

## **Laboratorium Dynamiki Maszyn**

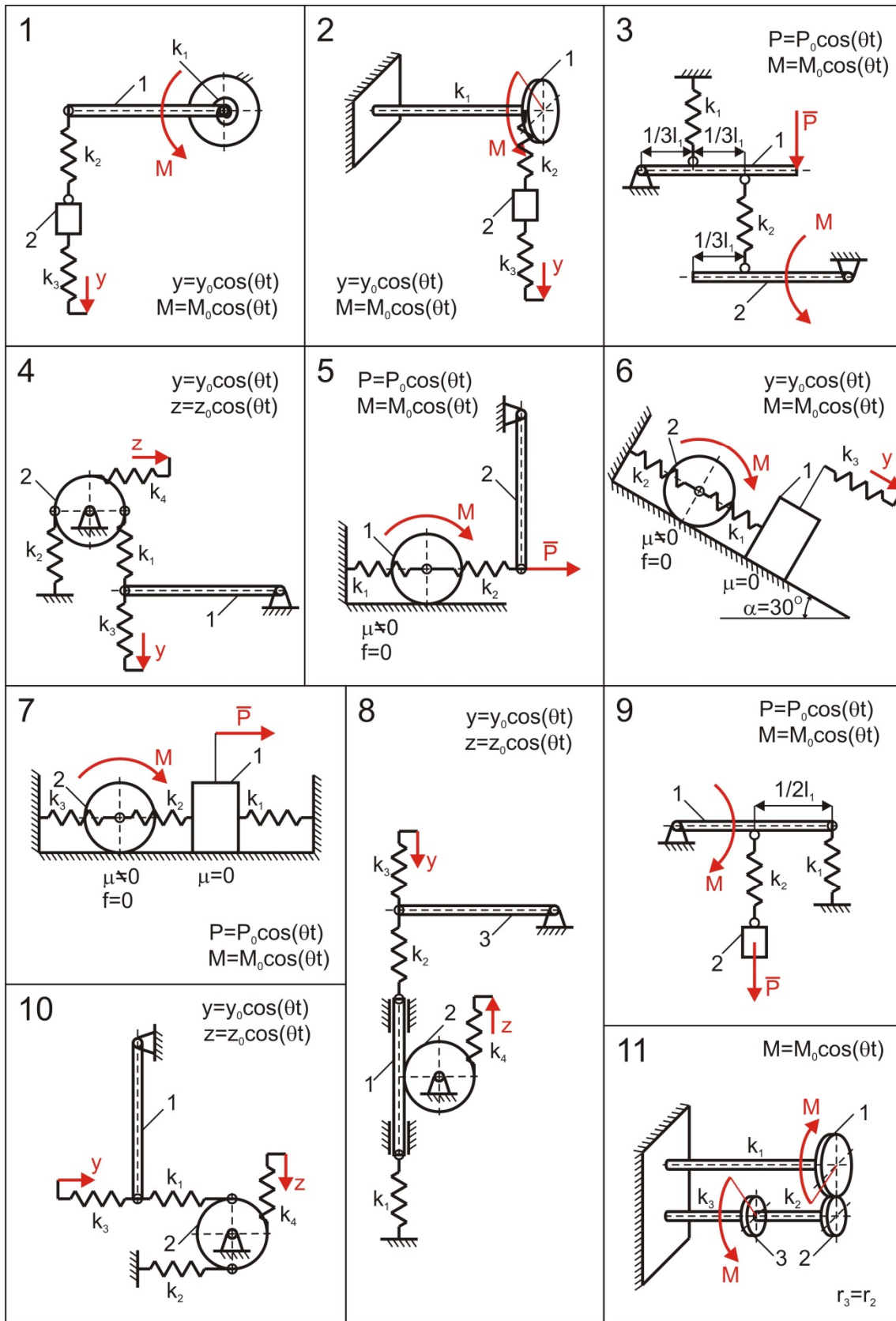
### **Laboratorium nr 06-07**

**Temat:** Drgania układu mechanicznego o dwóch stopniach swobody

# Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki

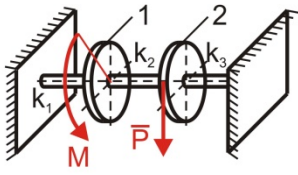
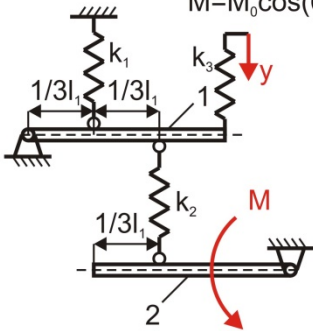
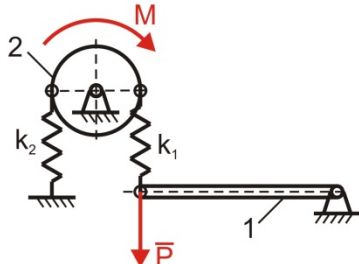
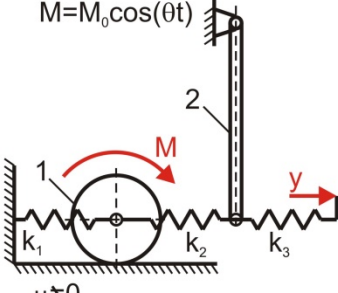
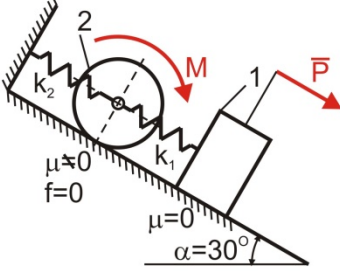
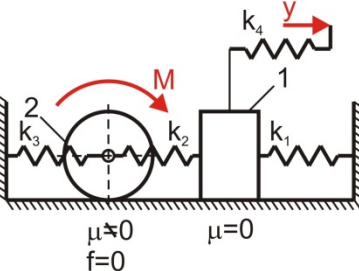
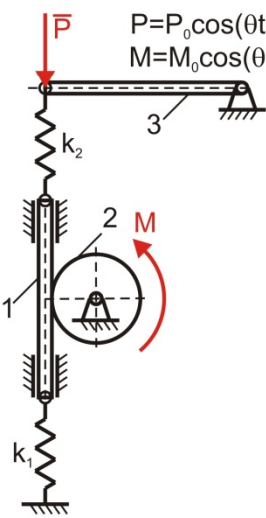
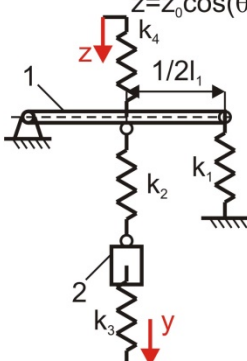
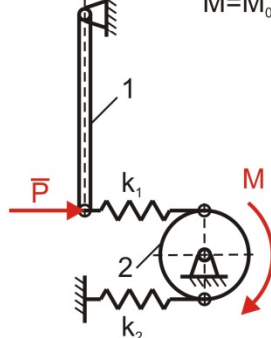
Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska

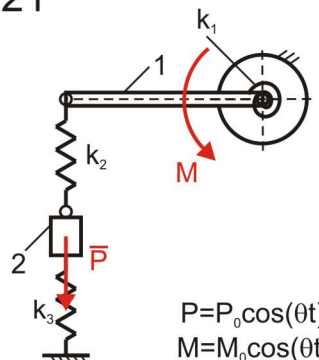
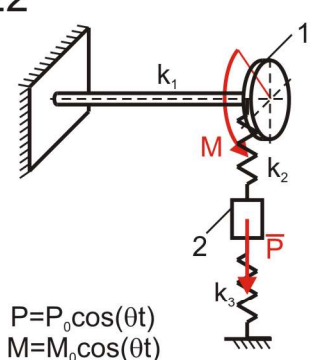
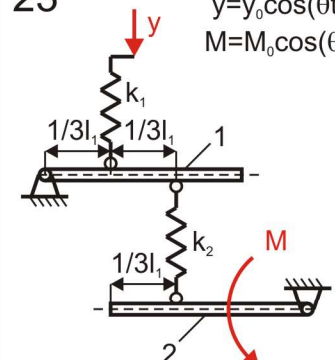
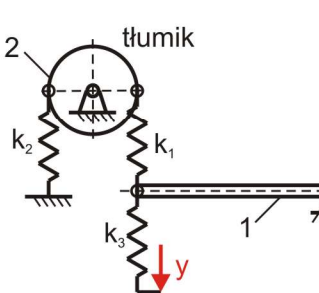
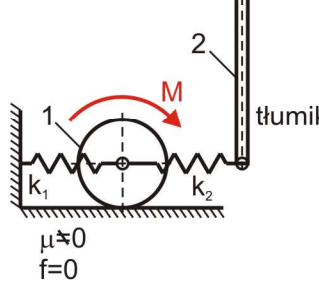
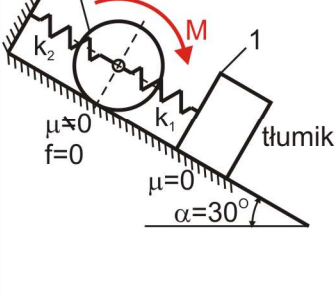
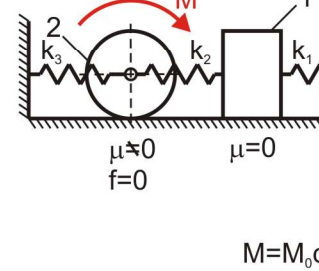
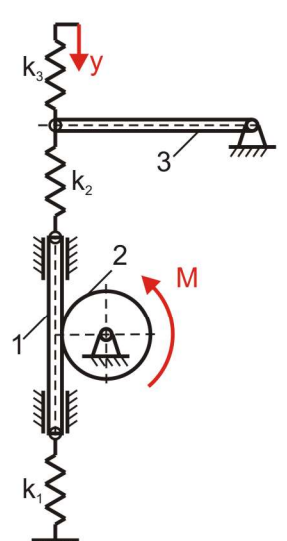
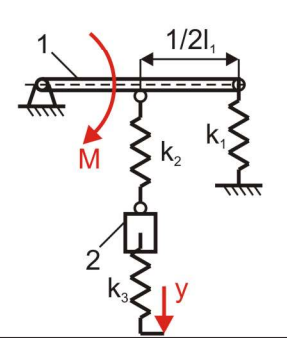
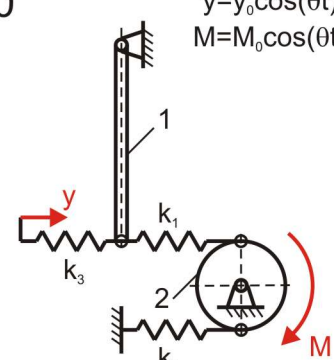
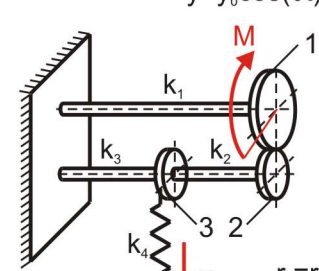
Przykłady do rozwiązania podano na rys. 1. Dane do przykładów przedstawiono w tab.1.

