

Zastosowanie rezystorów Hamona i technologii dynamicznej wymiany elementów (DEM) do budowy precyzyjnych dzielników napięcia w cyfrowych przyrządach pomiarowych

Plan:

Celem jest zapoznanie się z rezystorami Hamona oraz zastosowaniem metody dynamicznego dopasowania elementów dla uzyskania dokładnych rezystancyjnych dzielników napięcia

Plan

- **Zestawy rezystorów Hamona**
- **Zastosowanie rezystorów Hamona i technologii dynamicznej wymiany elementów (DEM) do budowy precyzyjnych dzielników napięcia**

1. Zestawy rezystorów Hamona

W pewnym uproszczeniu zasada wykorzystania takich rezystorów polega na tym, że jeśli połączyć **szeregowo** n rezystorów o jednakowej nominalnej rezystancji R_n i wyznaczyć sumaryczną rezystancję:

$$R_s = \sum_{i=1}^n R_i$$

i następnie połączyć te rezystory **równolegle** i wyznaczyć rezystancję równoległego połączenia

$$R_p = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}$$

wtedy **nominalna wartość stosunku $K_{H,nom}$** tych rezystancji będzie równa **kwadratowi liczby rezystorów**:

$$K_{H,nom} = \frac{R_s}{R_p} = n^2$$

1. Zestawy rezystorów Hamona

Na przykład, jeśli wykorzystuje się **$n=3$** rezystory (rys.1), wtedy przy nominalnie jednakowych rezystancjach rezystorów R_n wartość szeregowego połączenia:

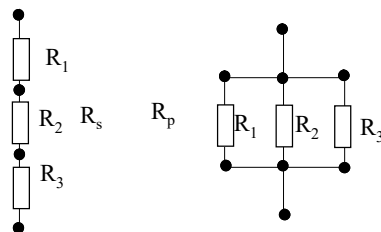
$$R_s = 3R_n$$

i równoległego połączenia :

$$R_p = \frac{1}{3}R_n$$

i stosunek tych rezystancji

$$K_{H,nom} = \frac{R_s}{R_p} = \frac{3R_n}{\frac{1}{3}R_n} = 3^2 = 9$$



1. Zestawy rezystorów Hamona

Najważniejszym jest to, że jeśli względne odchylenia wartości rezystancji R_i rezystorów od wartości średniej

$$\delta_i = \frac{R_i - \bar{R}}{\bar{R}}$$

ma rząd $|\delta_R|$, wtedy względne odchylenie

$$\delta_{K_H} = \frac{K_H - n^2}{n^2}$$

stosunku K_H rezystancji szeregowego i równoległego połączenia od nominalnej wartości (n^2) ma rząd $|\delta_R|^2$!

1. Zestawy rezystorów Hamona

Na przykład, jeśli tolerancja rezystorów jest na poziomie $\pm 1\% = \pm 0.01$, wtedy względne odchylenie stosunku rezystancji R_s/R_p od wartości nominalnej (n^2) będzie miało poziom

$$\delta_{K_H} \sim 0.01^2 = 0.0001 = 0.01\%$$

Tj. korzystając z rezystorów stosunkowo małej dokładności (1%) można otrzymać stosunkowo dokładny (0.01%) stosunek rezystancji R_s/R_p .

Dla lepszych rezystorów, na przykład o tolerancji na poziomie $\pm 0.1\% = \pm 0.001$, względne odchylenie stosunku rezystancji od wartości nominalnej (n^2) będzie miało bardzo mały poziom $\pm 0.000001 = \pm 1 \text{ ppm}$.

A przy wykorzystaniu rezystorów $\pm 0.01\% = \pm 0.0001$ (technologicznie nie jest to bardzo złożony problem) względne odchylenie stosunku rezystancji od wartości nominalnej będzie bardzo precyzyjnym: $\pm 10^{-8} = \pm 0.01 \text{ ppm} = \pm 10^{-6}\% !!!$

1. Zestawy rezystorów Hamona

Ta właściwość jest wykorzystywana na przykład dla przekazywania wartości jednostki Ohma od mniejszych wartości do większych.

Przykładowo, przy liczbie rezystorów $n=10$, nominalna wartość stosunku rezystancji szeregowego i równoległego połączenia jest równa $10^2=100$ i ten stosunek jest znany bardzo precyzyjnie.

