia przekładnika prądowego $K_{IN}=50A/5A$, przekładnia przekładnika napięciowego $K_{UN}=3000V/100V$. Wskazanie woltomierza $U_V=92.5 V$, wskazanie amperomierza $I_A=4.27A$.

Wyznaczyć:

1. Zużywaną odbiornikiem moc czynną P .
2. Moc pozorną S .
3. Moc bierna Q .



Rozwiązanie:

- 1) Wyznaczamy stałą podziałki watomierza:

$$c_W = \frac{U_{nW} \cdot I_{nW} \cdot \cos\varphi_{nW}}{n_W} = \frac{120V \cdot 5A \cdot 1}{150dz} = 4W/dz$$

- 2) Wyznaczamy moc wskazywaną watomierzem:

$$P_W = c_W \cdot n_w = 4 \frac{W}{dz} \cdot 88.5dz = 354 W$$

- 3) Wyznaczamy moc czynną zużywaną odbiornikiem (uwzględniamy przekładni przekładników prądowego i napięciowego):

$$P = P_W K_{IN} K_{UN} = 354 W \cdot \frac{50A}{5A} \cdot \frac{3000V}{100V} = 106200 W = 106.20 kW$$

- 4) Wyznaczamy moc pozorną (według wskazań woltomierza i amperomierza z uwzględnieniem przekładni przekładników prądowego i napięciowego):

$$S = U_V \cdot I_A \cdot K_{IN} \cdot K_{UN} = 92.5 V \cdot 4.27 A \cdot \frac{50A}{5A} \cdot \frac{3000V}{100V} = 118492.5 V \cdot A = 118.49 kVA$$

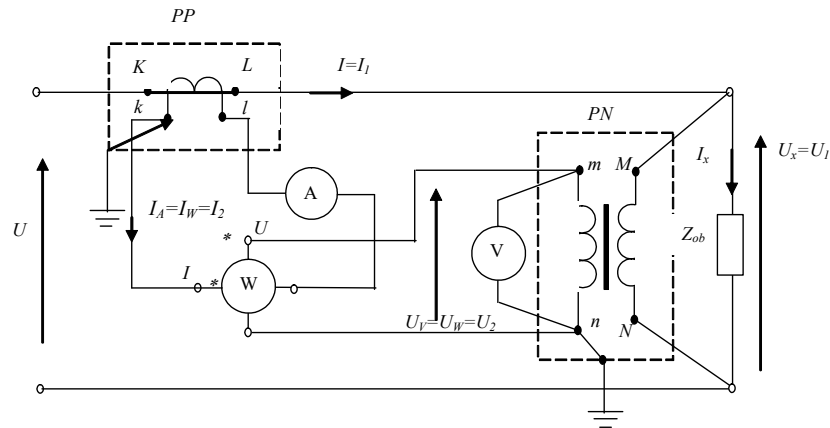
- 5) Wyznaczamy moc bierną (według mocy pozornej i czynnej):

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{118.49^2 - 106.20^2} \approx 52.56 kVar$$

Przykład 7. Moc odbiornika jednofazowego mierzona watomierzem z parametrami: zakres napięciowy $U_{nW}=120 V$, prądowy $I_{nW}=5 A$; znamionowa liczba działek $n_{nW}=75 dz$, nominalny $\cos\varphi_{nW}=1$, odchylenie wskazówki watomierza $n_W=57.5 dz$, klasa dokładności $kl_W=0.5$. Przekładnia przekładnika prądowego $K_{IN}=10A/5A$, klasa dokładności $kl_{PP}=0.5$, przekładnia przekładnika napięciowego $K_{UN}=1500V/100V$, klasa dokładności $kl_{PN}=0.5$.

Wyznaczyć:

1. Zużywaną odbiornikiem moc czynną.
2. Względna standardową niepewność wskazania watomierza
3. Względna standardową niepewność obydwu przekładni.
4. Złożoną względną niepewność wyniku pomiaru mocy.
5. Złożoną bezwzględną niepewność wyniku pomiaru mocy.



