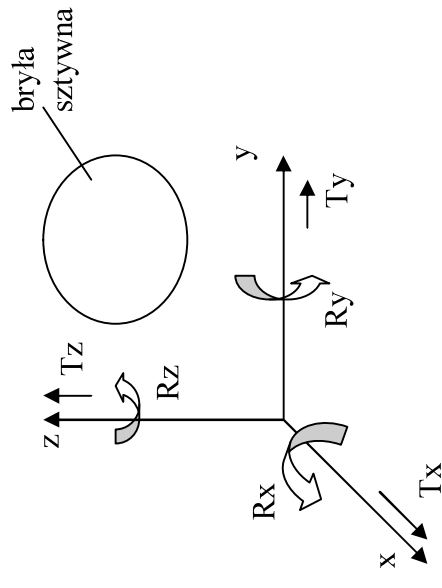


## 1. Pojęcia podstawowe mechaniki analitycznej

W mechanice analitycznej zajmujemy się analitycznymi metodami opisu ruchu ciał materialnych. Ciało materialne to bryła o dowolnym kształcie i masie  $m$ . Często w celu uproszczenia zakładamy, że ciało materialne nie deformuje się, tzn. że jego wymiary są stałe, czyli ciało to jest **bryłą sztywną**. W rzeczywistości wszystkie ciała materialne deformują się, czyli są odkształcalne. Aby uwzględnić odkształcalność ciał należy przyjąć odpowiedni model ciała.

Niekiedy bryłę modeluje się **punktem materialnym**, tj. ustrojem bezwymiarowym, któremu przypisujemy określoną masę.

**Ruch bryły** to zmiana w czasie jej położenia względem przyjętego układu odniesienia.



$\left. \begin{matrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{matrix} \right\}$  to przesunięcia bryły na odpowiednich kierunkach zwane translacjami,

$\left. \begin{matrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{matrix} \right\}$  to obroty bryły wokół odpowiednich osi zwane rotacjami.

Każdy z tych elementarnych ruchów określa tzw. **stopień swobody**, czyli bryła może mieć 6 stopni swobody – nazywamy ją swobodną. Często bryły mają mniej stopni swobody i nazywamy je nieswobodnymi.

Praktycznie punkty, których ruch zamierzamy opisywać, należą do określonych brył, które wchodzi w skład pewnego układu mechanicznego znajdującego się w ruchu. Ten układ brył tworzy tzw. łańcuch kinematyczny. **Łańcuch kinematyczny** to układ brył ruchowo z sobą połączonych. Ruchowe albo inaczej kinematyczne połączenie brył to takie połączenie, że bryła względem innej, z którą jest ruchowo połączona, może wykonywać ruch. Takie połączenie nazywamy **parą kinematyczną**. Poszczególne bryły ruchome nazywamy **członami**, a te, które spełniają funkcję podstawy ruchomych członów, tworzą jeden człon zwany **ostoją**.

Łańcuchy kinematyczne mogą być **plaskie** lub **przestrzenne**. Jeżeli wybrane punkty należące do odpowiednich członów (brył) w czasie ruchu pozostają w płaszczyznach równoległych do pewnej nieruchomej **płaszczyzny, zwanej płaszczyzną kierującą**, to łańcuch jest łańcuchem płaskim. Jeżeli łańcuch nie jest płaski, to jest łańcuchem przestrzennym. W opisie ruchu łańcucha kinematycznego istotnym zagadnieniem jest określenie tzw. stopni swobody łańcucha kinematycznego (inaczej **ruchliwości**). Stopnie swobody to liczba, która określa minimalną liczbę ruchomych członów łańcucha kinematycznego, jakie należy wprowadzić w ruch, aby ruch pozostałych członów był jednoznacznie określony. Ta definicja może być kłopotliwa do stosowania. Możemy powiedzieć również, że stopnie swobody łańcucha kinematycznego jest to liczba określająca minimalną liczbę członów ruchomych, jakie należy unieruchomić względem tych członów, z którymi tworzą parę kinematyczną, aby człon pozostałe były również nieruchome.

Łańcuch kinematyczny może być zamknięty lub otwarty. Jeżeli ilość członów napędzających odpowiada ilości członów ruchomych, łańcuch nazywamy otwartym – to tzw. **manipulator**. Jeżeli ilość członów napędzających jest mniejsza od ilości członów ruchomych, łańcuch nazywany zamkniętym – to tzw. **mechanizm**. Jeżeli w łańcuchu kinematycznym występuje przynajmniej jeden człon ruchomy, który wchodzi w kontakt kinematyczny tylko z jednym członem, to łańcuch jest otwarty.

**Robot** to układ mechaniczny, gdzie ruch manipulatora jest automatycznie sterowany komputerem.

**Maszyna** to układ mechaniczny, gdzie przy udziale odpowiednich mechanizmów:

- układ wykonuje pracę użyteczną, to tzw. maszyny robocze, np. obrabiarka, koparka, lub
- następuje zamiana energii na inny rodzaj energii, to tzw. silniki.