Jeśli wykorzystywane są rezystory o nominalnej wartości 100Ω , wtedy nominalna rezystancja równoległego połączenia tych rezystorów jest równa 10Ω , a szeregowego połączenia 1000Ω .

Wtedy jeśli wartość rezystancji równoległego połączenia tych rezystorów zostanie skalibrowana odnośnie rezystancji rezystora referencyjnego o wartości 10Ω , wtedy przy zmianie konfiguracji połączeń rezystorów od równoległego do szeregowego wartość rezystancji szeregowego połączenia (1000Ω) będzie miała dokładność praktycznie taką samą jak i dokładność skalibrowanej rezystancji równoległego połączenia (10Ω).

1. Zestawy rezystorów Hamona

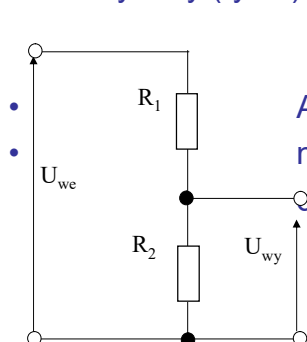
Analogicznie, przy zastosowaniu 10 rezystorów o nominalnej wartości $10 \text{ k}\Omega$:

rezystancja równoległego połączenia równa się $1 \text{ k}\Omega$,
rezystancja szeregowego połączenia równa się $100 \text{ k}\Omega$

I dlatego można bardzo dokładnie przekazywać rezystorom wartości rezystancji od $1 \text{ k}\Omega$ do $100 \text{ k}\Omega$.

2. Zastosowanie rezystorów Hamona i technologii dynamicznej wymiany elementów (DEM) do budowy precyzyjnych dzielników napięcia

W każdym rezystancyjnym dzielniku napięcia jednocześnie wykorzystuje się co najmniej 2 szeregowo połączonych rezystory (rys.2). Napięcie wyjściowe dzielnika



$$U_{wy,1} = U_{we} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

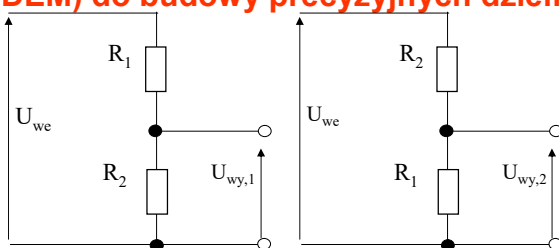
A współczynnik podziału napięcia zależy od stosunku rezystancji dwóch rezystorów

$$K_d = \frac{U_{we}}{U_{wy}} = \frac{R_1}{R_2} + 1$$

2. Zastosowanie rezystorów Hamona i technologii dynamicznej wymiany elementów (DEM) do budowy precyzyjnych dzielników napięcia

Ponieważ w dzielniku powinny być co najmniej dwa rezystory, dlatego żeby wykorzystać właściwość rezystorów Hamona do otrzymania dużej dokładności rezystancyjnego dzielnika napięcia należy wykorzystać co najmniej **dwa zestawy rezystorów Hamona oraz technologię przestawienia miejscami tych rezystorów (technologię DEM)** (Rys.3).

2. Zasada technologii dynamicznej wymiany elementów (DEM) do budowy precyzyjnych dzielników napięcia

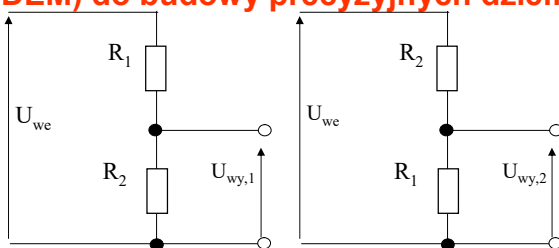


Jeśli obydwa rezystory nominalnie są równe $R_{1n}=R_{2n}$ wtedy współczynnik podziału napięcia wejściowego jest równy 2.

Dla zapewnienia dużej dokładności podziału napięcia przy stosunkowo nie dużej dokładności rezystorów wykorzystuje się **dwie fazy podziału**:

W pierwszej fazie rezystory są w położeniu jak na rysunku z lewej strony, a w drugiej fazie te rezystory są wymieniane miejscami.