Rozwiązanie:

1) Wyznaczamy stałą podziałki watomierza:

$$c_W = \frac{U_{nW} \cdot I_{nW} \cdot \cos \varphi_{nW}}{n_W} = \frac{120V \cdot 5A \cdot 1}{75dz} = 8W/dz$$

2) Wyznaczamy moc wskazywaną watomierzem:

$$P_W = c_W \cdot n_w = 8 \frac{W}{dz} \cdot 57.5dz = 460 W$$

3) Wyznaczamy moc zużywaną odbiornikiem (uwzględniamy przekładnie przekładnika prądowego i napięciowego):

$$P = P_W K_{IN} K_{UN} = 460 W \cdot \frac{10A}{5A} \cdot \frac{1500V}{10V} = 13800 W = 13.80 kW$$

4) Wyznaczamy względną standardową niepewność wskazania watomierza:

$$u_{B,rel}(P_W) = \frac{kl_W}{\sqrt{3}} \cdot \frac{n_{nW}}{n_W} = \frac{0.5\%}{\sqrt{3}} \cdot \frac{75dz}{57.5dz} = 0.377\%$$

5) Wyznaczamy względną standardową niepewność przekładni prądowej:

$$u_{B,rel}(K_{IN}) = \frac{kl_{IN}}{\sqrt{3}} = \frac{0.5\%}{\sqrt{3}} = 0.289\%$$

6) Wyznaczamy względną standardową niepewność przekładni napięciowej:

$$u_{B,rel}(K_{UN}) = \frac{kl_{UN}}{\sqrt{3}} = \frac{0.5\%}{\sqrt{3}} = 0.289\%$$

7) Wyznaczamy złożoną względną standardową niepewność pomiaru mocy:

$$u_{B,rel}(P) = \sqrt{u_{B,rel}^2(P_W) + u_{B,rel}^2(K_{IN}) + u_{B,rel}^2(K_{UN})} = \sqrt{0.377^2 + 0.289^2 + 0.289^2} \approx 0.555\%$$

8) Wyznaczamy złożoną bezwzględną standardową niepewność pomiaru mocy:

$$u_B(P) = \frac{u_{B,rel}(P) \cdot P}{100\%} = \frac{0.555\%}{100\%} \cdot 13800 W \approx 77.6 W$$

Przykłady do kolokwium N3

Pomiary impedancji, indukcyjności, dobroci, pojemności, stratności

Przykład 1: Podczas pomiaru impedancji obiektu indukcyjnego wskazanie woltomierza $U_V=121\text{ V}$, wskazanie amperomierza $I_A=3,45\text{ A}$, rezystancja $R_{ob}=20,5\ \Omega$, częstotliwość $f=50\text{ Hz}$. Wyznaczyć:

1. Impedancje obiektu Z_{ob} .
2. Indukcyjność obiektu L_{ob} .
3. Dobroć obiektu indukcyjnego

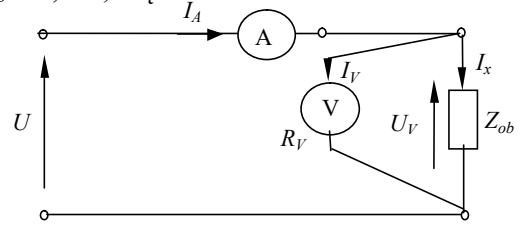
Rozwiązanie:

1) Impedancja obiektu $Z_{ob} = \frac{U_V}{I_A} = \frac{121\text{ V}}{3,45\text{ A}} \approx 35,072\ \Omega$.

2a) Reaktancja obiektu $X_{ob} = \sqrt{Z_{ob}^2 - R_{ob}^2} = \sqrt{35,072^2 - 20,5^2} \approx 28,457\ \Omega$ $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ $Y = \sqrt{G^2 + B^2}$

2b) Indukcyjność obciążenia: $L_{ob} = \frac{X_{ob}}{2\pi f} = \frac{28,457\ \Omega}{2\pi \cdot 50\text{ Hz}} \approx 90,58\text{ mH}$

3) Dobroć obiektu indukcyjnego: $Q_{ob} = \frac{X_{ob}}{R_{ob}} = \frac{28,457\ \Omega}{20,5\ \Omega} \approx 1,39$



Przykład 2: Podczas pomiaru impedancji obiektu pojemnościowego wskazanie woltomierza $U_V=480\text{ V}$, wskazanie amperomierza $I_A=0,435\text{ A}$, rezystancja (w układzie zastępczym równoległym) $R_{ob}=12,5\text{ k}\Omega$, częstotliwość $f=50\text{ Hz}$. Wyznaczyć:

1. Admitancje obiektu Y_{ob} .
2. Pojemność obiektu C_{ob} .
3. Stratność obiektu pojemnościowego

Rozwiązanie:

1) Admitancja obiektu $Y_{ob} = \frac{I_A}{U_V} = \frac{0,435\text{ A}}{480\text{ V}} \approx 9,063 \cdot 10^{-3}\text{ S}$.

