Dynamiczne równania ruchu masy w układzie współrzędnych naturalnych to

$\left\{\begin{array}{c}mρ\_{M}\ddot{φ}=\sum\_{i=1}^{n}P\_{iτ}\\m\frac{v\_{M}^{2}}{ρ\_{M}}=\sum\_{i=1}^{n}P\_{in}\end{array}\right.$ (1)

Przenosząc wszystkie wyrazy na jedną stronę uzyskamy

$\left\{\begin{array}{c}\sum\_{i=1}^{n}P\_{iτ}+\left(-mρ\_{M}\ddot{φ}\right)=0\\\sum\_{i=1}^{n}P\_{in}+\left(-m\frac{v\_{M}^{2}}{ρ\_{M}}\right)=0\end{array}\right.$ (2)

Jeśli oznaczymy

 $\sum\_{i=1}^{n}P\_{iτ}=P\_{τ}$,

$\sum\_{i=1}^{n}P\_{in}=P\_{n}$,

$-mρ\_{M}\ddot{φ}=B\_{τ}$,

$-m\frac{v\_{M}^{2}}{ρ\_{M}}=B\_{n}$,

Uzyskamy równania równowagi kinetostatycznej wyrażone w układzie współrzędnych naturalnych:

$\left\{\begin{array}{c}P\_{τ}+B\_{τ}=0\\P\_{n}+B\_{n}=0\end{array}\right.$ (3)

**Przykład 1c**

Zagadnienie z poprzedniego przykładu opiszemy teraz stosując zasadę d’Alemberta opisując ruchu w układzie współrzędnych naturalnych.



Równania kinetostatyki opisujące ruch punktu M w układzie współrzędnych naturalnych to

$\left\{\begin{array}{c}-Gsinφ+B\_{τ}=0\\N-Gcosφ-B\_{n}=0\end{array}\right.$ (4)

Są to sumy rzutów sił prawdziwych i fikcyjnych na osie styczną i normalną. Wiemy, że składowe siły bezwładności to $B\_{τ}=mρ\_{M}\ddot{φ}$, $B\_{n}=m\frac{v\_{M}^{2}}{ρ\_{M}}$. Pamiętając, że promień krzywizny, po której porusza się punkt M jest stały
i wynosi $ρ\_{M}=R$, wiemy, że punkt M porusza się po okręgu, zatem prędkość punktu możemy zapisać jako $v\_{M}=\dot{φ}ρ\_{M}=\dot{φ}R$. Uwzględniając to, zapiszemy składowe siły bezwładności jako $B\_{τ}=mR\ddot{φ}$, $B\_{n}=m\dot{φ}^{2}R$ i równania równowagi kinetostatycznej w postaci

$\left\{\begin{array}{c}-Gsinφ+mR\ddot{φ}=0\\N-Gcosφ-m\dot{φ}^{2}R=0\end{array}\right.$ (5)

Uwzględniając, że G=mg otrzymujemy

$\left\{\begin{array}{c}-mgsinφ+mR\ddot{φ}=0\\N-mgcosφ-m\dot{φ}^{2}R=0\end{array}\right.$ (6)

Otrzymaliśmy układ równań (5), (6), który jest identyczny jak układ (12), (13) z pierwszego przykładu. Dalszy sposób postępowania jest więc znany.