2. Zasada technologii dynamicznej wymiany elementów (DEM) do budowy precyzyjnych dzielników napięcia



Wtedy wartość średnia napięć wyjściowych w obydwu fazach będzie równa napięciu wejściowemu dzielonemu na 2, tj. średnia wartość współczynnika podziału

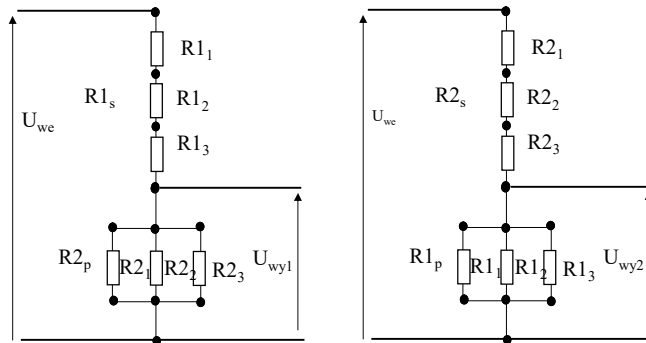
$$K_{d,sr} = \frac{U_{we}}{\frac{U_{wy1} + U_{wy2}}{2}} = 2$$

równa 2 bardzo dużą dokładnością.

Względne odchylenie wartości współczynnika podziału od 2 ma poziom kwadratu względnego odchylenia rezystancji rezystorów: $|\delta_R|^2$

2. Zasada technologii dynamicznej wymiany elementów (DEM) do budowy precyzyjnych dzielników napięcia

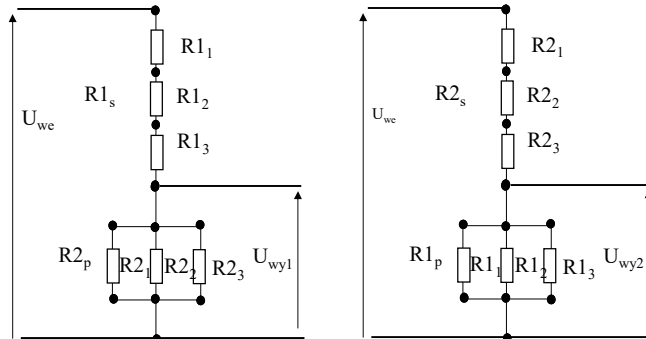
Dla budowy dzielnika rezystancyjnego o współczynniku podziału $K_d=n^2+1$ o dużej dokładności można wykorzystać dwa zestawy rezystorów Hamona oraz technologię przestawienia miejscami tych rezystorów (technologię DEM) (Rys.3).



2. Zasada technologii dynamicznej wymiany elementów (DEM) do budowy precyzyjnych dzielników napięcia

W pierwszej fazie $R1_s$ jest to szeregowe połączenie n rezystorów pierwszego zestawu rezystorów, a $R2_p$ jest to równoległe połączenie n rezystorów drugiego zestawu rezystorów.

W drugiej fazie $R2_s$ jest to szeregowe połączenie n rezystorów drugiego zestawu rezystorów, a $R1_p$ jest to równoległe połączenie n rezystorów pierwszego zestawu rezystorów.



2. Zasada technologii dynamicznej wymiany elementów (DEM) do budowy precyzyjnych dzielników napięcia

- Współczynnik podziału napięcia w pierwszej fazie

$$K_{d1} = \frac{U_{we}}{U_{wy,1}} = \frac{R1_s}{R2_p} + 1$$

- Współczynnik podziału napięcia w drugiej fazie

$$K_{d2} = \frac{U_{we}}{U_{wy,2}} = \frac{R2_s}{R1_p} + 1$$

- Wartość średnia tych współczynników

$$K_{d,sr} = \frac{K_{d1} + K_{d2}}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{R1_s}{R2_p} + \frac{R2_s}{R1_p} \right) + 1$$