2). Pojemność obiektu: $C_{ob} = \frac{\sqrt{Y_{ob}^2 - \frac{1}{R_{ob}^2}}}{2\pi f} = \frac{\sqrt{(9,063 \cdot 10^{-3})^2 - \frac{1}{12500^2}}}{2\pi \cdot 50\text{ Hz}} \approx 2,874 \cdot 10^{-6}\text{ F} = 2,874\ \mu\text{F}$

3) Stratność obiektu pojemnościowego: $\text{tg}\delta_p = \frac{1}{R_{ob} \cdot 2\pi f C_{ob}} = \frac{1}{12500\ \Omega \cdot 2\pi \cdot 50\text{ Hz} \cdot 2,874 \cdot 10^{-6}\text{ F}} \approx 0,089$

Przykład 3: Podczas pomiaru impedancji odbiornika jednofazowego wskazanie woltomierza $U_V=225\text{ V}$ (zakres 300 V, klasa dokładności 1.0), wskazanie amperomierza $I_A=3,45\text{ A}$ (zakres 5A, klasa 1.5) Wyznaczyć:

1. Impedancje obiektu Z_{ob} .
2. Względne niepewności wskazań mierników.
3. Względna niepewność pomiaru impedancji obiektu.
4. Bezwzględna niepewność pomiaru impedancji obiektu.

Rozwiązanie:

1) Impedancje obiektu $Z_{ob} = \frac{U_V}{I_A} = \frac{225\text{ V}}{3,45\text{ A}} \approx 65,217\ \Omega$.

2a) Względna niepewność pomiaru napięcia $u_{B,rel}(U) = \frac{k_U U_{nV}}{\sqrt{3} U_V} = \frac{1,0 \cdot 300\text{ V}}{\sqrt{3} \cdot 225\text{ V}} \approx 0,770\%$

2b) Względna niepewność pomiaru prądu $u_{B,rel}(I) = \frac{k_I I_{nA}}{\sqrt{3} I_A} = \frac{1,5 \cdot 3\text{ A}}{\sqrt{3} \cdot 3,45\text{ A}} \approx 0,945\%$

3) Względna złożona niepewność pomiaru impedancji $u_{c,rel}(Z) = \sqrt{u_{B,rel}^2(U) + u_{B,rel}^2(I)} = \sqrt{0,770^2 + 0,945^2} = 1,219\%$

4) Bezwzględna złożona niepewność pomiaru impedancji

$u_{c,rel}(Z) = \frac{u_{c,rel}(Z) \cdot Z_{ob}}{100\%} = \frac{1,219\% \cdot 65,217\ \Omega}{100\%} \approx 0,794\ \Omega \approx 1,0\ \Omega$

Przykład 4: Podczas pomiaru indukcyjności odbiornika jednofazowego wartość częstotliwości 50.0 Hz (względna niepewność standardowa 0.15%) wskazanie woltomierza $U_V=227,4\text{ V}$ (zakres

250 V, klasa dokładności 0.5), wskazanie amperomierza $I_A=4.457$ A (zakres 5A, klasa 0.5).
 Rezystancja na prądzie stałym jest znana: $R_{ob}=25.45$ Ω ze względną niepewnością standardową 0.25 %. Wyznaczyć:

1. Impedancje obiektu Z_{ob} .
2. Indukcyjność obiektu
3. Względną złożoną niepewność pomiaru impedancji.
4. Względna niepewność pomiaru indukcyjności obiektu.
5. Bezwzględna niepewność pomiaru indukcyjności obiektu.

Rozwiązanie:

1) Impedancje obiektu $Z_{ob} = \frac{U_V}{I_A} = \frac{227.5 V}{4.457 A} \approx 51.043 \Omega$.