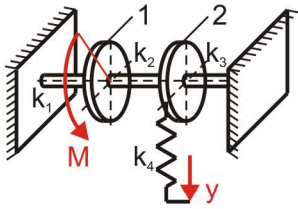
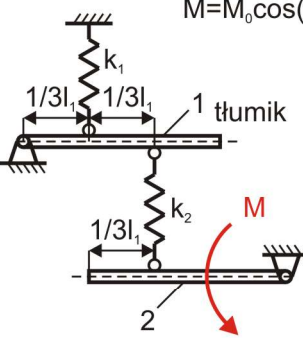
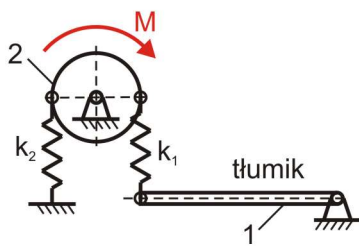
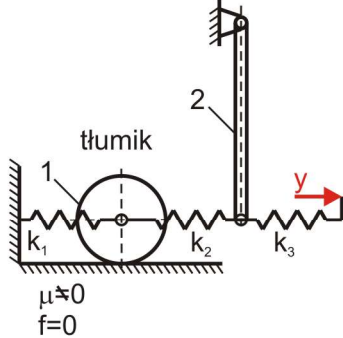
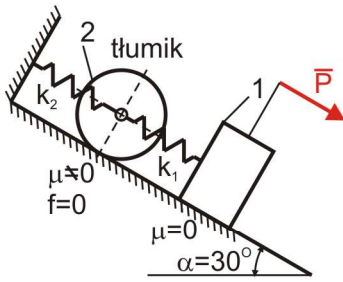
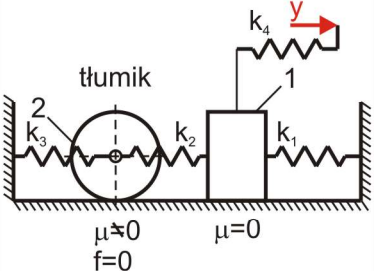
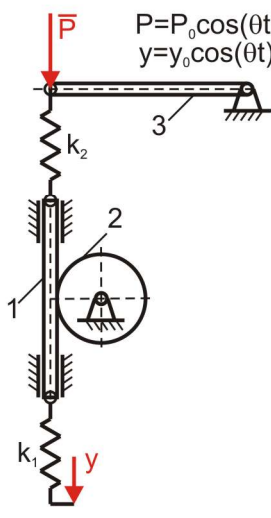
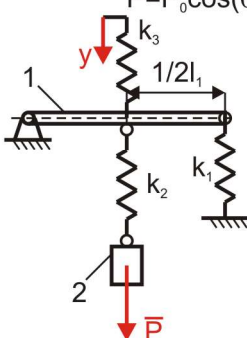
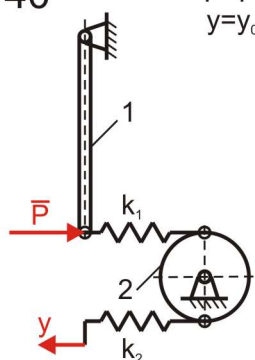