2. Zasada technologii dynamicznej wymiany elementów (DEM) do budowy precyzyjnych dzielników napięcia

Jeśli względne odchylenia stosunku rezystancji w obydwu zestawach rezystorów oznaczyć jako

$$\delta_{1H}^2, \delta_{2H}^2$$

Oraz uwzględniając, że nominalne wartości stosunku szeregowej i równoległej rezystancji obydwu zestawów rezystorów równe n^2 , średnią wartość współczynników podziału można przedstawić wyrażeniem:

$$K_{d,sr} = n^2 \frac{1}{2} \left((1 + \delta_{1H}^2) \cdot \frac{R1_p}{R2_p} + (1 + \delta_{2H}^2) \cdot \frac{R2_p}{R1_p} \right) + 1$$

2. Zasada technologii dynamicznej wymiany elementów (DEM) do budowy precyzyjnych dzielników napięcia

Nominalnie rezystancji równoległego połączenia obydwu zestawów rezystorów są równe sobie, tj. stosunek tych rezystancji nominalnie jest równy 1:

$$\frac{R1_p}{R2_p} \Big|_{nom} = 1$$

Natomiast rzeczywista wartość tego stosunku ma względne odchylenie od 1 równe δ_p , tj.:

$$\frac{R1_p}{R2_p} = 1 + \delta_p$$

2. Zasada technologii dynamicznej wymiany elementów (DEM) do budowy precyzyjnych dzielników napięcia

Ponieważ w drugiej części wyrażenia dla średniej wartości współczynników podziału

$$K_{d,sr} = n^2 \frac{1}{2} \left((1 + \delta_{1H}^2) \cdot \frac{R1_p}{R2_p} + (1 + \delta_{2H}^2) \cdot \frac{R2_p}{R1_p} \right) + 1$$

jest odwrotna wartość stosunku rezystancji równoległego połączenia obydwu zestawów rezystorów, dlatego wartość średnią współczynników podziału można przedstawić w postaci:

$$K_{d,sr} = n^2 \left(1 + \frac{\delta_p^2 + \delta_{1H}^2 (1 + \delta_p) + \delta_{2H}^2}{2(1 + \delta_p)} \right) + 1$$

Stąd błąd względny wartości średniej ($|\delta_p| \ll 1$)

$$\delta_{K_{d,sr}} = \frac{K_{d,sr} - (n^2 + 1)}{n^2 + 1} = \frac{n^2}{n^2 + 1} \left(\frac{\delta_p^2 + \delta_{1H}^2 (1 + \delta_p) + \delta_{2H}^2}{2(1 + \delta_p)} \right) \approx \frac{n^2}{n^2 + 1} \left(\frac{\delta_p^2 + \delta_{1H}^2 + \delta_{2H}^2}{2} \right)$$

2. Zasada technologii dynamicznej wymiany elementów (DEM) do budowy precyzyjnych dzielników napięcia

Tj. błąd względny wartości średniej współczynników podziału jest proporcjonalny kwadratowi wartości względnych odchyłeń odpowiednich stosunków rezystancji:

$$\delta_{K_{dsr}} \approx \frac{n^2}{n^2+1} \left(\frac{\delta_p^2 + \delta_{1H}^2 + \delta_{2H}^2}{2} \right)$$

- Stąd możemy wnioskować, że łączne zastosowanie rezystorów Hamona z technologią DEM zapewnia dużą dokładność podziału napięcia, analogicznie jak w przypadku stosunku rezystancji szeregowego i równoległego połączenia tych samych rezystorów.
- Na przykład, jeśli stosujemy rezystory o tolerancji na poziomie $\pm 0.1\% = \pm 0.001$, względne odchylenie od wartości nominalnej (n^2+1) będzie miało poziom
- $3n^2 / 2(n^2+1) \times 1\text{ppm} = 3n^2 / 2(n^2+1) \times 0.0001\%$.

3. Przykład:

Wykorzystywane 2 zestawy po 3 rezystory o nominalnej wartości rezystancji $5\text{k}\Omega$ oraz tolerancji $\pm 0.2\%$.