2a) Reaktancja obiektu $X_{ob} = \sqrt{Z_{ob}^2 - R_{ob}^2} = \sqrt{51.043^2 - 25.45^2} \approx 44.246 \Omega$

2b) Indukcyjność obciążenia: $L_{ob} = \frac{X_{ob}}{2\pi f} = \frac{44.246}{2\pi \cdot 50} \approx 140.84$ mH

3a) Względna niepewność pomiaru napięcia $u_{B,rel}(U) = \frac{kl_V U_{nV}}{\sqrt{3} U_V} = \frac{0.5 \cdot 250V}{\sqrt{3} 227.5V} \approx 0.317\%$

3b) Względna niepewność pomiaru prądu $u_{B,rel}(I) = \frac{kl_A I_{nA}}{\sqrt{3} I_A} = \frac{0.5 \cdot 5 A}{\sqrt{3} 4.457 V} \approx 0.324\%$

3c) Względna złożona niepewność pomiaru impedancji $u_{c,rel}(Z) = \sqrt{u_{B,rel}(U)^2 + u_{B,rel}(I)^2} = \sqrt{0.317^2 + 0.324^2} = 0.453\%$

4a) Względna niepewność pomiaru indukcyjności obiektu:

$$u_{c,rel}(L) = \sqrt{u_{B,rel}(f)^2 + \frac{Z_{ob}^4 u_{c,rel}(Z)^2 + R_{ob}^4 u_{c,rel}(DR)^2}{X^4}} = \sqrt{0.15^2 + \frac{51.043^4 \cdot 0.453^2 + 25.45^4 \cdot 0.25^2}{44.246^4}} = 0.627\%$$

4b) Bezwzględna złożona niepewność pomiaru indukcyjności obiektu

$$u_{c,rel}(L) = \frac{u_{c,rel}(L) \cdot L_{ob}}{100\%} = \frac{0.627\% \cdot 140.84 mH}{100\%} \approx 0.88$$
 mH

Przykłady do kolokwium N3 Pomiary LCR mostkiem MT4090

Przykład 1. Podczas pomiaru indukcyjności na częstotliwości 1 kHz wskazanie miernika $L_x = 25.35$ mH. Wyznaczyć:

- 1) bezwzględną niepewność wyniku pomiaru indukcyjności.
- 2) względną niepewność wyniku pomiaru indukcyjności.

Rozwiązanie:

1) Według zadanej częstotliwości (1 kHz) oraz wyniku parametry niepewności znajdziemy w 3-m wierszu oraz 7 kolumnie (zakres 15.91 mH \div 159.1 μ H): WMBD= \pm 0.5%, c=1. Tj.

2) Bezwzględna niepewność standardowa wyniku pomiaru indukcyjności:

$$u_B(L) = \frac{\frac{0.5\% \cdot 25.35 mH}{100\%} + 1 \cdot 0.01 mH}{\sqrt{3}} = 0.0790 mH$$

2) Względna niepewność standardowa wyniku pomiaru indukcyjności:

$$u_{B,rel}(L) = \frac{0.5\% + \frac{1 \cdot 0.01 mH}{25.35 mH} 100\%}{\sqrt{3}} = 0.311 \%$$

Przykład 2. Podczas pomiaru pojemności kondensatora na częstotliwości 200 kHz wskazanie miernika $C_x = 37.82$ pF. Wyznaczyć:

- 1) bezwzględną niepewność wyniku pomiaru pojemności.
- 2) względną niepewność wyniku pomiaru pojemności.

Rozwiązanie:

1) Według zadanej częstotliwości (200 kHz) oraz wyniku parametry niepewności znajdziemy w ostatnim wierszu oraz 4 kolumnie (zakres 7.957 pF ÷ 79.57 pF): WMBD=±1%, c=1. Tj.

2) Bezwzględna niepewność standardowa wyniku pomiaru pojemności:

$$u_B C = \frac{1\% \cdot 37.82 \text{ pF} + 1 \cdot 0.01 \text{ pF}}{100\% \sqrt{3}} = 0.224 \text{ pF}$$

2) Względna niepewność standardowa wyniku pomiaru pojemności:

$$u_{B,rel}(C) = \frac{1\% + \frac{1 \cdot 0.01 \text{ pF}}{37.82 \text{ pF}} 100\%}{\sqrt{3}} = 0.593 \%$$

Przykład 3. Na częstotliwości 10 kHz mierzona pojemność, uzyskano wyniki:

C_x = 56.78 nF; stratność D_x = 0.024. Wyznaczyć:

1) bezwzględna niepewność standardową wyniku pomiaru stratności:

Rozwiązanie:

1) Impedancja kondensatora

$$Z_C = X_C = \frac{1}{2\pi f C_x} = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \text{ Hz} \cdot 56.78 \cdot 10^{-9} \text{ F}} = 280.3 \Omega$$

2) Według tabeli 3-D dla f=10 kHz oraz Z_c=280.3 Ω z 6-ej kolumny i 2-go wiersza MBD(D_x)=±0.002.