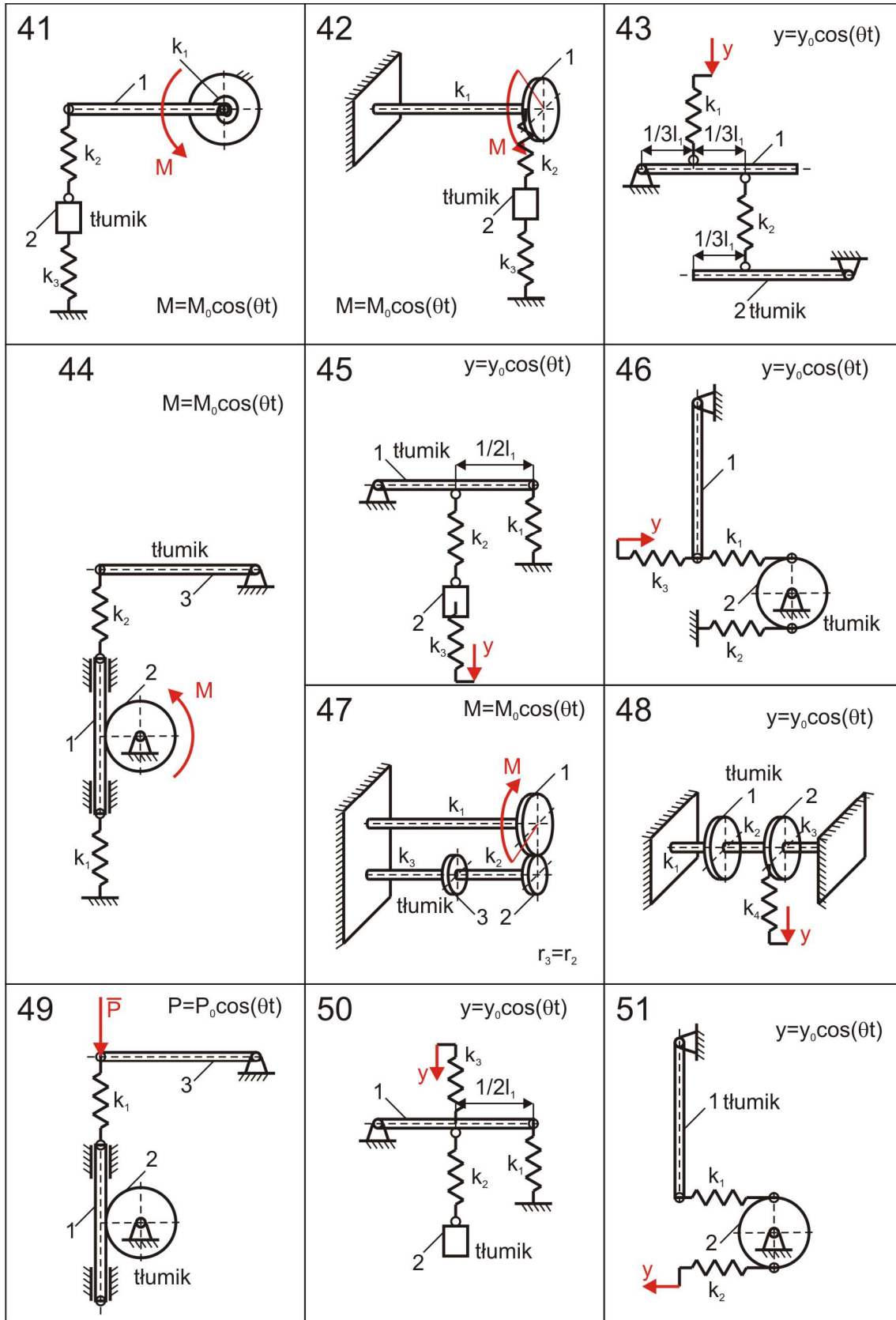
## Dynamika maszyn

Drgania układu mechanicznego o dwóch stopniach swobody

<p>12</p> <p style="text-align: right;"><math>P=P_0 \cos(\theta t)</math> <math>M=M_0 \cos(\theta t)</math></p> 	<p>13</p> <p style="text-align: right;"><math>y=y_0 \cos(\theta t)</math> <math>M=M_0 \cos(\theta t)</math></p> 	<p>14</p> <p style="text-align: right;"><math>P=P_0 \cos(\theta t)</math> <math>M=M_0 \cos(\theta t)</math></p> 
<p>15</p> <p style="text-align: right;"><math>y=y_0 \cos(\theta t)</math> <math>M=M_0 \cos(\theta t)</math></p>  <p style="text-align: center;"><math>\mu \neq 0</math> <math>f=0</math></p>	<p>16</p>  <p style="text-align: center;"><math>\mu \neq 0</math> <math>f=0</math> <math>\alpha = 30^\circ</math></p> <p style="text-align: right;"><math>P=P_0 \cos(\theta t)</math> <math>M=M_0 \cos(\theta t)</math></p>	<p>17</p>  <p style="text-align: center;"><math>\mu \neq 0</math> <math>f=0</math>      <math>\mu=0</math></p> <p style="text-align: right;"><math>y=y_0 \cos(\theta t)</math> <math>M=M_0 \cos(\theta t)</math></p>
<p>18</p> <p style="text-align: right;"><math>P=P_0 \cos(\theta t)</math> <math>M=M_0 \cos(\theta t)</math></p> 	<p>19</p> <p style="text-align: right;"><math>y=y_0 \cos(\theta t)</math> <math>z=z_0 \cos(\theta t)</math></p> 	<p>20</p> <p style="text-align: right;"><math>P=P_0 \cos(\theta t)</math> <math>M=M_0 \cos(\theta t)</math></p> 

<p><b>21</b></p>  <p style="text-align: right;"><math>P=P_0 \cos(\theta t)</math> <math>M=M_0 \cos(\theta t)</math></p>	<p><b>22</b></p>  <p style="text-align: right;"><math>P=P_0 \cos(\theta t)</math> <math>M=M_0 \cos(\theta t)</math></p>	<p><b>23</b></p>  <p style="text-align: right;"><math>y=y_0 \cos(\theta t)</math> <math>M=M_0 \cos(\theta t)</math></p>
<p><b>24</b></p> <p style="text-align: right;"><math>y=y_0 \cos(\theta t)</math></p>  <p style="text-align: right;">tłumik</p>	<p><b>25</b></p> <p style="text-align: right;"><math>M=M_0 \cos(\theta t)</math></p>  <p style="text-align: right;">tłumik</p> <p style="text-align: right;"><math>\mu \neq 0</math> <math>f=0</math></p>	<p><b>26</b></p> <p style="text-align: right;"><math>M=M_0 \cos(\theta t)</math></p>  <p style="text-align: right;">tłumik</p> <p style="text-align: right;"><math>\mu \neq 0</math> <math>f=0</math> <math>\alpha=30^\circ</math></p>