Zmierzone wartości rezystancji rezystorów (Ω):

$R_{1_1}=4997.5$ $R_{1_2}=5003.5$ $R_{1_3}=4990.2$

$R_{2_1}=4995.5$ $R_{2_2}=5001.8$ $R_{2_3}=5006.8$

Szeregowe rezystancje:

$R_{1_s}=14991.2$, $R_{2_s}=15004.1$

Równoległe rezystancje:

$R_{1_p}=1665.69$, $R_{2_p}=1667.12$

Współczynniki podziału:

$K_{d1}=R_{1_s}/R_{2_p}+1=9.99227$; $K_{d2}=R_{2_s}/R_{1_p}+1=10.0078$

Wartość średnia: $K_{dsr}=(K_{d1}+K_{d2})/2=10.000013$

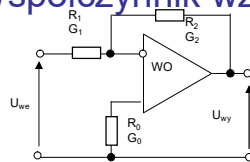
Względny błąd:

$$\delta_{K_{dsr}} = \frac{K_{dsr} - 10}{10} 100\% = \frac{10.000013 - 10}{10} 100\% = 0.00013\%$$

Teoretycznie: 0.00054%

4. Wzmacniacz odwracający napięcia z technologią DEM

Współczynnik wzmocnienia $K_n = 1$



$$K_{o,1,2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{G_1}{G_2} \quad K_{o,2,1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{G_2}{G_1}$$

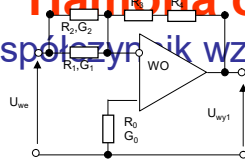
$$K_{o,sr} = \frac{K_{o,1,2} + K_{o,2,1}}{2} \quad K_{nom} = \frac{R_{2,nom}}{R_{1,nom}} = 1$$

$$K_{o,sr} = \frac{1}{2} \left(\frac{R_{2,nom}(1+\delta_2)}{R_{1,nom}(1+\delta_1)} + \frac{R_{1,nom}(1+\delta_1)}{R_{2,nom}(1+\delta_2)} \right) = \frac{(1+\delta_1)^2 + (1+\delta_2)^2}{2(1+\delta_1)(1+\delta_2)}$$

$$\delta_{K_{o,sr}} = \frac{K_{sr} - K_{nom}}{K_{nom}} = \frac{(1+\delta_1)^2 + (1+\delta_2)^2 - 2(1+\delta_1)(1+\delta_2)}{2(1+\delta_1)(1+\delta_2)} \approx \frac{(\delta_1 - \delta_2)^2}{2(1+\delta_1)(1+\delta_2)} \approx \frac{(\delta_1 - \delta_2)^2}{2}$$

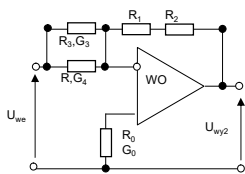
5. Wzmacniacz napięcia nieodwracający z rezystorami Hamona oraz technologią DEM

Współczynnik wzmocnienia $K_n = n^2$



$$K_{o,1} = (R_3 + R_4) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$K_{o,2} = (R_1 + R_2) \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right)$$

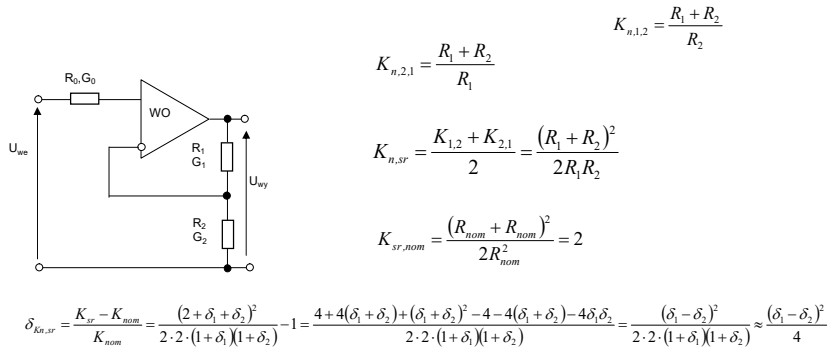


$$K_{o,sr} = \frac{K_{o,1} + K_{o,2}}{2} = \frac{(R_3 + R_4) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + (R_1 + R_2) \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right)}{2}$$

$$K_{o,nom} = n^2 = 4$$

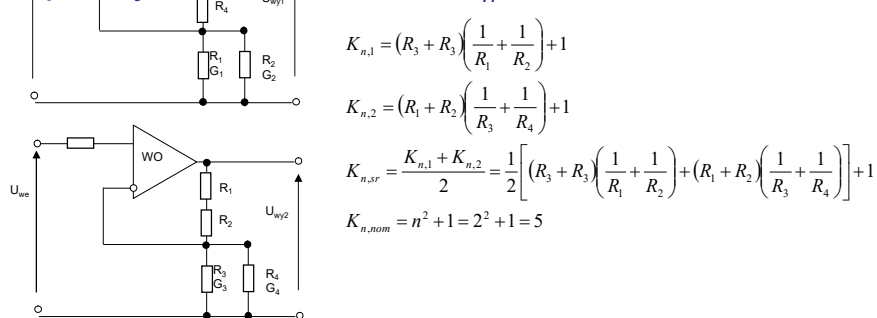
5. Wzmacniacz napięcia nieodwracający z technologią DEM