3) Bezwzględna niepewność standardową wyniku pomiaru stratności:

$$u_B(D_x) = \frac{0.002}{\sqrt{3}} = 0.00115$$

Przykład 4. Na częstotliwości 1 kHz mierzona indukcyjność, uzyskano wyniki:

L_x = 122.3 mH; dobroć Q_x = 30. Wyznaczyć bezwzględna niepewność standardową wyniku pomiaru dobroci:

1) Impedancja indukcyjnościowa

$$Z_L = X_L = 2\pi f C_x = 2\pi \cdot 1 \cdot 10^3 \text{ Hz} \cdot 122.3 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 768.4 \Omega$$

2) Według tabeli 3-D dla f=1 kHz oraz Z_c=768.4 Ω z 6-ej kolumny i 2-go wiersza MBD(D_x)=±0.002.

3) Bezwzględna niepewność standardową wyniku pomiaru dobroci:

$$u_B(D_x) = 30^2 \frac{0.002}{\sqrt{3}} \approx 1.0$$

Dokładność pomiaru pojemności

100Hz	79,57pF ÷ 159,1pF	159,1pF ÷ 1,591nF	1,591nF ÷ 15,91nF	15,91nF ÷ 159,1μF	159,1μF ÷ 1,591μF	1,591μF ÷ 15,91μF	15,91μF ÷ 1591μF	1591μF ÷ 15,91mF
	2% ±1 ●	1% ±1	0,5% ±1	0,2% ±1	0,1% ±1	0,2% ±1	0,5% ±1	1% ±1 ●
120Hz	66,31pF ÷ 132,6pF	132,6pF ÷ 1,326nF	1,326nF ÷ 13,26nF	13,26nF ÷ 132,6nF	132,6nF ÷ 1,326μF	1,326μF ÷ 13,26μF	13,26μF ÷ 1326μF	1326μF ÷ 13,26mF
	2% ±1 ●	1% ±1	0,5% ±1	0,2% ±1	0,1% ±1	0,2% ±1	0,5% ±1	1% ±1 ●
1kHz	7,957pF ÷ 15,91pF	15,91pF ÷ 159,1pF	159,1pF ÷ 1,591nF	1,591nF ÷ 15,91nF	15,91nF ÷ 159,1nF	159,1nF ÷ 1,591μF	1,591μF ÷ 159,1μF	159,1μF ÷ 1,591mF
	2% ±1 ●	1% ±1	0,5% ±1	0,2% ±1	0,1% ±1	0,2% ±1	0,5% ±1	1% ±1 ●
10kHz	0,795pF ÷ 1,591pF	1,591pF ÷ 15,91pF	15,91nF ÷ 159,1pF	159,1pF ÷ 1,591nF	1,591nF ÷ 15,91nF	15,91nF ÷ 159,1nF	159,1nF ÷ 1,591μF	1,591μF ÷ 15,91μF
	5% ±1 ●	2% ±1	0,5% ±1	0,2% ±1	0,1% ±1	0,2% ±1	0,5% ±1	1% ±1 ●
100kHz ●	–	0,159pF ÷ 1,591pF	1,591pF ÷ 15,91pF	15,91pF ÷ 159,1pF	159,1pF ÷ 1,591nF	1,591nF ÷ 15,91nF	15,91nF ÷ 1,591μF	1,591μF ÷ 15,91μF
	–	5% ±1	2% ±1	1% ±1	0,4% ±1	1% ±1	2% ±1	5% ±1
200kHz ●	–	0,079pF ÷ 0,795pF	0,795pF ÷ 7,957pF	7,957pF ÷ 79,57pF	79,57pF ÷ 795,7pF	795,7pF ÷ 7,957nF	7,957nF ÷ 795,7nF	795,7nF ÷ 7,957μF
	–	5% ±1	2% ±1	1% ±1	0,4% ±1	1% ±1	2% ±1	5% ±1