<p><b>27</b></p>  <p style="text-align: right;">tłumik</p> <p style="text-align: right;"><math>\mu \neq 0</math> <math>f=0</math></p> <p style="text-align: right;"><math>M=M_0 \cos(\theta t)</math></p>	<p><b>28</b></p> <p style="text-align: right;"><math>y=y_0 \cos(\theta t)</math> <math>M=M_0 \cos(\theta t)</math></p> 	<p><b>29</b></p> <p style="text-align: right;"><math>y=y_0 \cos(\theta t)</math> <math>M=M_0 \cos(\theta t)</math></p> 
<p><b>30</b></p> <p style="text-align: right;"><math>y=y_0 \cos(\theta t)</math> <math>M=M_0 \cos(\theta t)</math></p> 	<p><b>31</b></p> <p style="text-align: right;"><math>M=M_0 \cos(\theta t)</math> <math>y=y_0 \cos(\theta t)</math></p>  <p style="text-align: right;"><math>r_3=r_2</math></p>	

<p><b>32</b> <math>y=y_0\cos(\theta t)</math> <math>M=M_0\cos(\theta t)</math></p> 	<p><b>33</b> <math>M=M_0\cos(\theta t)</math></p> 	<p><b>34</b> <math>M=M_0\cos(\theta t)</math></p> 
<p><b>35</b> <math>y=y_0\cos(\theta t)</math></p>  <p style="text-align: center;"><math>\mu \neq 0</math> <math>f=0</math></p>	<p><b>36</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>\mu \neq 0</math> <math>f=0</math> <math>\alpha=30^\circ</math></p> <p><math>P=P_0\cos(\theta t)</math></p>	<p><b>37</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>\mu \neq 0</math> <math>f=0</math> <math>\mu=0</math></p> <p style="text-align: center;"><math>y=y_0\cos(\theta t)</math></p>
<p><b>38</b> <math>P=P_0\cos(\theta t)</math> <math>y=y_0\cos(\theta t)</math></p> 	<p><b>39</b> <math>y=y_0\cos(\theta t)</math> <math>P=P_0\cos(\theta t)</math></p> 	<p><b>40</b> <math>P=P_0\cos(\theta t)</math> <math>y=y_0\cos(\theta t)</math></p> 



Rys. .1. Przykłady układów mechanicznych

**Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki**  
Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska

Tab1. Dane do przykładów z rys. 1.