Współczynnik wzmocnienia $K_n=2$



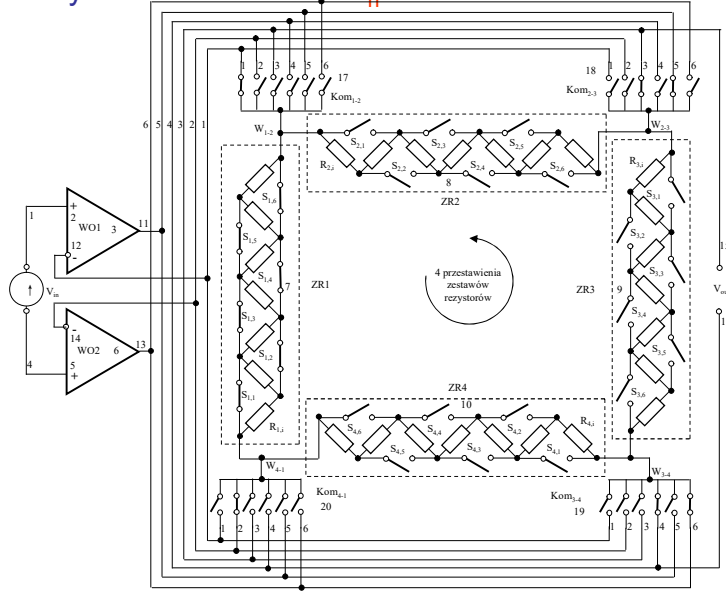
6. Wzmacniacz napięcia nieodwracający z rezystorami Hamona oraz technologią DEM

Współczynnik wzmocnienia $K_n=n^2+1$



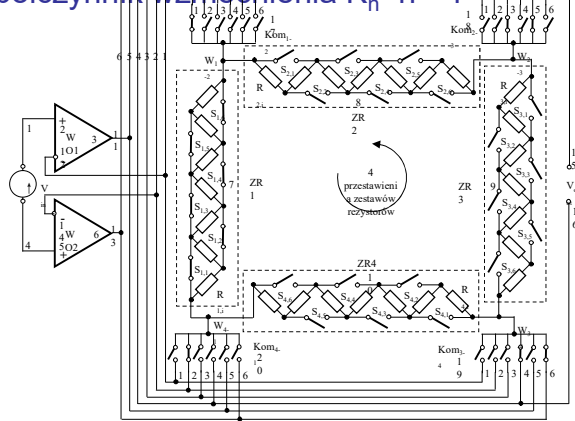
7. Wzmacniacz napięcia różnicowy z dynamiczną komutacją rezystorów

Współczynnik wzmocnienia $K_n = 2n^2 + 1$



7. Wzmacniacz napięcia różnicowy z dynamiczną komutacją rezystorów

Współczynnik wzmocnienia $K_n = n^2 + 1$



$$K_{r,1} = \frac{ZR_3s_{zer} + ZR_4s_{zer}}{ZR_1r_{ówn}} + 1; K_{r,2} = \frac{ZR_3s_{zer} + ZR_1s_{zer}}{ZR_2r_{ówn}} + 1$$

$$K_{r,3} = \frac{ZR_4s_{zer} + ZR_2s_{zer}}{ZR_3r_{ówn}} + 1; K_{r,4} = \frac{ZR_1s_{zer} + ZR_3s_{zer}}{ZR_4r_{ówn}} + 1$$

$$K_{r,sr} = \frac{K_{r,1} + K_{r,2} + K_{r,3} + K_{r,4}}{2}; K_{r,nom} = 2n^2 + 1 = 2 \cdot 2^2 + 1 = 9 \text{ (zestawy po 2 rezystory)}$$