Dokładność pomiaru indukcyjności

100Hz	31,83kH ÷ 15,91kH	15,91kH ÷ 1591H	1591H ÷ 159,1H	159,1H ÷ 15,91H	15,91H ÷ 1,591H	1,591H ÷ 159,1mH	159,1mH ÷ 1,591mH	1,591mH ÷ 159,1μH
	2% ±1 ●	1% ±1	0,5% ±1	0,2% ±1	0,1% ±1	0,2% ±1	0,5% ±1	1% ±1 ●
120Hz	26,52kH ÷ 13,26kH	13,26kH ÷ 1326H	1326H ÷ 132,6H	132,6H ÷ 13,26H	13,26H ÷ 1,326H	1,326H ÷ 132,6mH	132,6mH ÷ 1,326mH	1,326mH ÷ 132,6μH
	2% ±1 ●	1% ±1	0,5% ±1	0,2% ±1	0,1% ±1	0,2% ±1	0,5% ±1	1% ±1 ●
1kHz	3,183kH ÷ 1,591kH	1,591kH ÷ 159,1H	159,1H ÷ 15,91H	15,91H ÷ 1,591H	1,591H ÷ 159,1mH	159,1mH ÷ 15,91mH	15,91mH ÷ 159,1μH	159,1μH ÷ 15,91μH
	2% ±1 ●	1% ±1	0,5% ±1	0,2% ±1	0,1% ±1	0,2% ±1	0,5% ±1	1% ±1 ●
10kHz	318,3H ÷ 159,1H	159,1H ÷ 15,91H	15,91H ÷ 1,591H	1,591H ÷ 159,1mH	159,1mH ÷ 15,91mH	15,91mH ÷ 1,591mH	1,591mH ÷ 15,91μH	15,91μH ÷ 1,591μH
	5% ±1 ●	2% ±1	0,5% ±1	0,2% ±1	0,1% ±1	0,2% ±1	0,5% ±1	1% ±1 ●
100kHz ●	31,83H ÷ 15,91H	15,91H ÷ 1,591H	1,591H ÷ 159,1mH	159,1mH ÷ 15,91mH	15,91mH ÷ 1,591mH	1,591mH ÷ 159,1μH	159,1μH ÷ 1,591μH	1,591μH ÷ 0,159μH
	–	5% ±1	2% ±1	1% ±1	0,4% ±1	1% ±1	2% ±1	5% ±1
200kHz ●	15,91H ÷ 7,957H	7,957H ÷ 795,7mH	795,7mH ÷ 79,57mH	79,57mH ÷ 7,957mH	7,957mH ÷ 795,7μH	795,7μH ÷ 79,57μH	79,57μH ÷ 0,795μH	0,795μH ÷ 0,079μH
	–	5% ±1	2% ±1	1% ±1	0,4% ±1	1% ±1	2% ±1	5% ±1

Dokładność pomiaru współczynnika stratności (D):

Zx Często.	20M ~ 10M (Ω)	10M ~ 1M (Ω)	1M ~ 100k (Ω)	100k ~ 10k (Ω)	10k ~ 1k (Ω)	1k ~ 100 (Ω)	100 ~ 1 (Ω)	1 ~ 0,1 (Ω)
100Hz	± 0,020 ●	± 0,010	± 0,005	± 0,002	± 0,002	± 0,002	± 0,005	± 0,010 ●
120Hz								
1kHz								
10kHz	± 0,050 ●	± 0,020						
100kHz 200kHz ●	–	± 0,050	± 0,020	± 0,010	± 0,004	± 0,010	± 0,020	± 0,050

Dokładność pomiaru kąta stratności (θ):

Zx Często.	20M ~ 10M (Ω)	10M ~ 1M (Ω)	1M ~ 100k (Ω)	100k ~ 10k (Ω)	10k ~ 1k (Ω)	1k ~ 100 (Ω)	100 ~ 1 (Ω)	1 ~ 0,1 (Ω)
100Hz	± 1,046 ●	± 0,523	± 0,261	± 0,105	± 0,105	± 0,105	± 0,261	± 0,523 ●
120Hz								
1kHz								
10kHz	± 2,615 ●	± 1,046						
100kHz 200kHz ●	–	± 2,615	± 1,046	± 0,409	± 0,209	± 0,409	± 1,046	± 2,615