Nr	m <sub>1</sub> [kg]	m <sub>2</sub> [kg]	m <sub>3</sub> [kg]	l <sub>1</sub> [m]	l <sub>2</sub> [m]	l <sub>3</sub> [m]	r <sub>1</sub> [m]	r <sub>2</sub> [m]	k <sub>1</sub> [N/m]	k <sub>2</sub> [N/m]	k <sub>3</sub> [N/m]	k <sub>4</sub> [N/m]	P <sub>0</sub> [N]	M <sub>0</sub> [Nm]	y <sub>0</sub> [m]	z <sub>0</sub> [m]	θ [rad/s]
1	2	2	-	0.5	-	-	-	-	1000*	1000	500	-	-	2	0.01	-	60
2	5	1	-	-	-	-	0.2	-	500*	1000	1000	-	-	3	0.01	-	30
3	1	1	-	0.5	0.5	-	-	-	1000	1000	-	-	10	1	-	-	30
4	1	1	-	0.5	-	-	-	0.1	1000	2000	1000	1000	-	-	0.01	0.01	60
5	5	1	-	-	0.5	-	0.1	-	100	200	-	-	5	1	-	-	40
6	2	5	-	-	-	-	-	0.1	200	400	250	-	-	1	0.02	-	20
7	1	4	-	-	-	-	-	0.1	100	400	100	-	10	1	-	-	40
8	1	2	1	-	-	0.5	-	0.1	1000	2000	1000	1000	-	-	0.03	0.01	50
9	1	1	-	0.5	-	-	-	-	2000	1000	-	-	15	10	-	-	60
10	1	2	-	0.5	-	-	-	0.1	1000	3000	500	5000	-	-	0.03	0.03	60
11	10	5	5	-	-	-	0.2	0.1	200*	100*	100*	-	-	3	-	-	50
12	4	4	-	-	-	-	0.2	0.2	200*	200*	200*	-	50	1	-	-	75
13	1	1	-	0.5	0.5	-	-	-	1000	1000	1000	-	-	1	0.01	-	30
14	1	1	-	0.5	-	-	-	0.1	1000	2000	-	-	10	1	-	-	60
15	5	1	-	-	0.5	-	0.1	-	100	200	250	-	-	1	0.02	-	40
16	2	5	-	-	-	-	-	0.1	200	400	-	-	5	1	-	-	20
17	1	4	-	-	-	-	-	0.1	100	400	100	500	-	1	0.02	-	40
18	1	2	1	-	-	0.5	-	0.1	1000	2000	-	-	30	1	-	-	50
19	1	1	-	0.5	-	-	-	-	2000	1000	750	2000	-	-	0.02	0.02	60
20	1	2	-	0.5	-	-	-	0.1	1000	3000	-	-	15	15	-	-	60
21	2	2	-	0.5	-	-	-	-	1000*	1000	500	-	12	2	-	-	30
22	5	1	-	-	-	-	0.2	-	500*	1000	1000	-	8	3	-	-	40
23	1	1	-	0.5	0.5	-	-	-	1000	1000	-	-	-	1	0.02	-	20
24	1	1	-	0.5	-	-	-	0.1	1000	2000	1000	-	-	-	0.01	-	40
25	5	1	-	-	0.5	-	0.1	-	100	200	-	-	-	1	-	-	30
26	2	5	-	-	-	-	-	0.1	200	400	-	-	-	1	-	-	30
27	1	4	-	-	-	-	-	0.1	100	400	100	-	-	1	-	-	40
28	1	2	1	-	-	0.5	-	0.1	1000	2000	1000	-	-	3	0.03	-	60
29	1	1	-	0.5	-	-	-	-	2000	1000	1000	-	-	5	0.04	-	50
30	1	2	-	0.5	-	-	-	0.1	1000	3000	500	-	-	3	0.03	-	60
31	10	5	5	-	-	-	0.2	0.1	200*	100*	100*	2000	-	3	0.03	-	50
32	4	4	-	-	-	-	0.2	0.2	200*	200*	200*	2000	-	2	0.01	-	25
33	1	1	-	0.5	0.5	-	-	-	1000	1000	-	-	-	2	-	-	30
34	1	1	-	0.5	-	-	-	0.1	1000	2000	-	-	10	1	-	-	60
35	5	1	-	-	0.5	-	0.1	-	100	200	250	-	-	-	0.02	-	30
36	2	5	-	-	-	-	-	0.1	200	400	-	-	5	-	-	-	20
37	1	4	-	-	-	-	-	0.1	100	400	100	500	-	-	0.02	-	25
38	1	2	1	-	-	0.5	-	0.1	1000	2000	-	-	10	-	0.04	-	40
39	1	1	-	0.5	-	-	-	-	2000	1000	750	-	3	-	0.02	-	50
40	1	2	-	0.5	-	-	-	0.1	1000	3000	-	-	15	-	0.08	-	30
41	2	2	-	0.5	-	-	-	-	1000*	1000	500	-	-	2	-	-	30
42	5	1	-	-	-	-	0.2	-	500*	1000	1000	-	-	3	-	-	25
43	1	1	-	0.5	0.5	-	-	-	1000	1000	-	-	-	-	0.02	-	20
44	1	2	1	-	-	0.5	-	0.1	1000	2000	-	-	-	3	-	-	40
45	1	1	-	0.5	-	-	-	-	2000	1000	1000	-	-	-	0.04	-	50
46	1	2	-	0.5	-	-	-	0.1	1000	3000	500	-	-	-	0.03	-	40
47	10	5	5	-	-	-	0.2	0.1	200*	100*	100*	-	-	3	-	-	50
48	4	4	-	-	-	-	0.2	0.2	200*	200*	200*	2000	-	-	0.01	-	35
49	1	2	1	-	-	0.5	-	0.1	1000	-	-	-	10	-	-	-	40
50	1	1	-	0.5	-	-	-	-	2000	1000	750	-	-	-	0.02	-	45
51	1	2	-	0.5	-	-	-	0.1	1000	3000	-	-	-	-	0.06	-	30
Nr	m <sub>1</sub> [kg]	m <sub>2</sub> [kg]	m <sub>3</sub> [kg]	l <sub>1</sub> [m]	l <sub>2</sub> [m]	l <sub>3</sub> [m]	r <sub>1</sub> [m]	r <sub>2</sub> [m]	k <sub>1</sub> [N/m]	k <sub>2</sub> [N/m]	k <sub>3</sub> [N/m]	k <sub>4</sub> [N/m]	P <sub>0</sub> [N]	M <sub>0</sub> [Nm]	y <sub>0</sub> [m]	z <sub>0</sub> [m]	θ [rad/s]