### **Klasyfikacja par kinematycznych.**

Jak już wiadomo, jeżeli bryły połączone są ze sobą kinematycznie, tzn. tak, że jedna względem drugiej może wykonywać ruch, mówimy, że tworzą tzw. parę kinematyczną, której przypisujemy odpowiednią klasę. O klasie pary kinematycznej decyduje ilość utraconych stopni swobody jednego członu względem drugiego, z którym tworzy parę kinematyczną. Praktycznie w układach mechanicznych występują pary kinematyczne następujących klas:

para kinematyczna klasy 1 – człony tracą względem siebie 1 stopień swobody  
para kinematyczna klasy 2 – człony tracą względem siebie 2 stopnie swobody  
para kinematyczna klasy 3 – człony tracą względem siebie 3 stopnie swobody  
para kinematyczna klasy 4 – człony tracą względem siebie 4 stopnie swobody  
para kinematyczna klasy 5 – człony tracą względem siebie 5 stopni swobody

Nie może być par kinematycznych klasy 6 i 0 bo oznaczałoby to, że człony w pierwszym przypadku są względem siebie nieruchome lub w drugim przypadku nie tracą wzgl. siebie stopni swobody.

W łańcuchu kinematycznym płaskim ruchliwość określamy następująco

$$w = 3 \cdot n - 2 \cdot p_3 - p_4 \quad (1)$$

gdzie:  $w$  – ruchliwość,

$n$  – liczna członów ruchomych,

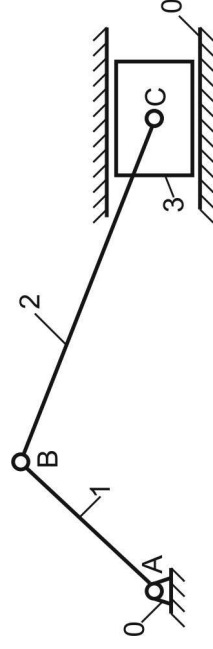
$p_5$  – liczba par kinematycznych klasy 5,

$p_4$  – liczba par kinematycznych klasy 4.

Przykłady określania ruchliwości wybranych łańcuchów kinematycznych.

### Przykład A

Dla układu mechanicznego płaskiego pokazanego na rysunku, oblicz ruchliwość.



Przedstawiony układ to mechanizm korbowo-wodzikowy, w którym:

- 0 - ostoja,
- 1 - korba,
- 2 - łącznik,
- 3 - wodzik,

Ruchliwość mechanizmu obliczymy ze wzoru (1), w którym:

$n = 3$  {1, 2, 3} – w nawiasie podano człony ruchome,

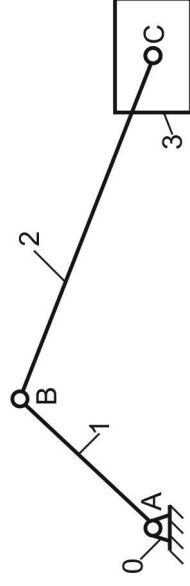
$p_5 = 4$  {0-1, 1-2, 2-3, 0-3} – w nawiasie podano pary kinematyczne klasy 5,

$p_4 = 0$

więc  $w = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1$ .

### Przykład B

Jeśli w układzie z poprzedniego przykładu usunięta zostanie para kinematyczna postępową 0-3 to wówczas układ będzie jak na poniższym rysunku. Oblicz jego ruchliwość.



Przedstawiony układ to manipulator, w którym ostatni człon 3 zwykle jest chwytakiem:

0 - ostoja,

1, 2, 3 - człony ruchome

Ruchliwość mechanizmu obliczymy ze wzoru (1), w którym:

$$n = 3 \{1, 2, 3\}$$

$$p_5 = 3 \{0-1, 1-2, 2-3\}$$

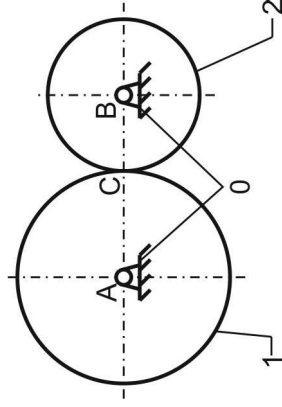
$$p_4 = 0$$

$$\text{więc } w = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 0 = 3.$$

Aby ruch układu był jednoznacznie określony, każdy człon musi być napędzany.

### Przykład C

Dla układu mechanicznego płaskiego pokazanego na rysunku, oblicz ruchliwość.



Przedstawiony układ to mechanizm zębaty, w którym:

0 - ostoja,

1, 2 - koła zębate walcowe,

### Uwaga!

Umownie przyjmuje się, że współpracujące koła zębate tworzą parę kinematyczną klasy 4

Ruchliwość mechanizmu obliczymy ze wzoru (1), w którym:

$$n = 2 \{1, 2\}$$

$$p_5 = 2 \{0-1, 0-2\}$$

$$p_4 = 1 \{1-2\}$$

$$\text{więc } w = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1.$$



**Uwaga!**

Jeśli  $w = 0$  to układ jest nieruchomy, jeśli  $w < 0$  to układ jest przesywniony.