zerowe warunki początkowe

\* Współczynniki sztywności sprężyn mają jednostkę [Nm/rad].



### CZĘŚĆ I

A. Dla otrzymanego przykładu zrealizować następujące zadania:

1. Wykonać rysunek układu mechanicznego.
2. Sformułować dynamiczne równania ruchu układu.

B. Dla otrzymanego przykładu zrealizować następujące zadania:

1. Wyznaczyć widmo częstości własnych.

C. Dla otrzymanego przykładu zrealizować następujące zadania:

1. Określić postacie drgań własnych.

Student otrzymuje ocenę dostateczną jeśli poprawnie wykona zadania z części A.

Student otrzymuje ocenę dobrą jeśli poprawnie wykona zadania z części A i B.

Student otrzymuje ocenę bardzo dobrą jeśli poprawnie wykona zadania z części A, B i C.

### CZĘŚĆ II

D. Dla otrzymanego przykładu zrealizować następujące zadania:

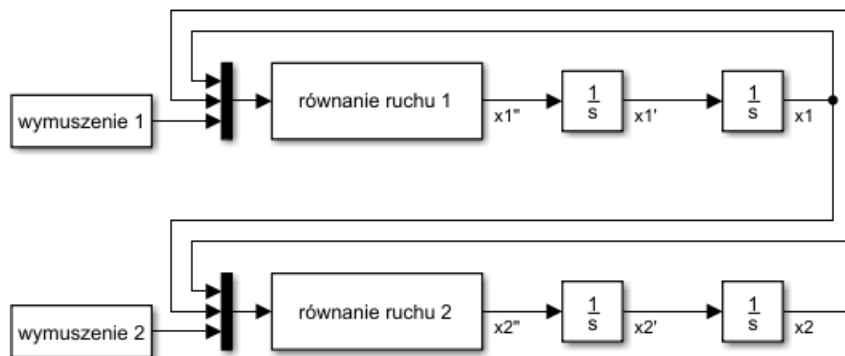
1. Wyznaczyć analityczne rozwiązania drgań wymuszonych ustalonych.

E. Dla otrzymanego przykładu przy pomocy pakietu Matlab/Simulink zrealizować następujące zadania:

1. Przedstawić graficznie rozwiązania drgań wymuszonych ustalonych.
2. Wykonać charakterystyki amplitudowo – częstościowe.

F. Dla otrzymanego przykładu przy pomocy pakietu Matlab/Simulink zrealizować następujące zadania:

1. Zamodelować numeryczne rozwiązanie różniczkowych równań ruchu wg ogólnego schematu podanego na rys. 2.

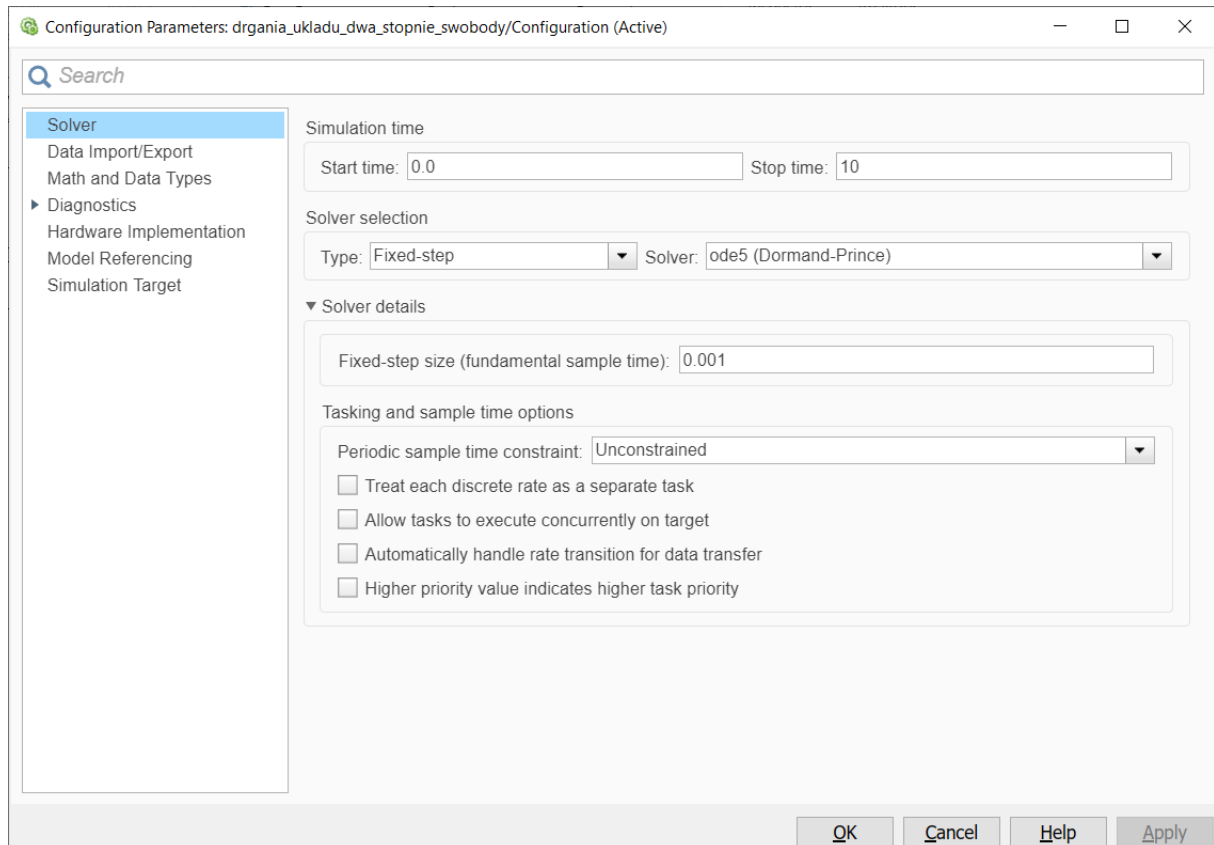


Rys .2. Schemat rozwiązywania równania różniczkowego drugiego rzędu

Uwaga: Przyjąć parametry symulacji podane na rys. 3.



**Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki**  
Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska



Rys .3. Parametry symulacji

Student otrzymuje ocenę dostateczną jeśli poprawnie wykona zadania z części D.

Student otrzymuje ocenę dobrą jeśli poprawnie wykona zadania z części D i E.

Student otrzymuje ocenę bardzo dobrą jeśli poprawnie wykona zadania z części D, E i F.